

1. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

① 13 은 소수이다.

② 52 는 합성수이다.

③ 가장 작은 소수는 1 이다.

④ 짝수인 소수는 존재하지 않는다.

⑤ 5 보다 작은 소수는 2 개이다.

해설

③ 1 은 소수도 합성수도 아니다.

④ 2 는 짝수이면서 소수이다.

⑤ 5 보다 작은 소수는 2, 3 으로 2 개이다.

2. $24 \times a = 90 \times b = c^2$ 을 만족하는 가장 작은 자연수 c 의 값을 구하여라.
(단, a, b, c 는 모두 자연수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 60

해설

$$24 \times a = 90 \times b = c^2$$

$24 \times a$ 와 $90 \times b$ 가 어떤 수의 제곱수가 되어야 하므로 소인수분해를 해 보면

$$2^3 \times 3 \times a = 2 \times 3^2 \times 5 \times b$$

즉, c 는 24 과 90 의 공배수이므로 $2^3 \times 3^2 \times 5$ 의 배수이다.
그러므로 가장 작은 c^2 은 $2^4 \times 3^2 \times 5^2$ 이어야 한다.

$$\therefore c = 2^2 \times 3 \times 5 = 60$$

3. 다음 수들의 최대공약수를 구하여라.

24, 42, 60

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 24 \quad 42 \quad 60} \\ 3 \overline{) 12 \quad 21 \quad 30} \\ \quad 4 \quad 7 \quad 10 \end{array}$$

최대공약수 : $2 \times 3 = 6$

4. 소인수분해를 이용하여 두 수의 최소공배수를 구하여라.

20, 45

▶ 답 :

▷ 정답 : 180

해설

$$20 = 2^2 \times 5, 45 = 3^2 \times 5$$

$$\text{최소공배수} : 2^2 \times 3^2 \times 5 = 180$$

5. 윤호는 어떤 수의 배수에 ○표를, 준수는 어떤 수의 배수에 □표를 했다. 윤호와 준수가 둘 다 표시한 부분이 어떤 두 수의 최소공배수일 때, 두 자연수의 공배수를 작은수부터 3개까지 구하여라.

1	2	3	④	5	6	□7	⑧	9	10
11	⑫	13	□14	15	⑮	17	18	19	⑳
□21	22	23	⑳24	25	26	27	□28	29	30
31	③2	33	34	□35	③6	37	38	39	④0

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 28

▷ 정답 : 56

▷ 정답 : 84

해설

윤호가 ○표 한 수는 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40 이므로 40 이하의 4 의 배수이다.

준수가 □표 한 수는 7, 14, 21, 28, 35 이므로 40 이하의 7 의 배수이다.

둘 다 표시한 부분은 28 이므로 4 와 7 의 최소공배수는 28 이고, 공배수는 최소공배수 28 의 배수인 28, 56, 84, ... 이다.

6. 토마토 15 개, 키위 21 개를 최대한 많은 학생들에게 똑같이 나누어 주려고 했더니 모두 3 개씩 남았다. 학생은 최대 몇 명인가?

- ① 4 명 ② 6 명 ③ 8 명 ④ 10 명 ⑤ 12 명

해설

15 개, 21 개를 똑같이 나누면 3 개씩 남는다면, $(15-3)$ 개, $(21-3)$ 개를 똑같이 나누면 나누어 떨어진다. 이러한 수 중 가장 큰 수는 12 와 18 의 최대공약수 6 이다.

7. 우리 마트는 오픈 10 주년을 맞이하여 할인 행사를 한다고 한다. 마트 내에 과일가게는 4 일마다 반값으로 할인을 하고, 정육점은 6 일마다 반값으로 할인을 한다. 행사가 같은 날에 동시에 시작하여 다음에 처음으로 동시에 할인을 하는 날은 며칠 후인지 구하여라.



답 :

일 후



정답 : 12일 후

해설

4 와 6 의 최소공배수는 12 이므로 다음에 처음으로 동시에 할인 행사를 하는 날은 12 일 후이다.

8. $3^{2009} - 2^{2009}$ 를 10 으로 나누었을 때의 나머지를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$3^1 = 3, 3^2 = 9, 3^3 = 27, 3^4 = 81, \dots \rightarrow 4$ 번 거듭제곱을 할 때
마다 일의 자릿수는 1 이 된다.

$2^1 = 2, 2^2 = 4, 2^3 = 8, 2^4 = 16, \dots \rightarrow 4$ 번 거듭제곱을 할 때
마다 일의 자릿수는 6 이 된다.

3^{2009} 의 일의 자릿수는 3 이고,

2^{2009} 의 일의 자릿수는 2 이므로,

$3^{2009} - 2^{2009}$ 의 일의 자릿수는 1 이 된다.

$\therefore 3^{2009} - 2^{2009}$ 를 10 으로 나누었을 때의 나머지는 1 이다.

9. 다음 중 12 의 약수가 아닌 것은?

① 1

② 2

③ 4

④ 5

⑤ 12

해설

12 의 약수는 1, 2, 3, 4, 6, 12 이다.

10. 120 을 소인수분해한 것 중 알맞은 것은?

① $2^3 \times 3 \times 5$

② $4^2 \times 3 \times 5$

③ $2 \times 6 \times 10$

④ $2^2 \times 6 \times 5$

⑤ $2^2 \times 3 \times 10$

해설

$$2 \overline{) 120}$$

$$2 \overline{) 60}$$

$$2 \overline{) 30}$$

$$3 \overline{) 15}$$

5

$$120 = 2^3 \times 3 \times 5$$

11. 168의 소인수의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

168을 소인수분해하면 $168 = 2^3 \times 3 \times 7$ 이다.

소인수는 2, 3, 7이다.

$$2 + 3 + 7 = 12$$

12. 다음 중 두 수가 서로소인 것은?

① 12, 30

② 13, 39

③ 7, 15

④ 6, 12

⑤ 12, 15

해설

① 12와 30의 최대공약수는 6이다.

② 13과 39의 최대공약수는 13이다.

④ 6과 12의 최대공약수는 6이다.

⑤ 12과 15의 최대공약수는 3이다.

13. 두 수 A 와 B 의 최대공약수가 12 일 때, 다음 중 A 와 B 의 공약수가 아닌 것은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

공약수는 최대공약수의 약수인데 ⑤ 5 는 12 의 약수가 아니다.

14. 두 자연수 $2^2 \times 3^2 \times 5$, $2 \times 3^3 \times 7$ 의 공약수의 개수는?

① 4 개

② 5 개

③ 6 개

④ 7 개

⑤ 8 개

해설

공약수는 최대공약수의 약수이므로

두 수의 최대공약수는 2×3^2

$\therefore$ 약수의 개수는 $(1 + 1) \times (2 + 1) = 6$ (개)

15. 이벤트 행사에 참여한 어느 단체가 지우개 36 개, 공책 60 권, 볼펜 72 개를 받았다. 이들 지우개, 공책, 볼펜을 하나도 빠짐없이 될 수 있는 대로 많은 사람들에게 똑같이 나누어 주려면 몇 명의 사람들에게 나누어 줄 수 있는가?

① 15 명

② 14 명

③ 12 명

④ 6 명

⑤ 4 명

해설

$$36 = 2^2 \times 3^2, 60 = 2^2 \times 3 \times 5, 72 = 2^3 \times 3^2$$

$$36, 60, 72 \text{ 의 최대공약수는 } 2^2 \times 3 = 12$$

16. 가로, 세로의 길이가 각각 8cm, 6cm 인 직사각형 모양의 카드를 늘어 놓아 가장 작은 정사각형을 만들려고 한다. 이때, 카드는 총 몇 장이 필요한가?

① 10 장

② 12 장

③ 13 장

④ 15 장

⑤ 17 장

해설

정사각형의 한 변의 길이는 8 와 6 의 최소공배수인 24cm 이다.
가로는 $24 \div 8 = 3$ (장), 세로는 $24 \div 6 = 4$ (장) 이 필요하므로
필요한 카드의 수는 $3 \times 4 = 12$ (장) 이다.

17. 세 자연수 4, 5, 6 중 어느 것으로 나누어도 나머지가 3인 자연수 중에서 가장 작은 것은?

① 60

② 63

③ 120

④ 123

⑤ 180

해설

구하는 수는 (4, 5, 6의 최소공배수) + 3

4, 5, 6의 최소공배수는 60 이므로

$60 + 3 = 63$ 이다.

18. 소인수분해를 이용하여 다음 수들의 최소공배수와 최대공약수를 알맞게 짝지은 것을 골라라.

45, 60, 90

- ① 최대공약수 : 15 , 최소공배수 : 90
- ② 최대공약수 : 15 , 최소공배수 : 180
- ③ 최대공약수 : 30 , 최소공배수 : 180
- ④ 최대공약수 : 45 , 최소공배수 : 90
- ⑤ 최대공약수 : 45 , 최소공배수 : 180

해설

$$45 = 3^2 \times 5$$

$$60 = 2^2 \times 3 \times 5$$

$$90 = 2 \times 3^2 \times 5$$

$$\underline{\hspace{1cm} 2^2 \times 3^2 \times 5 \hspace{1cm}}$$

$$\text{최대공약수 : } 3 \times 5 = 15$$

$$\text{최소공배수 : } 2^2 \times 3^2 \times 5 = 180$$

19. 두 자연수의 최대공약수가 7 이고, 곱이 420 일 때, 이 두 수의 최소공배수를 구하면?

① 42

② 49

③ 56

④ 60

⑤ 63

해설

두 수 A, B 의 최대공약수를 G , 최소공배수를 L 이라 할 때,

$$G \times L = A \times B$$

$420 = 7 \times (\text{최소공배수})$ 이다.

$$\therefore (\text{최소공배수}) = 60$$

20. 다음 중 옳은 것은?

① $2^3 = 6$

② $3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^4 = 12$

③ $2 \times 2 \times 7 \times 7 = 2^2 \times 7^2 = 4 \times 49 = 196$

④ $\frac{1}{3 \times 3 \times 3 \times 3} = \frac{1}{4^3} = \frac{1}{64}$

⑤ $\frac{1}{2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5} = \frac{1}{2^2 \times 3 \times 5} = \frac{1}{60}$

해설

① $2^3 = 8$

② $3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^4 = 81$

④ $\frac{1}{3 \times 3 \times 3 \times 3} = \frac{1}{3^4} = \frac{1}{81}$

⑤ $\frac{1}{2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5} = \frac{1}{2^2 \times 3^2 \times 5^2} = \frac{1}{900}$

21. $3^a = 81$, $5^b = 625$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$3^4 = 81$, $5^4 = 625$ 이므로 $a + b = 4 + 4 = 8$ 이다.

22. $315 \times a$ 가 어떤 자연수의 제곱이 될 때, a 가 될 수 있는 두 번째로 작은 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 140

해설

$315 = 3^2 \times 5 \times 7$ 이므로

a 가 될 수 있는 수는 $5 \times 7 \times (\text{자연수})^2$ 의 꼴이다.

따라서, a 가 될 수 있는 가장 작은 자연수는 $5 \times 7 \times 1^2 = 35$

이고, 두 번째 작은 자연수는

$5 \times 7 \times 2^2 = 140$ 이다.

23. $2^2 \times 3 \times 7$ 의 약수가 아닌 것은?

① 2×3

② $2^2 \times 7$

③ 3^2

④ 3×7

⑤ $2 \times 3 \times 7$

해설

($2^2 \times 3 \times 7$ 의 약수) 는 (2^2 의 약수) $\times$ (3 의 약수) $\times$ (7 의 약수) 이다.

24. 180 의 약수의 개수와 $2 \times 3^2 \times 5^a$ 의 약수의 개수가 같을 때, 자연수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$, 180 의 약수의 개수 :

$$(2 + 1) \times (2 + 1) \times (1 + 1) = 18 \text{ (개)}$$

$2 \times 3^2 \times 5^a$ 의 약수의 개수 :

$$(1 + 1) \times (2 + 1) \times (a + 1) = 18 \text{ (개)}$$

$$\therefore a = 2$$

25. 두 자연수 $12 \times x$, $18 \times x$ 의 최소공배수가 108 일 때, 자연수 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$18 \times x = 2^2 \times 3 \times x$$

$$18 \times x = 2 \times 3^2 \times x$$

$$\text{최소공배수 : } 2^2 \times 3^2 \times x = 108 \cdots \textcircled{1}$$

①에 의해

$$36 \times x = 108$$

$$x = 108 \div 36 = 3$$

26. 가로 길이가 450 m, 세로 길이가 240 m 인 직사각형 모양의 목장이 있다. 목장의 가장자리를 따라 일정한 간격으로 나무를 심는데, 네 모퉁이에는 반드시 나무를 심는다고 한다. 나무를 가능한 한 적게 심으려면 나무의 간격은 얼마이어야 되는가?

- ① 30 m ② 15 m ③ 10 m ④ 3 m ⑤ 2 m

해설

나무를 가능한 한 적게 심으려면 심는 간격이 넓어야 하므로 450과 240의 최대공약수인 30 m 이다.

27. 두 분수 $\frac{1}{14}$, $\frac{1}{8}$ 중 어느 것을 곱해도 자연수가 되는 수 중 두 자리 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 56

해설

구하는 수는 14와 8의 공배수이다.

14와 8의 공배수는 14와 8의 최소공배수인 56의 배수이므로
56, 112, 168, ... 이다.

이 중 두자리 자연수는 56이다.

28. 다음 보기 중 옳지 않은 것을 모두 고른 것은?

보기

- ㉠ 24 는 192 의 약수이다.
- ㉡ 108 은 108 의 약수인 동시에 배수이다.
- ㉢ 1 은 모든 자연수의 약수이다.
- ㉤ 484 는 7 의 배수이다.
- ㉥ 52 의 약수의 개수는 7 개이다.

① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉢

③ ㉡, ㉤

④ ㉡, ㉥

⑤ ㉤, ㉥

해설

- ㉤ 484 는 7 의 배수가 아니다.
- ㉥ 52 의 약수의 개수는 6 개이다.

29. 다음 중에서 옳지 않은 것을 모두 고르면?

- ① 소수의 약수는 1 과 자기 자신 2 개이다.
- ② 가장 작은 소수는 2 이다.
- ③ 모든 소수는 홀수이다.
- ④ 두 소수의 곱은 소수이다.
- ⑤ 1 은 소수도 합성수도 아니다.

해설

- ㉠ 모든 소수는 홀수이다 → 소수 중 2 는 짝수이다.
- ㉡ 두 소수의 곱은 소수이다 → 두 소수의 곱은 $2 \times 3 = 6$, $3 \times 5 = 15$ 등으로 합성수이다.

30. 약수의 개수가 12 개인 가장 작은 자연수를 구하면?

① 12

② 18

③ 24

④ 36

⑤ 60

해설

$12 = 2 \times 2 \times 3$ 이므로

$(1 + 1) \times (1 + 1) \times (2 + 1)$ 에서 $2^2 \times 3 \times 5 = 60$

31. $\times 3^3$ 은 약수의 개수가 8 개인 자연수이다. 다음 중 안에 알맞은 수 중 가장 작은 것을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$8 = (3 + 1) \times (1 + 1)$ 이므로

$= a$ (a 는 소수),

가장 작은 소수는 2,

$\therefore$ $= 2$

32. 세 자연수 $5 \times x$, $6 \times x$, $9 \times x$ 의 최소공배수가 270 일 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$5 \times x$, $6 \times x = 2 \times 3 \times x$, $9 \times x = 3^2 \times x$ 의 최소공배수는
 $2 \times 3^2 \times 5 \times x = 270$
따라서 $x = 3$ 이다.

33. 가로 길이, 세로 길이, 높이가 각각 42 cm, 70 cm, 84 cm 인 직육면체 모양의 상자를 크기가 같은 정육면체로 빈틈없이 채우려고 한다. 가능한 한 큰 정육면체의 한 모서리의 길이를 구하여라.

▶ 답: cm

▷ 정답: 14cm

해설

정육면체가 가능한 한 커야하고, 상자의 빈틈이 없도록 채워야 하므로, 주어진 세 모서리의 최대공약수를 구해야 한다.

따라서 정육면체의 한 모서리의 길이는

$$42 = 2 \times 3 \times 7, 70 = 2 \times 5 \times 7, 84 = 2^2 \times 3 \times 7 \text{ 의 최대공약수 } 2 \times 7 = 14 \text{ (cm)}$$