

1. 다음 중 6의 배수는 어느 것인가?

① 134

② 176

③ 214

④ 288

⑤ 362

해설

6의 배수는 2와 3의 공배수이다.

2. 다음 설명 중 옳은 것은?

- ① 소수는 약수의 개수가 2 개이다.
- ② 소수는 모두 홀수이다.
- ③ 가장 작은 소수는 1 이다.
- ④ 모든 자연수는 약수의 개수가 2 개 이상이다.
- ⑤ 자연수에는 소수와 합성수가 있다.

해설

- ② 2 는 유일한 짝수인 소수이다.
- ③ 가장 작은 소수는 2 이다. 1 은 소수가 아니다.
- ④ 1 은 약수의 개수가 1 개이다.
- ⑤ 자연수에는 소수와 합성수 그리고 1 이 있다.

3. 다음 중 2^7 과 약수의 개수가 같은 것은?

① $2^3 \times 3^4$

② $2^2 \times 7^5$

③ $3^2 \times 5 \times 7$

④ $3^3 \times 7$

⑤ 8

해설

2^7 과 약수의 개수는 $7 + 1 = 8$ (개) 이고, 각각의 약수의 개수를 구하면 다음과 같다.

① $(3 + 1) \times (4 + 1) = 20$ (개)

② $(2 + 1) \times (5 + 1) = 18$ (개)

③ $(2 + 1) \times (1 + 1) \times (1 + 1) = 12$ (개)

④ $(3 + 1) \times (1 + 1) = 8$ (개)

⑤ 8을 소인수분해하면 $8 = 2^3$ 이므로 약수의 개수는 $3 + 1 = 4$ (개)이다.

4. 다음 중 옳지 않은 것은?

① 가장 작은 소수는 2 이다.

② 100 과 243 는 서로소이다.

③ 두 자연수가 서로소이면 두 자연수는 소수이다.

④ 두 자연수가 서로소가 아니면 두 자연수는 소수가 아니다.

⑤ 10 보다 작은 자연수 중에서 소수는 4 개이다.

해설

③ 반례 : 3 과 4 는 서로소이지만 4 는 소수가 아니다.

5. 두 자연수 A 와 B 의 최대공약수가 8 일 때, 공약수의 개수는?

① 1 개

② 2 개

③ 3 개

④ 4 개

⑤ 5 개

해설

공약수는 최대공약수의 약수이므로 공약수의 개수는 최대공약수의 약수의 개수와 같다.

최대공약수 8 을 소인수분해하면 $8 = 2^3$ 이므로 약수의 개수는 $3 + 1 = 4$ (개) 이다.

따라서 두 자연수의 공약수의 개수는 4 개이다.

6. 다음 각 수를 나열한 것을 보고 공통인 수를 찾으려면?

16, 32, 48, 64, ...

6, 12, 18, 24, ...

① 6의 배수

② 16의 배수

③ 48의 배수

④ 96의 배수

⑤ 112의 배수

해설

첫째 줄의 수는 16의 배수이고, 둘째 줄의 수는 6의 배수이므로
16과 6의 최소공배수인 48의 배수가 된다.

7. 토마토 15 개, 키위 21 개를 최대한 많은 학생들에게 똑같이 나누어 주려고 했더니 모두 3 개씩 남았다. 학생은 최대 몇 명인가?

① 4 명

② 6 명

③ 8 명

④ 10 명

⑤ 12 명

해설

15 개, 21 개를 똑같이 나누면 3 개씩 남는다면, $(15-3)$ 개, $(21-3)$ 개를 똑같이 나누면 나누어 떨어진다. 이러한 수 중 가장 큰 수는 12 와 18 의 최대공약수 6 이다.

8. 어떤 수 A 를 5 로 나누었더니 몫이 7 이고, 나머지가 2 이었다. 어떤 수 A 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 37

해설

$$A = 5 \times 7 + 2 = 37$$

9. 6의 약수의 개수는?

① 1개

② 2개

③ 3개

④ 4개

⑤ 6개

해설

6의 약수는 1, 2, 3, 6이다.
따라서 4개다.

10. $2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5$ 를 $2^x \times 3^y \times 5^z$ 라 할 때, $x + y + z$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$$2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5 = 2^4 \times 3^3 \times 5^2 \text{ 이므로}$$

$$x = 4, y = 3, z = 2$$

$$\therefore x + y + z = 4 + 3 + 2 = 9$$

11. 120 을 소인수분해한 것 중 알맞은 것은?

① $2^3 \times 3 \times 5$

② $4^2 \times 3 \times 5$

③ $2 \times 6 \times 10$

④ $2^2 \times 6 \times 5$

⑤ $2^2 \times 3 \times 10$

해설

$$2 \overline{) 120}$$

$$2 \overline{) 60}$$

$$2 \overline{) 30}$$

$$3 \overline{) 15}$$

5

$$120 = 2^3 \times 3 \times 5$$

12. 다음 중 소인수 분해 하였을 때, 소인수가 다른 것끼리 짝지은 것은?

① 28

② 56

③ 112

④ 128

⑤ 196

해설

① $28 = 2^2 \times 7$ 이므로

28 의 소인수는 2, 7

② $56 = 2^3 \times 7$ 이므로

56 의 소인수는 2, 7

③ $112 = 2^4 \times 7$ 이므로

112 의 소인수는 2, 7

④ $128 = 2^7$ 이므로

128 의 소인수는 2

⑤ $196 = 2^2 \times 7^2$ 이므로

196 의 소인수는 2, 7

13. 60에 어떤 자연수를 곱하여 자연수의 제곱이 되게 하려고 할 때, 곱할 수 있는 수 중에서 가장 작은 자연수는?

① 3

② 5

③ 12

④ 15

⑤ 20

해설

$$60 = 2^2 \times 3 \times 5$$

곱해야 할 가장 작은 자연수는 $3 \times 5 = 15$

14. 다음 중 $11^3 \times 13^5$ 의 약수가 아닌 것은?

① 11

② 13

③ 11×13^4

④ $11^2 \times 13^3$

⑤ $11^4 \times 13^5$

해설

⑤ $11^4 \times 13^5$ 에서 11^4 은 11^3 의 약수가 아니므로 $11^3 \times 13^5$ 의 약수가 아니다.

15. 84의 약수이고 동시에 120의 약수가 되는 수는 $\square$ 의 약수일 때, $\square$ 에 알맞은 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$84 = 2^2 \times 3 \times 7$, $120 = 2^3 \times 3 \times 5$ 이므로

84와 120의 최대공약수는 $2^2 \times 3 = 12$

$\therefore \square = 12$

16. 두 자연수 $2^a \times 3 \times 5$ 와 $2^2 \times 3^b \times c$ 의 최소공배수가 $2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7$ 일 때, $a + b + c$ 의 값은?

① 9

② 10

③ 11

④ 12

⑤ 13

해설

최소공배수가 $2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7$ 이므로

$a = 3, b = 2, c = 7$ 이다.

$\therefore a + b + c = 12$

17. 고속버스 터미널에서 대전행 버스는 10 분마다 한 대씩, 광주행 버스는 15 분마다, 여수행 버스는 18 분마다 한 대씩 출발한다. 세 버스가 오전 9 시에 동시에 출발했을 때, 바로 다음으로 동시에 출발하는 시각은?

① 오전 9 시 30 분

② 오전 10 시

③ 오전 10 시 30 분

④ 오후 9 시

⑤ 오후 9 시 30 분

해설

10, 15, 18 의 최소공배수를 구한다.

$$\begin{array}{r} 5 \overline{) 10 \quad 15 \quad 18} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) \quad 2 \quad 3 \quad 18} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) \quad 1 \quad 3 \quad 9} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \quad 1 \quad 3 \end{array}$$

$$\therefore 5 \times 2 \times 3 \times 1 \times 1 \times 3 = 90$$

따라서 오전 9 시부터 90 분 후인 오전 10 시 30 분에 동시에 출발한다.

18. 가로 길이 16cm, 세로 길이 12cm, 높이 24cm 인 직육면체 모양의 벽돌이 있다. 이것을 같은 방향으로 놓이도록 쌓아서 정육면체를 만들 때, 이러한 정육면체 중 가장 작은 것의 한 모서리의 길이는?

① 36cm

② 48cm

③ 72cm

④ 96cm

⑤ 144cm

해설

가장 작은 정육면체의 한 모서리의 길이는 16, 12, 24 의 최소공배수이므로 48cm 이다.

19. 두 자연수의 최대공약수가 9 이고, 곱이 810 일 때, 이 두 수의 최소공배수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 90

해설

두 수 A, B 의 최대공약수를 G , 최소공배수를 L 이라 할 때,

$$G \times L = A \times B$$

$810 = 9 \times (\text{최소공배수})$ 이다.

$$\therefore (\text{최소공배수}) = 90$$

20. 2160 를 소인수분해하면 $a^x \times b^y \times c^z$ 이다. $z < y < x$ 일 때, $a + b + c - (x + y + z)$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$2160 = 2^4 \times 3^3 \times 5$ 이므로 $a = 2, b = 3, c = 5, x = 4, y = 3, z = 1$ 이다.

$$\therefore a + b + c - (x + y + z) = 2 + 3 + 5 - (4 + 3 + 1) = 10 - 8 = 2$$

21. 315 에 자연수를 곱하여 어떤 수의 제곱이 되도록 하려고 한다. 제곱이 되도록 하기 위해서 곱하는 수 중 첫 번째로 작은 수와 세 번째로 작은 수를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 35

▷ 정답 : 315

해설

$$315 = 3^2 \times 5 \times 7$$

$$315 \times n = 3^2 \times 5 \times 7 \times n = x^2 \text{ 에서}$$

$$n = 5 \times 7 \times k^2 \text{ 꼴이므로}$$

n 을 작은 순으로 3 개 써 보면

$$n = 5 \times 7 \times 1^2 = 35$$

$$n = 5 \times 7 \times 2^2 = 140$$

$$n = 5 \times 7 \times 3^2 = 315$$

$\therefore 35, 315$

22. 세 수 72, 84, $2^2 \times 3^2$ 의 최대공약수는?

① $2^2 \times 3^2$

② 24

③ $2^2 \times 3$

④ 18

⑤ 2×3

해설

$72 = 2^3 \times 3^2$, $84 = 2^2 \times 3 \times 7$, $2^2 \times 3^2$ 이므로 최대공약수는 $2^2 \times 3$

23. 두 수 $3^5 \times 5^5 \times 7^c$, $3^a \times 5^b \times 7^6 \times 13^4$ 의 최대공약수가 315 일 때,
 $a + b - c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : 2

해설

최대공약수가 $315 = 3^2 \times 5 \times 7$ 이고

$3^5 \times 5^5 \times 7^c$ 에서 3 의 지수가 5 이므로

$3^a \times 5^b \times 7^6 \times 13^4$ 에서 3 의 지수가 2 이어야 한다.

같은 방식으로

$3^5 \times 5^5 \times 7^c$ 에서 5 의 지수가 5 이므로

$3^a \times 5^b \times 7^6 \times 13^4$ 에서 5 의 지수가 1 이어야 한다.

또한,

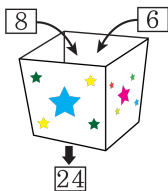
$3^a \times 5^b \times 7^6 \times 13^4$ 에서 7 의 지수가 6 이므로

$3^5 \times 5^5 \times 7^c$ 에서 7 의 지수가 1 이어야 한다.

따라서 $a = 2, b = 1, c = 1$

$$a + b - c = 2 + 1 - 1 = 2$$

24. 다음 그림과 같은 요술 상자에 두 장의 수 카드를 넣으면 두 수의 최소공배수가 적힌 카드가 한 장 나온다고 한다. 경희, 해진, 민호가 아래와 같은 카드를 넣었을 때, 가장 큰 수가 적힌 카드가 나온 사람은 누구인지 말하여라.



경희 : 14, 16

해진 : 12, 20

민호 : 15, 18

▶ 답 :

▷ 정답 : 경희

해설

경희)

$$\begin{array}{r} 2) 14 \\ \underline{} \\ 7 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2) 16 \\ \underline{} \\ 2) 8 \\ \underline{} \\ 2) 4 \\ \underline{} \\ 2 \end{array}$$

$$14 = 2 \times 7$$

$$16 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^4$$

$$\therefore \text{최소공배수} : 2^4 \times 7 = 112$$

해진)

$$\begin{array}{r} 2) 12 \\ \underline{} \\ 2) 6 \\ \underline{} \\ 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2) 20 \\ \underline{} \\ 2) 10 \\ \underline{} \\ 5 \end{array}$$

$$14 = 2 \times 2 \times 3 = 2^2 \times 3 \quad 20 = 2 \times 2 \times 5 = 2^2 \times 5$$

$$\therefore \text{최소공배수} : 2^2 \times 3 \times 5 = 60$$

민호)

$$\begin{array}{r} 2) 15 \\ \underline{} \\ 5 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2) 18 \\ \underline{} \\ 2) 9 \\ \underline{} \\ 3 \end{array}$$

$$15 = 3 \times 5$$

$$18 = 2 \times 2 \times 3 = 2^2 \times 3$$

$$\therefore \text{최소공배수} : 2 \times 3^2 \times 5 = 90$$

25. 두 자연수 A , B 의 최소공배수가 28 일 때, A 와 B 의 공배수 중 200 이하의 자연수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 7 개

해설

공배수는 최소공배수의 배수이므로, 최소공배수인 28의 배수 중 200보다 작은 자연수의 개수를 구한다. $200 \div 28 = 7.14\cdots$ 따라서 200보다 작은 자연수의 개수는 7개이다.

26. 자연수 n 에 대하여 $n + 3$ 은 5 의 배수이고 $n + 5$ 는 3 의 배수일 때, $n + 8$ 을 15 로 나눈 나머지를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$n + 3$ 은 5 의 배수이므로
값은 2, 7, 12, 17, 22, ... 이고,
 $n + 5$ 는 3 의 배수이므로
값은 1, 4, 7, 10, 13, 16, 19, 22, ... 이다.
그러므로 자연수 n 이 될 수 있는 수는
위 두 값의 공통부분이므로 7, 22, 37, 52, ... 이다.
 $\therefore (n + 8 \text{ 을 } 15 \text{ 로 나눈 나머지}) = 0$

27. 달리기 대회에서 기념품으로 수건 120 개, 스카프 144 개, 모자 156 개를 되도록 많은 참가자들에게 똑같이 나누어주려고 한다. 이 때, 한 명이 받게 되는 수건과 스카프, 모자의 개수로 옳은 것은?

① 5 개, 6 개, 9 개

② 6 개, 12 개, 18 개

③ 18 개, 12 개, 10 개

④ 12 개, 12 개, 12 개

⑤ 10 개, 12 개, 13 개

해설

참가자들의 수는

120, 144, 156 의 최대공약수이므로 12

한 명이 받게 되는 수건, 스카프, 모자의 수는 각각

$120 \div 12 = 10$, $144 \div 12 = 12$, $156 \div 12 = 13$

28. 가로와 세로의 길이가 120cm, 168cm 인 직사각형 모양의 벽면에 크기가 같은 정사각형 모양의 타일을 빈틈없이 붙이려고 한다. 타일의 개수를 최대한 적게 붙이려면 타일의 한 변의 길이는 몇 cm 이어야 하는가? 또한, 타일이 몇 개가 사용되는가?

① 18cm, 35 개

② 24cm, 35 개

③ 18cm, 40 개

④ 24cm, 40 개

⑤ 28cm, 40 개

해설

타일의 한 변의 길이를 x cm 라 하면,

$$120 = x \times \square, 168 = x \times \triangle$$

x 는 120 과 168 의 최대공약수

$$120 = 2^3 \times 3 \times 5, 168 = 2^3 \times 3 \times 7$$

$$\therefore x = 2^3 \times 3 = 24 \text{ (cm)}$$

$$120 = 24 \times 5, 168 = 24 \times 7 \text{ 이므로}$$

$$\text{필요한 타일의 개수는 } \therefore 5 \times 7 = 35 \text{ (개)}$$

29. $360 \times a = b^2$ 을 만족시키는 자연수 a, b 중에서 가장 작은 수를 각각 x, y 라고 할 때 $x + y$ 의 값으로 알맞은 것은?

① 70

② 80

③ 90

④ 100

⑤ 110

해설

$$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$$

지수가 2의 배수이어야 하므로 $x = 2 \times 5$ 이다.

$$(2^2 \times 3 \times 5)^2 = 60^2, x = 10, y = 60$$

따라서 $x + y = 70$ 이다.

30. $16 \times A$ 의 약수의 개수가 10 개일 때, A 의 값 중에서 가장 작은 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

16을 소인수분해하면 $16 = 2^4$ 이다. $A = a^x$ 라고 하면 $16 \times A = 2^4 \times a^x$ 의 약수의 개수는 $(4 + 1) \times (x + 1) = 10$ (개)이므로 $x + 1 = 2$, $x = 1$ 이다.

한편 $a = 2$ 이면 $16 \times A = 2^4 \times 2 = 2^5$ 이므로 약수의 개수는 $5 + 1 = 6$ (개)로 조건을 만족하지 않는다.

따라서 $a \neq 2$ 인 가장 작은 소수이어야 하므로 $a = 3$, $x = 1$ 이다.
따라서 A 의 값은 3이다.

31. 세 자연수의 비가 $3 : 5 : 9$ 이고, 최소공배수가 810 일 때, 세 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 54

▷ 정답 : 90

▷ 정답 : 162

해설

세 자연수를 $3 \times x$, $5 \times x$, $9 \times x$ 라 하면

$$\begin{array}{r} x) \overline{3 \times x \quad 5 \times x \quad 9 \times x} \\ 3) \overline{3 \quad 5 \quad 9} \\ \quad 1 \quad 5 \quad 3 \end{array}$$

$$x \times 3 \times 5 \times 3 = 810, \quad x = 18$$

따라서 세 자연수는 54, 90, 162 이다.

32. 4로 나누면 3이 남고, 5로 나누면 4가 남고, 6으로 나누면 5가 남는 자연수 중에서 가장 작은 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 59

해설

4, 5, 6으로 나누면 항상 1이 부족하므로 구하는 수를 x 라 하면 $x+1$ 은 4, 5, 6의 공배수이다.

4, 5, 6의 최소공배수는 60이므로 60의 배수 중 가장 작은 수는 60이다.

따라서 $x+1=60$ 이므로 $x=59$ 이다.

33. 자연수 x, y, z 가 $x : y : z = 3 : 8 : 10$ 을 만족하고, x, y, z 의 최대공약수와 최소공배수의 합이 1452 일 때, x, y, z 를 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 36$

▷ 정답 : $y = 96$

▷ 정답 : $z = 120$

해설

$x = 3a$, $y = 8a$, $z = 10a$ 라 두면,

x, y, z 의 최대공약수 = a , 최소공배수 = $120 \times a$ 이다.

$$121 \times a = 1452 \rightarrow a = 12$$

$$\therefore x = 36, y = 96, z = 120$$

34. 1부터 100까지의 자연수 중에서 3, 4중 어떤 수로도 나누어떨어지지 않는 수의 개수는 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 50 개

해설

1부터 100까지의 자연수 중 3의 배수의 개수는 33개

1부터 100까지의 자연수 중 4의 배수의 개수는 25개

1부터 100까지의 자연수 중 3의 배수이면서 4의 배수인 것의 개수는 8개

1부터 100까지의 자연수 중 3의 배수이거나 4의 배수인 것의 개수는

$$33 + 25 - 8 = 50 \text{ 개}$$

따라서 1부터 100까지의 자연수 중에서 3, 4중 어떤 수로도 나누어떨어지지 않는 수의 개수는

$$100 - 50 = 50 \text{ 개}$$

35. 두 분수 $\frac{21}{16}$, $\frac{35}{24}$ 의 어느 것에 곱하여도 그 결과가 자연수가 되게 하는 분수 중에서 가장 작은 분수를 구하여라.

① $\frac{8}{7}$

② $\frac{48}{7}$

③ $\frac{8}{105}$

④ $\frac{48}{105}$

⑤ $\frac{1}{35}$

해설

구하려는 분수를 $\frac{b}{a}$ 라고 하자.

$$\frac{21}{16} \times \frac{b}{a} = (\text{자연수}) \rightarrow \begin{cases} b \text{는 } 16 \text{의 배수} \\ a \text{는 } 21 \text{의 약수} \end{cases}$$

$$\frac{35}{24} \times \frac{b}{a} = (\text{자연수}) \rightarrow \begin{cases} b \text{는 } 24 \text{의 배수} \\ a \text{는 } 35 \text{의 약수} \end{cases}$$

$$\therefore \frac{b}{a} = \frac{(16, 24 \text{의 공배수})}{(21, 35 \text{의 공약수})} \dots \text{㉠ 이다.}$$

㉠을 만족하는 가장 작은 분수

$$\frac{b}{a} = \frac{(16, 24 \text{의 최소공배수})}{(21, 35 \text{의 최대공약수})}$$

$$\therefore \frac{b}{a} = \frac{48}{7}$$