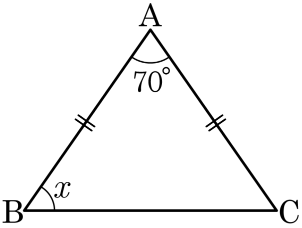
1. 다음 그림과 같은 이등변삼각형에서 $\angle x$ 의 크기는?

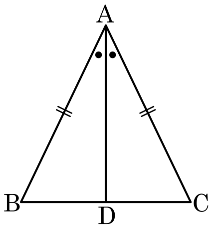


① $40°$ ② $45°$ ③ $50°$ ④ $55°$ ⑤ $60°$

해설

$\angle x = (180° - 70°) \div 2 = 55°$

2. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 $\angle A$ 의 이등분선이 $\overline{BC}$ 와 만나는 점을 D 라 할 때, 다음 중 옳은 것은?



① $\overline{BC} = \overline{AD}$

② $\overline{AD} = \overline{AC}$

③ $\angle B = \angle BAD$

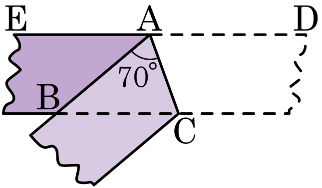
④ $\angle ADB = 90°$

⑤ $\triangle ABD$ 는 이등변삼각형이다.

해설

$\triangle ABD \equiv \triangle ADC$ (SAS 합동)

3. 폭이 일정한 종이테이프를 다음 그림과 같이 접었다. $\angle BAC = 70°$ 일 때, $\angle BAC$ 와 크기가 같은 각은?



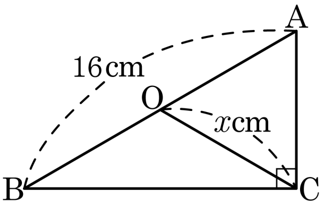
① $\angle ABC$ ② $\angle ACB$ ③ $\angle EAC$

④ $\angle BAD$ ⑤ $\angle EAD$

해설

종이를 접었으므로 $\angle BAC = \angle DAC = 70°$ 이다. $\angle DAC = \angle ACB$ (엇각) 이다.
따라서 $\angle BAC = \angle ACB$ 이다.

4. 다음 그림에서 점 O는 직각삼각형 ABC의 외심이다. $\overline{AB} = 16\text{cm}$ 일 때, x의 길이는?



① 4cm ② 6cm ③ 8cm ④ 10cm ⑤ 12cm

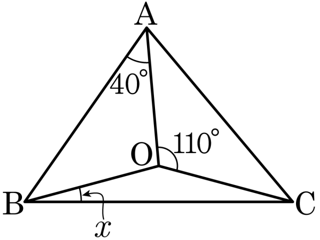
해설

점 O가 △ABC의 외심이므로

$\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$ 이다.

$\therefore x = \overline{OC} = 8(\text{cm})$

5. 다음 $\triangle$ ABC 의 외심을 O 라고 할 때, $\angle x$ 의 크기는?



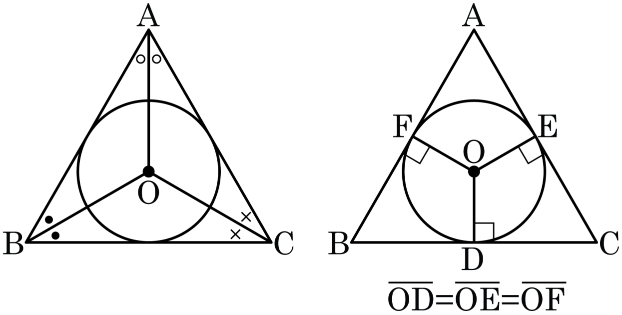
① 10°　② 15°　③ 20°　④ 25°　⑤ 30°

해설

$\triangle AOC$ 에서 $\angle OAC = \angle OCA$, $\angle AOC + \angle OAC + \angle OCA = 180°$, $\angle OCA = 35°$

$\angle OAB + \angle OCA + \angle x = 90°$, $\angle x = 90° - 40° - 35° = 15°$

6. 다음 그림이 설명하고 있는 것으로 옳은 것은?



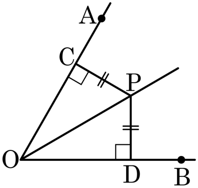
① 외심 ② 내심 ③ 무게중심

④ 방심 ⑤ 수심

해설

내심은 세 내각의 이등분선의 교점이고 세 변에서 같은 거리에 있는 점이다. 따라서 내심이다.

7. $\angle AOB$ 의 내부에 한 점 P 에서 두 변 OA, OB 에 내린 수선의 발을 각각 C, D 라고 할 때, $\overline{PC} = \overline{PD}$ 이면 $\triangle COP \equiv \triangle DOP$ 임을 증명하기 위해서 이용한 합동조건은?



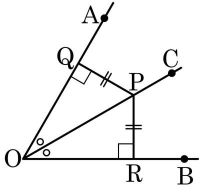
① SSS 합동　② SAS 합동　③ ASA 합동

④ RHA 합동　⑤ RHS 합동

해설

$\angle PCO = \angle PDO = 90°$, $\overline{OP}$(공통), $\overline{CP} = \overline{PD}$ 이므로 $\triangle COP \equiv \triangle DOP$ 는 RHS 합동이다.

8. 다음 그림은 「한 점 P 에서 두 변 OA, OB에 내린 수선의 발을 각각 Q, R이라 할 때, $\overline{PQ}=\overline{PR}$ 이면 $\overline{OP}$ 는 $\angle AOB$ 의 이등분선이다.」를 보이기 위해 그린 것이다. 다음 중 필요한 조건이 <u>아닌</u> 것은?



① $\overline{PQ}=\overline{PR}$

② $\overline{OP}$ 는 공통

③ $\angle PQO=\angle PRO$

④ $\angle QOP=\angle ROP$

⑤ $\triangle POQ \equiv \triangle POR$

해설

④는 보이려는 것이므로 필요한 조건이 아니다.

$\triangle POQ$ 와 $\triangle POR$ 에서

i) $\overline{OP}$ 는 공통 (②)

ii) $\overline{PQ}=\overline{PR}$ (①)

iii) $\angle PQO=\angle PRO=90°$ (③)

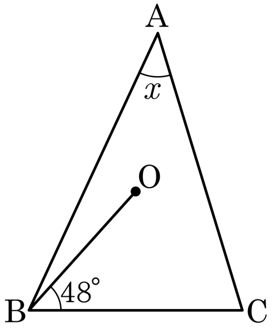
i), ii), iii) 에 의해 $\triangle POQ \equiv \triangle POR$

(RHS 합동) (⑤) 이다.

합동인 도형의 대응각은 같으므로

$\angle QOP=\angle ROP$ 이므로 $\overline{OP}$ 는 $\angle AOB$ 의 이등분선이다.

9. 다음 그림에서 점 O가 $\triangle ABC$의 외심이라고 할 때, $\angle OBC = 48°$이다. $\angle x$의 크기는?



① $40°$ ② $42°$ ③ $44°$ ④ $46°$ ⑤ $48°$

해설

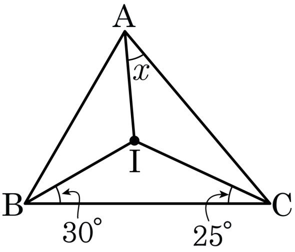
$\triangle OBC$는 이등변삼각형이므로

$\angle OBC = \angle OCB = 48°$

$\angle BOC = 84°$

$\triangle ABC$에서 $\angle BAC = \frac{1}{2}\angle BOC = 42°$

10. 다음 그림에서 점 I가 $\triangle ABC$의 내심 일 때, $\angle x$의 크기는?



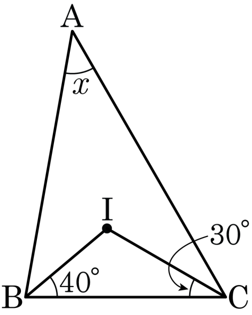
① 15 ° ② 20 ° ③ 25 ° ④ 30 ° ⑤ 35 °

해설

$30° + 25° + \angle x = 90°$

$\therefore \angle x = 35°$

11. 다음 그림에서 점 I가 삼각형의 내심일 때, $\angle x$의 크기는?

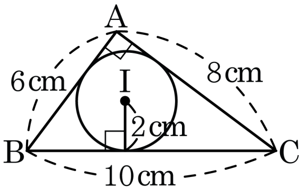


① $20°$　② $30°$　③ $40°$　④ $50°$　⑤ $60°$

해설

$\angle x = 180° - (40° + 30°) \times 2 = 40°$

12. 다음 그림과 같이 세 변의 길이가 각각 6cm, 8cm , 10cm 인 삼각형 $\triangle ABC$ 가 있다. 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이고 내접원의 반지름의 길이가 2cm 일 때 $\triangle ABC$ 의 넓이는?



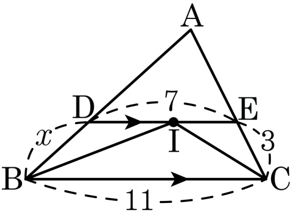
① 16cm^2　② 18cm^2　③ 20cm^2

④ 22cm^2　⑤ 24cm^2

해설

$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 2 \times (6 + 8 + 10) = 24\,\text{cm}^2$ 이다.

13. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이고, $\overline{DE} /\!/ \overline{BC}$ 일 때, x 의 길이는?



① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

점 I 가 내심이고, $\overline{DE} /\!/ \overline{BC}$ 일 때, $\overline{DE} = \overline{DI} + \overline{EI} = \overline{DB} + \overline{EC}$ 이므로

$7 = 3 + x$ 이다. 따라서 $x = 4$ 이다.

14. 다음은 $\overline{AB}=\overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 $\angle B$ 와 $\angle C$ 의 이등분선의 교점을 P 라 할 때, $\triangle PBC$ 는 이등변삼각형임을 증명하는 과정이다.

> $\triangle ABC$ 에서 $\angle B = \boxed{(가)}$ 이므로
>
> $\angle PBC = \boxed{(나)} \times \angle B = \frac{1}{2} \times \boxed{(다)} = \boxed{(라)}$
>
> 따라서 $\triangle PBC$ 는 $\boxed{(마)}$ 이다.

(가) ~ (마)에 들어갈 것으로 옳지 <u>않은</u> 것은?

① (가) $\angle C$

② (나) 2

③ (다) $\angle C$

④ (라) $\angle PCB$

⑤ (마) 이등변삼각형

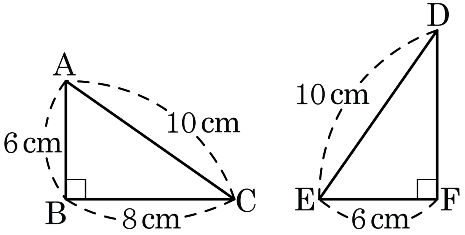
해설

$\triangle ABC$ 에서 $\angle B = (\angle C\ )$ 이므로

$\angle PBC = \left(\frac{1}{2}\right) \times \angle B = \frac{1}{2} \times (\angle C\ ) = (\angle PCB\ )$

따라서 $\triangle PBC$ 는 (이등변삼각형) 이다.

15. 두 직각삼각형 ABC, DEF 가 다음 그림과 같을 때, $\overline{DF}$ 의 길이는?



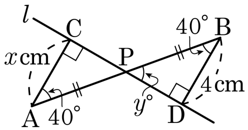
① 6cm ② 7cm ③ 8cm ④ 9cm ⑤ 10cm

해설

$\triangle CAB, \triangle DEF$ 는 RHS 합동

$\therefore \overline{DF} = \overline{CB} = 8\text{cm}$

16. 다음 그림과 같이 선분 $\overline{AB}$ 의 양 끝점 A, B 에서 $\overline{AB}$ 의 중점 P 를 지나는 직선 l 에 내린 수선의 발을 각각 C, D 라 한다. $\overline{DB} = 4\text{cm}$, $\angle PAC = 40°$ 일 때, $x + y$ 의 값은?



① 36 ② 44 ③ 46 ④ 54 ⑤ 58

해설

$\triangle PAC$ 와 $\triangle PBD$ 에서

$\angle PCA = \angle PDB = 90° \cdots$ ㉠

$\overline{PA} = \overline{PB} \cdots$ ㉡

$\angle CPA = \angle DPB = y° \cdots$ ㉢

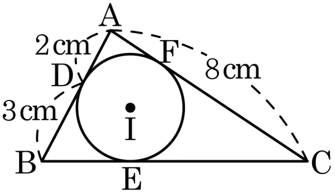
㉠,㉡,㉢에 의해 $\triangle PAC \equiv \triangle PBD$(RHA)

삼각형의 내각의 합은 180° 이므로

$\angle y = 180 - 40 - 90 = 50°$,

$x = 4$ 이므로 이를 합하면 54 이다.

17. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이고, 세 점 D, E, F 는 각각 내접원과 세 변 AB, BC, CA 의 접점이다. $\overline{AD} = 2\text{cm}, \overline{BD} = 3\text{cm}, \overline{AC} = 8\text{cm}$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이는?



① 6cm ② 7cm ③ 8cm ④ 9cm ⑤ 10cm

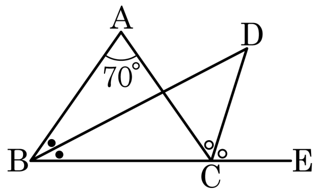
해설

점 I 가 삼각형의 내심이므로 $\overline{AD} = \overline{AF}, \overline{BE} = \overline{BD}, \overline{CE} = \overline{CF}$ 이다.

$\overline{AD} = \overline{AF} = 2\text{cm}, \overline{BE} = \overline{BD} = 3\text{cm}, \overline{CE} = \overline{CF}$ 이므로 $\overline{CF} = 6\text{cm} = \overline{CE}$ 이다.

따라서 $\overline{BC} = \overline{BE} + \overline{EC} = 3 + 6 = 9(\text{cm})$ 이다.

18. $\triangle$ABC 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이고, $\angle$C 의 외각의 이등분선과 $\angle$B 의 이등분선의 교점을 D 라고 한다, $\angle A = 70°$ 일 때, $\angle$D 의 크기는?



① 32.5° ② 35° ③ 37.5° ④ 40° ⑤ 42.5°

해설

$\triangle$ABC 가 이등변삼각형이므로

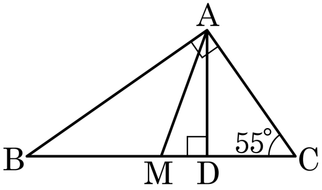
$$\angle ABC = \angle ACB = \frac{1}{2}(180° - 70°) = 55°$$

$$\begin{aligned}\angle ACD &= \frac{1}{2}(\angle A + \angle ABC) \\ &= \frac{1}{2}(70° + 55°) \\ &= 62.5°\end{aligned}$$

$$\angle DBC = \frac{1}{2}(\angle ABC) = \frac{1}{2} \times 55° = 27.5°$$

$$\begin{aligned}\therefore \angle D &= 180° - (27.5° + 55° + 62.5°) \\ &= 180° - 145° \\ &= 35°\end{aligned}$$

19. 다음 그림과 같이 직각삼각형 ABC 의 직각인 꼭짓점 A 에서 빗변 BC 에 내린 수선의 발을 D 라 하고, $\overline{BC}$ 의 중점을 M 이라 하자. $\angle C = 55°$ 일 때, $\angle AMB - \angle DAM$ 의 크기는?



① 70°　② 75°　③ 80°　④ 85°　⑤ 90°

해설

직각삼각형의 빗변 $\overline{BC}$ 의 중점 M 은 $\triangle ABC$ 의 외심이다.

$\therefore \overline{BM} = \overline{AM} = \overline{CM}$

$\angle ABM = 35°$, $\angle DAC = 35°$ 이고 $\triangle ABM$ 은 이등변삼각형($\because$ $\overline{BM} = \overline{AM}$)

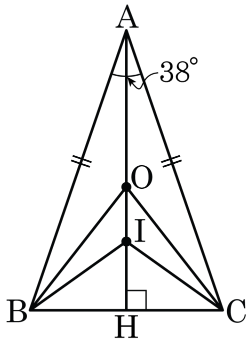
$\therefore \angle ABM = \angle BAM = 35°$

$\angle AMB = 180° - 35° - 35° = 110°$

$\angle DAM = \angle A - \angle BAM - \angle DAC = 90° - 35° - 35° = 20°$

따라서 $\angle AMB - \angle DAM = 110° - 20° = 90°$

20. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 점 O 는 외심, 점 I 는 내심이고, $\angle A = 38°$ 일 때, $\angle OBI$ 의 크기는?



① $13°$ ② $\frac{29}{2}°$ ③ $\frac{33}{2}°$ ④ $16°$ ⑤ $17°$

해설

$\angle BOC = 2 \times \angle BAC = 2 \times 38° = 76°$

$\therefore \angle OBC = 52°$

$\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle BAC = 109°$,

$\angle IBH = \frac{1}{2} \times \angle ABC = \frac{71}{2}°$

$\angle x = \angle OBI = \angle OBC - \angle IBH = 52° - \frac{71}{2}° = \frac{33}{2}°$