

1. 다음 방정식의 모든 해의 합을 구하여라.

$$x^4 = 16$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$x^4 - 16 = 0 \text{ 에서}$$

$$(x^2 - 4)(x^2 + 4) = 0$$

$$(x - 2)(x + 2)(x^2 + 4) = 0$$

$$\therefore x = \pm 2 \text{ 또는 } x = \pm 2i$$

$$\therefore \text{모든 해의 합은 } (-2) + 2 + (-2i) + 2i = 0$$

2. 방정식 $(x^2 + 2)^2 - 6x^2 - 7 = 0$ 의 두 실근의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$(x^2 + 2)^2 - 6x^2 - 7 = 0 \text{ 에서}$$

$$x^4 + 4x^2 + 4 - 6x^2 - 7 = 0$$

$$x^4 - 2x^2 - 3 = 0$$

$x^2 = t$ 로 치환하면

$$t^2 - 2t - 3 = 0, (t - 3)(t + 1) = 0$$

$$\therefore t = 3 \text{ 또는 } t = -1$$

$$(i) \ x^2 = 3 \text{ 일 때, } x = \pm\sqrt{3}$$

$$(ii) \ x^2 = -1 \text{ 일 때, } x = \pm i$$

(i), (ii) 에서 실근의 합을 구하면

$$\sqrt{3} + (-\sqrt{3}) = 0$$

3. 삼차방정식 $x^3 + x^2 + 2x - 3 = 0$ 의 세 근 α, β, γ 에 대하여 $\alpha + \beta + \gamma, \alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha, \alpha\beta\gamma$ 를 세 근으로 갖는 삼차방정식이 $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$ 일 때, $a - 2b + c$ 의 값은?

① -3

② -2

③ -1

④ 0

⑤ 1

해설

$x^3 + x^2 + 2x - 3 = 0$ 의 세 근이 α, β, γ 라 하면

$$\alpha + \beta + \gamma = -1, \alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = 2, \alpha\beta\gamma = 3$$

구하려는 방정식의 세 근의 합

$$-1 + 2 + 3 = 4 \quad \therefore a = -4$$

$$(-1) \times 2 + 2 \times 3 + (-1) \times 3 = -2 + 6 - 3 = 1 \quad \therefore b = 1$$

$$\text{세 근의 곱 } (-1) \times 2 \times 3 = -6 \quad \therefore c = 6$$

$$\therefore a - 2b + c = -4 - 2 + 6 = 0$$

4. 삼차방정식 $x^3 - 4x^2 + x + k = 0$ 의 한 근이 -1 일 때, k 의 값과 나머지 두 근의 합은?

① 10

② 11

③ 12

④ 13

⑤ 14

해설

$x = -1$ 을 대입하면

$$(-1)^3 - 4 - 1 + k = 0 \quad \therefore k = 6$$

$x^3 - 4x^2 + x + 6 = 0$ 의 나머지 두 근을 α, β 라 하면

세 근의 합 $4 = -1 + \alpha + \beta$ 에서 $\alpha + \beta = 5$

$$\therefore k + \alpha + \beta = 11$$

5. 방정식 $x^4 - ax^2 + 8 - a = 0$ 이 서로 다른 네 개의 실근을 가질 때, 정수 a 의 값들의 합은?

① 30

② 25

③ 23

④ 18

⑤ 13

해설

$x^4 - ax^2 + 8 - a = 0$ 이 서로 다른 네 개의 실근을 가지려면 $x^2 = y$ 라고 치환하여 $y^2 - ay + 8 - a = 0$ 이 서로 다른 두 양의 실근을 가져야 한다.

i) $D = a^2 - 4(8 - a) = a^2 + 4a - 32 = (a + 8)(a - 4) > 0$
 $\therefore a < -8$ 또는 $a > 4$

ii) $a > 0$

iii) $8 - a > 0 \Rightarrow a < 8$

$\therefore 4 < a < 8$ 이므로 $a = 5, 6, 7$