

1.  $x^2 - x + 1 = 0$  일 때,  $x^{51}$  의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답:  $-1$

해설

$x^2 - x + 1 = 0$  에서

$$(x^2 - x + 1)(x + 1) = 0$$

$$\therefore x^3 + 1 = 0$$

$$x^3 = -1$$

$$x^{51} = (x^3)^{17} = (-1)^{17} = -1$$

2. 연립방정식  $\begin{cases} x - 2y = 1 \\ xy - y^2 = 6 \end{cases}$  의 해를 구하면  $x = p, y = q$  또는  $x = r, y = s$ 이다.  $p + q + r + s$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -1

### 해설

$$\begin{cases} x - 2y = 1 & \dots \textcircled{㉠} \\ xy - y^2 = 6 & \dots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

㉠에서  $x = 2y + 1 \dots\dots\dots \textcircled{㉢}$

㉢을 ㉡에 대입하여 정리하면

$$y^2 + y - 6 = 0(y - 2)(y + 3) = 0$$

$$\therefore y = 2, -3$$

$y = 2, y = -3$ 을 ㉢에 대입하면

$$\text{각각 } x = 5, x = -5$$

$$\therefore x = 5, y = 2 \text{ 또는 } x = -5, y = -3$$

3. 연립방정식  $\begin{cases} x^2 - y^2 + 6y - 9 = 0 \\ (x-1)^2 + y^2 = 2 \end{cases}$  를 만족하는 실수 해의 순서쌍

$(x, y)$ 의 개수를 구하여라.

▶ 답 :            개

▷ 정답 : 1개

### 해설

$$\begin{cases} x^2 - y^2 + 6y - 9 = 0 & \cdots \textcircled{㉠} \\ (x-y)^2 + y^2 = 2 & \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

㉠에서  $x^2 - (y-3)^2 = 0$

$$(x+y-3)(x-y+3) = 0$$

$$y = x+3 \text{ 또는 } y = -x+3$$

i)  $y = -x+3$ 을 ㉡에 대입하면,

$$x^2 - 4x + 4 = 0$$

$$\therefore x = 2 \text{ 이 때, } y = 1$$

ii)  $y = x+3$ 을 ㉡에 대입하면,

$$x^2 + 2x + 4 = 0$$

$$\therefore x = -1 \pm \sqrt{3}i$$

$$\text{이 때, } y = 2 \pm \sqrt{3}i$$

i), ii)에서 실수해의 순서쌍은  $(2, 1)$ 이다.

따라서 실수해의 순서쌍의 개수는 1개이다.

4. 연립방정식  $\begin{cases} x+y=2a \\ xy=a \end{cases}$  를 만족하는 순서쌍  $(x,y)$  가 한 개 뿐일 때, 양의 실수  $a$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

$$\begin{cases} x+y=2a \cdots \textcircled{1} \\ xy=a \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

①에서  $y = -x + 2a$  를 ②에 대입하면

$$x(-x + 2a) = a$$

$\therefore -x^2 + 2ax = a$  즉  $x^2 - 2ax + a = 0$  이 한 개의

실근을 가져야 하므로  $D/4 = a^2 - a = 0$

$\therefore a = 0$  또는  $1$  그런데

$a$  는 양의실수 이므로

$$a = 1$$

5. 방정식  $xy + 2x = 3y + 10$  을 만족하는 양의 정수가  $x = \alpha$ ,  $y = \beta$  일 때,  $\alpha\beta$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 8

### 해설

주어진 식을 변형하면

$$xy + 2x - 3y = 10, \quad xy + 2x - 3y - 6 = 4,$$

$$(x - 3)(y + 2) = 4$$

$y + 2 \geq 3$ 이므로 두 자연수의 곱이 4가 되는 경우는

$$x - 3 = 1, \quad y + 2 = 4$$

$$\therefore x = 4, \quad y = 2$$