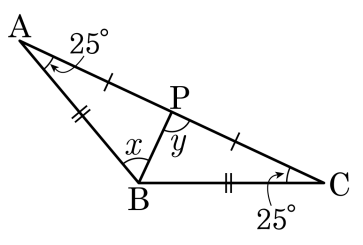
1. 다음 그림의 $\triangle ABC$에서, $\overline{AB} = \overline{BC}$, $\overline{AP} = \overline{CP}$라고 할 때, $x + y$의 크기는?



① $125°$ ② $135°$ ③ $145°$ ④ $155°$ ⑤ $165°$

해설

이등변삼각형에서 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분하므로

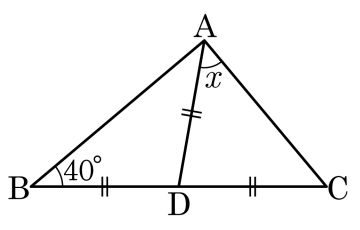
$y = 90°$

또 $\triangle ABP$에서 내각의 합은 $180°$이므로

$x = 180° - (90° + 25°) = 65°$

$\therefore\ x + y = 65° + 90° = 155°$

2. 다음 그림에서 $\overline{AD} = \overline{BD} = \overline{CD}$ 이고 $B = 40°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



① 40° ② 45° ③ 50° ④ 55° ⑤ 60°

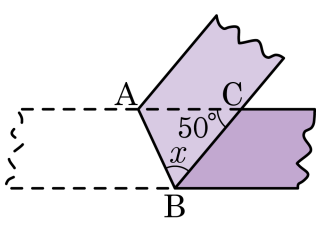
해설

$\angle B = \angle BAD = 40°$ 이므로

$\angle ADC = 40° + 40° = 80°$

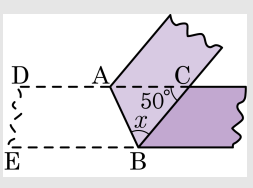
$\therefore \angle x = \frac{1}{2}(180° - 80°) = 50°$

3. 다음 그림과 같이 폭이 일정한 종이 테이프를 접었다. $\angle ACB = 50°$ 일 때, $\angle x$의 크기는?



① 45° ② 50° ③ 55° ④ 60° ⑤ 65°

해설



종이 테이프를 접으면 $\angle ABE = \angle ABC = \angle x$이고

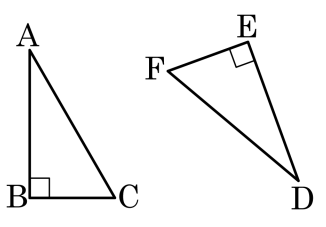
$\angle ABE = \angle BAC = \angle x$(엇각)

$\triangle ABC$의 내각의 합은 $180°$이므로

$\therefore\ 2\angle x + 50° = 180°$

$\angle x = 65°$

4. 다음 중 두 직각삼각형 ABC , DEF 가 서로 합동이 되는 조건이 아닌 것은?

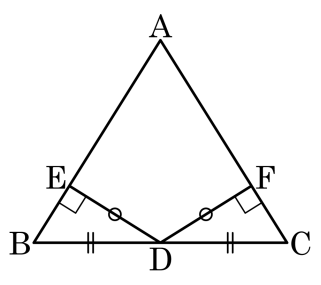


① $\overline{AB} = \overline{DE}$, $\overline{BC} = \overline{EF}$
② $\overline{AB} = \overline{DE}$, $\angle A = \angle D$
③ $\angle A = \angle D$, $\angle C = \angle F$
④ $\angle A = \angle D$, $\overline{AC} = \overline{DF}$
⑤ $\overline{AC} = \overline{DF}$, $\overline{BC} = \overline{EF}$

해설

세 내각이 같다고 해서 합동이라 말할 수는 없다.

5. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\angle FDC = 32°$ 일 때, $\angle A$ 의 크기는 ?



① 52° ② 56° ③ 58° ④ 62° ⑤ 64°

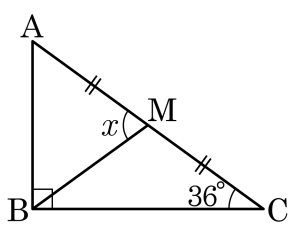
해설

$\triangle EBD \equiv \triangle FCD$(RHS합동)

$\angle EBD = \angle FCD = 58°$

$\therefore \angle A = 180° - 58° \times 2 = 64°$

6. 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC 에서 빗변 AC 의 중점은 M 이고 $\angle ACB = 36°$ 일 때 $\angle AMB$ 의 크기는?

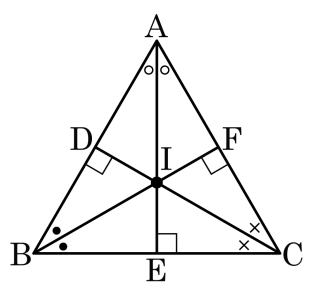


① 62° ② 64° ③ 68° ④ 70° ⑤ 72°

해설

직각삼각형의 외심은 빗변의 중점이므로 $\overline{AM} = \overline{CM} = \overline{BM} \cdots$ ㉠
따라서 $\triangle BMC$ 는 이등변삼각형이다.
$\angle MCB = \angle MBC = 36°$
$\angle AMB = \angle MCB + \angle MBC = 36° + 36° = 72°$

7. 다음은 삼각형의 세 내각의 이등분선이 한 점에서 만남을 나타낸 것이다. 빈칸에 공통으로 들어갈 알맞은 것을 고르면?



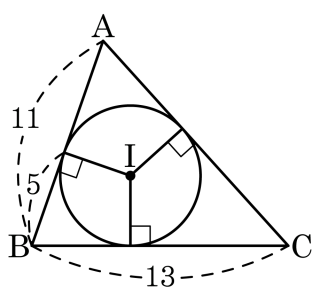
$\triangle$IBE와 $\triangle$IBD에서
$\angle$IEB $=$ $\angle$IDB $= 90°$,
$\overline{\text{IB}}$는 공통변,
$\angle$IBE $=$ $\angle$IBD이므로
$\triangle$IBE $\equiv$ $\triangle$IBD (RHA 합동)
$\therefore$ $\overline{\text{ID}} = \boxed{} \cdots$ ①
같은 방법으로 $\triangle$ICE $\equiv$ $\triangle$ICF (RHA 합동)이므로
$\therefore$ $\boxed{} = \overline{\text{IF}} \cdots$ ㉡
㉠, ㉡에서
$\therefore$ $\overline{\text{ID}} = \overline{\text{IF}}$
$\triangle$ADI와 $\triangle$AFI에서
$\angle$ADI $=$ $\angle$AFI $= 90°$, $\overline{\text{AI}}$는 공통 변, $\overline{\text{ID}} = \overline{\text{IF}}$
이므로 $\triangle$ADI $\equiv$ $\triangle$AFI(RHS 합동)
대응각 $\angle$DAI $=$ $\angle$FAI이므로 $\overline{\text{AI}}$는 $\angle$A의 이등분선이다.
따라서 세 각의 이등분선은 한 점에서 만난다.

① $\overline{\text{IA}}$ ② $\overline{\text{IE}}$ ③ $\overline{\text{IC}}$ ④ $\overline{\text{IB}}$ ⑤ $\overline{\text{AF}}$

해설

$\triangle$IBE $\equiv$ $\triangle$IBD(RHA 합동)이므로
$\overline{\text{ID}}$와 대응변인 $\overline{\text{IE}}$의 길이가 같고, $\triangle$ICE $\equiv$ $\triangle$ICF(RHA 합동)
이므로 $\overline{\text{IE}}$와 대응변인 $\overline{\text{IF}}$의 길이가 같다.
따라서 빈 칸에 공통으로 $\overline{\text{IE}}$가 들어간다.

8. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이다. $\overline{AC}$ 의 길이는?



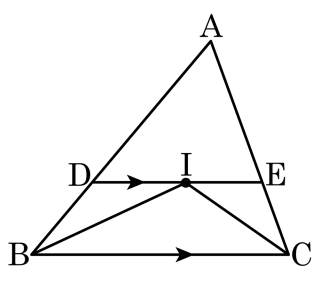
▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

$\overline{AC} = (11 - 5) + (13 - 5) = 14$

9. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이고, $\overline{DE} // \overline{BC}$ 일 때 $\triangle DBI$ 는 어떤 삼각형인지 말하여라.



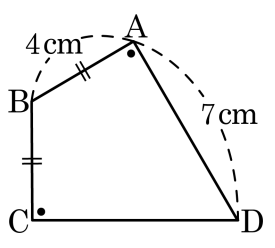
▶ 답 :

▷ 정답 : 이등변삼각형

해설

점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이므로 $\angle DBI = \angle CBI$
$\overline{DE} // \overline{BC}$ 이므로 $\angle DIB = \angle CBI$
따라서 $\angle DBI = \angle DIB$ 이므로 $\triangle DBI$ 는 이등변삼각형이다.

10. 다음 그림과 같은 □ABCD 에서 $\overline{AB} = \overline{BC}$, $\angle A = \angle C$ 이다. $\overline{AB} = 4\text{cm}$, $\overline{AD} = 7\text{cm}$ 일 때, □ABCD 의 둘레의 길이를 구하여라.



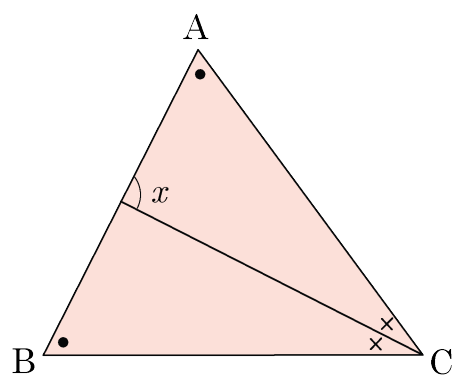
▶ 답 : _____ cm

▷ 정답 : 22 cm

해설

$\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이고 $\angle A = \angle C$ 이므로
$\angle DAC = \angle DCA$, $\overline{CD} = \overline{AD} = 7\text{cm}$
$\therefore$ (둘레의 길이) $= (4 + 7) \times 2 = 22(\text{cm})$

11. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\angle x$ 의 크기는?

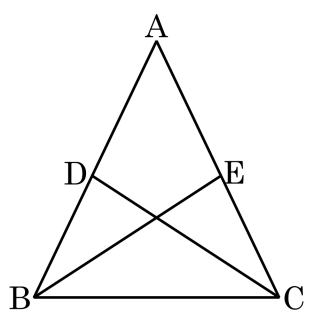


① $80°$ ② $85°$ ③ $90°$ ④ $95°$ ⑤ $100°$

해설

$\triangle ABC$ 는 두 내각의 크기가 같으므로 이등변삼각형 이등변삼각형의 꼭짓각의 이등분선은 밑 변을 수직이등분하므로 $\angle x = 90°$ 이다.

12. 다음은 「$\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 변 AB, AC 위의 두 점 D, E 에 대하여 $\overline{AD} = \overline{AE}$ 이면 $\overline{DC} = \overline{EB}$ 이다.」를 증명한 것이다. 다음 ㉠ ~ ㉤에 짝지은 것으로 옳지 <u>않은</u> 것은?



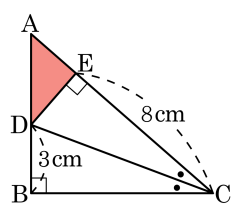
[가정] $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\overline{AD}=$ ㉠
[결론] $\overline{DC} =$ ㉡
[증명] $\triangle ABE$ 와 $\triangle ACD$ 에서
$\overline{AB} =$ ㉢,
$\overline{AE} =$ ㉣, $\angle A$ 는 공통이므로
$\triangle ABE \equiv \triangle ACD$ (㉤ 합동)
$\therefore \overline{DC} =$ ㉡

① ㉠ : $\overline{AE}$　② ㉡ : $\overline{EB}$　③ ㉢ : $\overline{AC}$
④ ㉣ : $\overline{AD}$　⑤ ㉤ : ASA

해설

[가정] $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\overline{AD} = \overline{AE}$
[결론] $\overline{DC} = \overline{EB}$
[증명] $\triangle ABE$ 와 $\triangle ACD$ 에서
$\overline{AB} = \overline{AC}$, $\overline{AE} = \overline{AD}$, $\angle A$ 는 공통이므로
$\triangle ABE \equiv \triangle ACD$ (SAS 합동)
$\therefore$ $\overline{DC} = \overline{EB}$

13. 다음 그림의 직각이등변삼각형 ABC에서 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : _____ cm^2

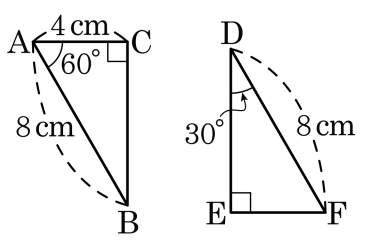
▷ 정답 : $\frac{9}{2}$ cm^2

해설

$\triangle CDB \equiv \triangle CDE$ (RHA 합동)이므로 $\overline{DB} = \overline{DE}$이다.
직각이등변삼각형이므로 $\angle BAC = 45°$이고 $\angle ADE = 45°$가 되므로 $\overline{AE} = \overline{DE} = 3(cm)$

따라서 색칠한 삼각형의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 3 \times 3 = \frac{9}{2}$ (cm^2)

14. 두 직각삼각형 ABC, DEF 가 다음 그림과 같을 때, $\overline{EF}$ 의 길이는?

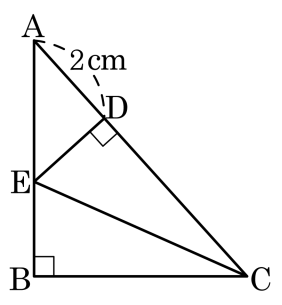


① 5cm ② 4.5cm ③ 4cm
④ 3.5cm ⑤ 3cm

해설

$\triangle ABC, \triangle FDE$ 는 RHA 합동
$\therefore \overline{EF} = \overline{CA} = 4cm$

15. 다음 그림에서 $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD}$, $\overline{AD} = 2\text{cm}$ 이다. $\overline{EB}$ 의 길이를 구하여라.



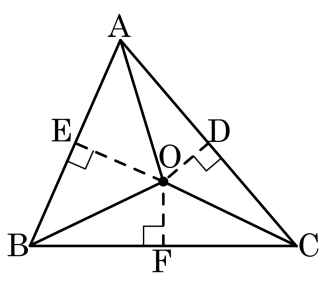
▶ 답 : _____ cm

▷ 정답 : 2 cm

해설

$\triangle ABC$ 는 직각이등변삼각형이므로
$\angle A = 45°$
$\triangle AED$ 도 직각이등변삼각형이고
$\triangle ECD \equiv \triangle ECB$ (RHS 합동) 이므로
$\therefore \overline{EB} = \overline{ED} = \overline{AD} = 2\,(\text{cm})$

16. 점 O 가 △ABC 의 외심일 때, 합동인 삼각형이 아닌 것을 모두 고르면?

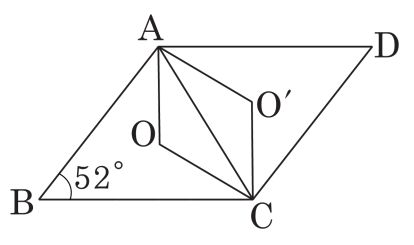


① △OBE ≡ △OBF
② △OCF ≡ △OCD
③ △OBE ≡ △OAE
④ △AOD ≡ △COD
⑤ △OBF ≡ △OCF

해설

△AOE ≡ △BOE, △OBF ≡ △OCF, △AOD ≡ △COD 이다.

17. 평행사변형ABCD 에서 $\angle B = 52°$ 이고 점 O, O′ 은 각각 $\triangle ABC$, $\triangle CDA$ 의 외심이다. 이때 $\angle OAO'$ 의 크기는?

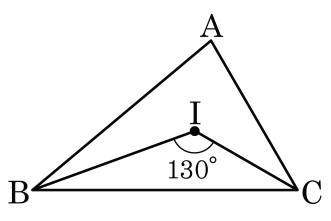


① 52° ② 52° ③ 76° ④ 104° ⑤ 116°

해설

$\angle B = 52°$ 이므로 $\angle AOC = 2 \times 52° = 104°$
이때, □OAO′C는 마름모이므로 $\angle AOC + \angle OAO' = 180°$
따라서 $\angle OAO' = 180° - 104° = 76°$

18. 다음 그림의 $\triangle ABC$의 내심을 I라 할 때, $\angle BIC = 130°$이면 $\angle A =$ (　　)°이다. 빈칸을 채워 넣어라.



▶ 답 :

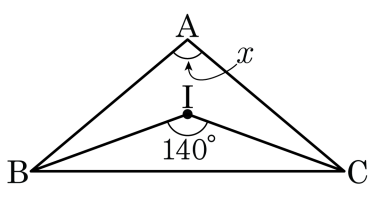
▷ 정답 : 80

해설

점 I가 $\triangle ABC$의 내심일 때, $\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle A$이다.

$\therefore\ \angle A = (\angle BIC - 90°) \times 2 = (130° - 90°) \times 2 = 80°$

19. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이고, $\angle BIC = 140°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



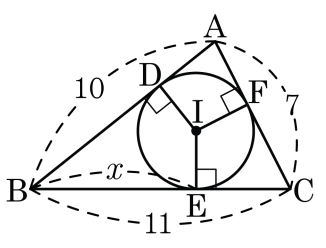
① $70°$ ② $80°$ ③ $90°$ ④ $100°$ ⑤ $110°$

해설

$90° + \frac{1}{2}\angle x = 140°$

$\therefore \angle x = 100°$

20. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\overline{BE}$ 의 길이는?



① 6 ② 5 ③ 8 ④ 9 ⑤ 7

해설

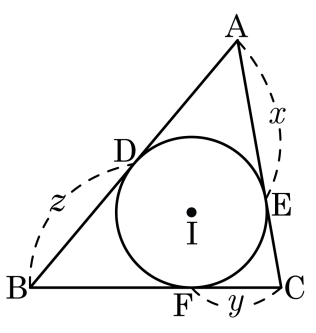
점 I 가 삼각형의 내심이므로 $\overline{AD} = \overline{AF}, \overline{BE} = \overline{BD}, \overline{CE} = \overline{CF}$ 이다.

$\overline{BE} = x = \overline{BD}$ 이므로 $\overline{CE} = 11 - x = \overline{CF}$, $\overline{AD} = 10 - x = \overline{AF}$ 이다.

$\overline{AC} = \overline{AF} + \overline{CF} = 10 - x + 11 - x = 7$

$\therefore x = 7$

21. 다음 그림에서 점 I 가 삼각형 ABC 의 내심이고, 점 D, E, F 는 내접원의 접점일 때, $\triangle$ABC 의 둘레가 24cm 이다. $x+y+z$ 의 값은 얼마인지 보기에서 찾아라.



보기

㉠ 11cm	㉡ 12cm	㉢ 13cm
㉣ 14cm	㉤ 15cm	

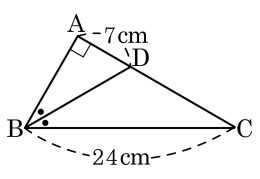
▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

해설

점 I 가 삼각형의 내심이므로 $\overline{AD}=\overline{AF}, \overline{BE}=\overline{BD}, \overline{CE}=\overline{CF}$ 이다.
$\overline{AE}=\overline{AD}=x, \overline{BD}=\overline{BF}=z, \overline{CE}=\overline{CF}=y$ 이므로 $2x+2y+2z=24$ 이다.
$\therefore x+y+z=12(\text{cm})$ 이다.

22. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90°$ 인 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{BD}$ 는 $\angle B$ 의 이등분선이고 $\overline{BC} = 24\,\text{cm}$, $\overline{AD} = 7\,\text{cm}$ 일 때, $\triangle DBC$ 의 넓이를 구하여라.

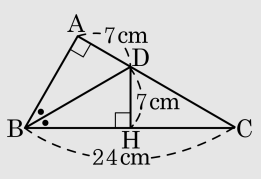


▶ 답 : _____ cm^2

▷ 정답 : $84\,\text{cm}^2$

해설

($\triangle DBC$의 넓이) $= 24 \times 7 \times \frac{1}{2} = 84\ (\text{cm}^2)$



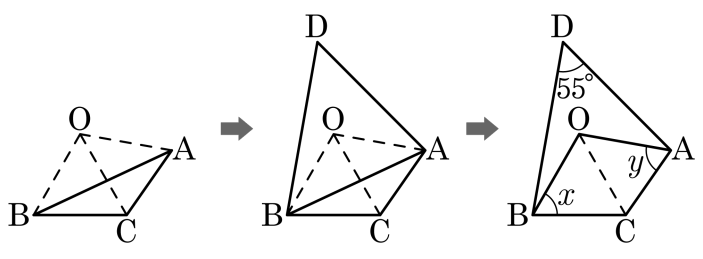
23. 어떤 직각삼각형 ABC 의 외접원의 원의 넓이가 36π cm^2 이라고 할 때, 이 직각삼각형의 빗변의 길이는?

① 4cm ② 6 cm ③ 9cm ④ 12cm ⑤ 18cm

해설

직각삼각형의 외심은 빗변의 중심에 위치하므로
△ABC 의 외접원의 중심은 빗변의 중점이다.
외접원의 넓이가 $36\pi cm^2$ 이므로 반지름의 길이는 6cm 이다.
따라서 이 삼각형의 빗변의 길이는 외접원의 지름의 길이와 같으므로 12cm 이다.

24. 점 O 를 외심으로 하는 $\triangle$ ABC 를 그리고, 다시 점 O 를 외심으로 하고 한 변을 $\overline{AB}$ 로 하는 $\triangle$ABD 를 만들면 $\angle BDA = 55°$ 이다. $\angle x + \angle y$ 의 값을 구하여라.



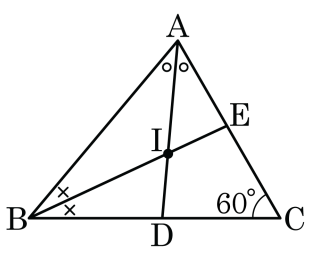
▶ 답 : _____ °

▷ 정답 : 125 °

해설

$\angle BDA = 55°$, $\angle BOA = 2\angle BDA = 110°$.
□AOBC 에서 $\angle BCA = \angle OBC + \angle OAC = \angle x + \angle y$ 이므로,
$\angle x + \angle y + \angle x + \angle y + 110° = 360°$, $\angle x + \angle y = 125°$

25. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이다. $\angle C = 60°$일 때, $\angle ADB$와 $\angle AEB$의 크기의 합은? (단, $\overline{AD}$와 $\overline{BE}$는 각각 $\angle A$와 $\angle B$의 내각의 이등분선이다.)



① 200° ② 180° ③ 160° ④ 140° ⑤ 120°

해설

$\triangle ABC$에서 세 내각의 합이 180°이므로

$2\circ + 2\times + 60° = 180°$

$\circ + \times = 60°$

삼각형의 세 내각의 합은 180°이므로

$\angle ADB = \angle x$, $\angle AEB = \angle y$라 하면

$\triangle ABE$에서 $2\circ + \times + \angle x = 180° \cdots$ ①

$\triangle ABD$에서 $\circ + 2\times + \angle y = 180° \cdots$ ②

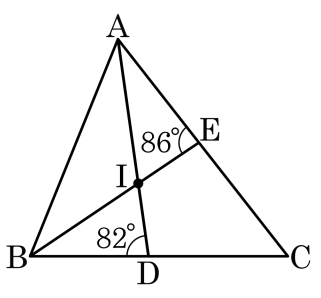
①+②를 하면

$3(\circ + \times) + (\angle x + \angle y) = 360°$

$\therefore\ 3 \times 60° + (\angle x + \angle y) = 360°$

$\therefore\ \angle x + \angle y = 180°$

26. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이다. $\angle ADB = 82°$, $\angle AEB = 86°$일 때, $\angle C = (\quad\quad)°$의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad °}$

▷ 정답 : $52\underline{°}$

해설

$\angle A = 2\angle x$, $\angle B = 2\angle y$라 하면, $\triangle ABE$에서

$2\angle x + \angle y + 86° = 180° \cdots$ ㉠

$\triangle ADB$에서 $\angle x + 2\angle y + 82° = 180° \cdots$ ㉡

㉠, ㉡ 에서 $\angle x = 30°$, $\angle y = 34°$

$\triangle ABC$에서 $60° + 68° + \angle C = 180°$이다.

$\therefore\ \angle C = 52°$

27. 세 변의 길이가 각각 10 cm, 24 cm, 26 cm 인 직각삼각형의 외접원과 내접원의 넓이의 합을 구하여라.

▶ 답 : _____ cm^2

▷ 정답 : 185π cm^2

해설

외접원의 반지름 : $\frac{26}{2} = 13(cm)$

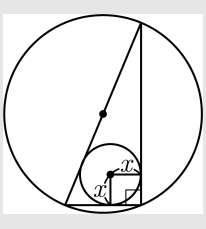
넓이 :$13 \times 13 \times \pi = 169\pi(cm^2)$

내접원의 반지름의 길이를 x 라 하면

$10 - x + 24 - x = 26$

$34 - 2x = 26, \quad -2x = -8$

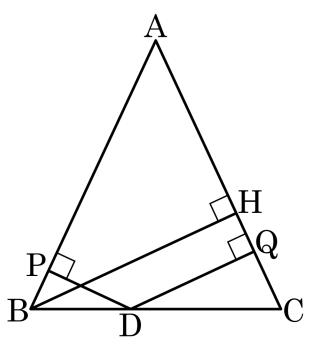
$\therefore x = 4$



넓이 : $4 \times 4 \times \pi = 16\pi(cm^2)$

$\therefore 169\pi + 16\pi = 185\pi(cm^2)$

28. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이다. $\overline{BC}$ 위의 한 점 D 에서 $\overline{AB}, \overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 각각 P, Q 라 할 때, $\overline{DP} = 4\text{cm}, \overline{DQ} = 6\text{cm}$ 이다. 점 B 에서 $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 길이를 구하여라.

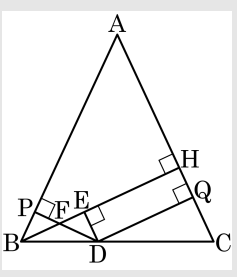


▶ 답 : _____ cm

▷ 정답 : 10 cm

해설

점 D 에 $\overline{BH}$ 에 내린 수선의 발을 E, $\overline{PD}$ 와 $\overline{BH}$ 의 교점을 F 라고 하면



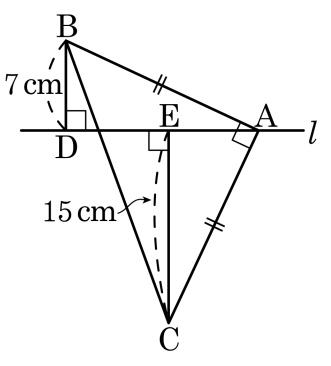
$\triangle PFB \equiv \triangle DFE$

$\overline{BF} + \overline{FE} = \overline{DF} + \overline{FP} = 4\,(\text{cm})$

$\overline{DQ} = \overline{EH} = 6\,(\text{cm})$

$\therefore \overline{BH} = \overline{BE} + \overline{EH} = 4 + 6 = 10\,(\text{cm})$

29. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90°$인 직각이등변삼각형 ABC가 있다. 두 점 B, C에서 점 A를 지나는 직선 l에 내린 수선의 발을 각각 D, E라 하고, $\overline{BD} = 7\,\text{cm}$, $\overline{CE} = 15\,\text{cm}$일 때, $\overline{DE}$의 길이를 구하여라.



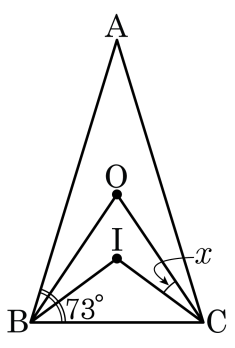
▶ 답 : _____ cm

▷ 정답 : 8 cm

해설

$\angle BAD = \angle ACE$,
$\triangle BDA \equiv \triangle AEC$ (RHA 합동)
$\overline{AD} = \overline{CE}$, $\overline{AE} = \overline{BD}$
$\overline{DE} = 15 - 7 = 8(\text{cm})$

30. 다음 그림에서 점 O, I 는 각각 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC 의 외심과 내심이다. $\angle ABC = 73°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : _____ °

▷ 정답 : 19.5 °

해설

$\angle BAC = 180° - 2 \times \angle ABC = 180° - 2 \times 73° = 34°$

$\therefore \angle BOC = 2\angle BAC = 2 \times 34° = 68°,$

$\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle BAC = 90° + \frac{1}{2} \times 34° = 107°$

따라서 $\triangle OBC, \triangle IBC$ 에서,

$\angle OCB = \frac{1}{2}(180° - 68°) = 56°$

$\angle ICB = \frac{1}{2}(180° - 107°) = 36.5°$

$\therefore \angle x = \angle OCB - \angle ICB = 56° - 36.5° = 19.5°$