1. 등식 $2x^2 - 6x - 2 = a(x+1)(x-2) + bx(x-2) + cx(x+1)$ 가 x 의 값에 관계없이 항상 성립할 때, 상수 $a+b+c$ 의 값을 구하면?

① 2 ② 1 ③ 0 ④ −1 ⑤ −2

해설

$x = 0$을 대입하면: $a = 1$
$x = -1$을 대입하면: $b = 2$
$x = 2$을 대입하면: $c = -1$
$\therefore\ a + b + c = 2$

2. 실수 x, y에 대하여 $x+y+(xy-1)i=2+i$일 때 x^2+y^2의 값은?

① 4 ② 2 ③ 1 ④ 0 ⑤ -1

해설

$x+y=2,\ xy-1=1 \quad \therefore xy=2$

$\therefore x^2+y^2=(x+y)^2-2xy=0$

3. 다음 계산 중 틀린 것은?

① $5i \times (-2i) \times i^3 = -10i$
② $i^3 + i^4 + i^5 + i^6 = 0$
③ $\sqrt{-8} \times \sqrt{-2} = 4$
④ $\sqrt{-2} + \sqrt{-8} = 3\sqrt{2}i$
⑤ -16 의 제곱근은 $\pm 4i$

해설

① $5i \times (-2i) \times i^3 = -10i^5 = -10(i^2)^2 \times i = -10i$
② $i^3 + i^4 + i^5 + i^6$
$= (i^2) \times i + (i^2)^2 + (i^2)^2 \times i + (i^2)^3$
$= -i + 1 + i - 1$
$= 0$
③ $\sqrt{-8} \times \sqrt{-2} = 2\sqrt{2}i \times \sqrt{2}i = -4$
④ $\sqrt{-2} + \sqrt{-8} = \sqrt{2}i + 2\sqrt{2}i = 3\sqrt{2}i$
⑤ -16 의 제곱근은 $\pm\sqrt{-16} = \pm 4i$

4. x에 대한 이차방정식 $x^2+(a-1)x+\frac{1}{4}a^2+a-2=0$이 서로 다른 두 실근을 가질 실수 a의 조건을 구하면?

① $a>1$ ② $a<\frac{3}{2}$ ③ $a<\frac{3}{4}$ ④ $a>\frac{3}{4}$ ⑤ $a<2$

해설

판별식을 D라고 하면,

$D=(a-1)^2-4\left(\frac{1}{4}a^2+a-2\right)=-6a+9$

서로 다른 두 실근을 가지려면 $D>0$이어야 하므로

$-6a+9>0$에서 $a<\frac{3}{2}$

5. 이차방정식 $2x^2-6x+4=0$의 두 근을 α, β라고 할 때, $\alpha^2+\beta^2$ 은?

① -9 ② -2 ③ 0 ④ 5 ⑤ 13

해설

$\alpha+\beta=3$, $\alpha\beta=2$

$\alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta=9-4=5$

6. 포물선 $y = -x^2 + kx$ 와 직선 $y = x + 1$ 이 서로 다른 두 점에서 만나기 위한 k 의 범위는?

① $k > 2,\ k < -1$ ② $k > 3,\ k < -1$ ③ $k > 1,\ k < -1$
④ $k > 3,\ k < -2$ ⑤ $k > 3,\ k < -3$

해설
포물선과 직선이 다른 두 점에서 만나므로
$-x^2 + kx = x + 1,\ x^2 + (1 - k)x + 1 = 0$ 에서
$\mathrm{D} = (1 - \mathrm{k})^2 - 4 > 0$
$k^2 - 2k - 3 = (k - 3)(k + 1) > 0$
$\therefore k > 3$ 또는 $k < -1$

7. 이차함수 $y = -2x^2 + 4x + 1$ 의 최댓값을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ -1 ⑤ -2

해설

$y = -2x^2 + 4x + 1$
$= -2(x-1)^2 + 3$
$x = 1$ 일 때, 최댓값 3을 갖는다.

8. $a < b$일 때, □안의 등호가 알맞은 것을 모두 고르면?

㉠ $a+2 \boxed{<} b+2$	㉡ $-a-4 \boxed{>} -b-4$
㉢ $\frac{1}{2}a+3 \boxed{>} \frac{1}{2}b+3$	㉣ $-\frac{a}{3} \boxed{<} -\frac{b}{3}$

① ㉠　② ㉠, ㉡　③ ㉡, ㉣
④ ㉠, ㉡, ㉢　⑤ ㉠, ㉡, ㉣

해설

㉢ 부등식의 양변에 양수를 곱하거나 같은 수를 더하더라도 부등호의 방향이 바뀌지 않으므로 $\frac{1}{2}a+3 < \frac{1}{2}b+3$

㉣ 부등식의 양변을 음수로 나누면 부등호의 방향이 바뀌므로 $-\frac{a}{3} > -\frac{b}{3}$

9. 연립부등식 $-2 < 3x + 4 \le 11$ 를 만족하는 정수를 모두 구하면?

① $-1, 0, 1$　② $0, 1, 2$　③ $-1, 0, 1, 2$
④ $-2, -1, 0, 1$　⑤ $0, 1, 2, 3$

해설

$$\begin{cases} -2 < 3x + 4 \\ 3x + 4 \le 11 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > -2 \\ x \le \frac{7}{3} \end{cases}$$

따라서 $-2 < x \le \frac{7}{3}$ 을 만족하는 정수는 : $-1, 0, 1, 2$ 이다.

10. 두 다항식 $A,\ B$에 대하여 연산 $A \ominus B$와 $A \otimes B$을 다음과 같이 정의하기로 한다.

$A \ominus B = A - 3B,\ A \otimes B = (A + B)B$

$P = 2x^3 + 2x^2y + 3xy^2 - y^3,\ Q = x^3 + x^2y + xy^2$이라 할 때, $(P \ominus Q) \otimes Q$를 x, y에 관한 다항식으로 나타내면?

① $x^4y^2 + xy^5$　② $x^4y^2 - xy^5$　③ $x^3y^2 - xy^4$

④ $x^3y^2 + xy^4$　⑤ $2x^3y^2 - xy^4$

해설

정의에 따라 $(P \ominus Q) \otimes Q$를 변형하면

$$\begin{aligned}(P \ominus Q) \otimes Q &= (P - 3Q) \otimes Q \\ &= (P - 3Q + Q)Q \\ &= (P - 2Q)Q \quad \cdots \text{①}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}&P - 2Q \\ &= 2x^3 + 2x^2y + 3xy^2 - y^3 - 2(x^3 + x^2y + xy^2) \\ &= xy^2 - y^3\end{aligned}$$

이므로 ①식은

$$\begin{aligned}(P \ominus Q) \otimes Q &= (xy^2 - y^3)(x^3 + x^2y + xy^2) \\ &= x^4y^2 + x^3y^3 + x^2y^4 - x^3y^3 \\ &\quad - x^2y^4 - xy^5 \\ &= x^4y^2 - xy^5\end{aligned}$$

11. 다음 중 다항식의 전개가 잘못된 것은?

① $(x+1)\left(x^2-x+1\right)=x^3+1$

② $(a+2b-3c)^2=a^2+4b^2+9c^2+4ab-12bc-6ac$

③ $(x+2)\left(x^2-2x+4\right)=x^3+8$

④ $\left(x^2-xy+y^2\right)\left(x^2+xy+y^2\right)=x^4-x^2y^2+y^4$

⑤ $(x-1)^2(x+1)^2=x^4-2x^2+1$

해설

④ $\left(x^2-xy+y^2\right)\left(x^2+xy+y^2\right)$
$=(x^2+y^2)^2-(xy)^2$
$=x^4+x^2y^2+y^4$

12. $x^4 + 3x^2 + 4 = (x^2 + x + 2)(x^2 + ax + b)$ 일 때, 상수 a, b 의 곱을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -2

해설

(좌 변) $= (x^2 + 2)^2 - x^2$

$= (x^2 + x + 2)(x^2 - x + 2)$

$\therefore\ a = -1,\ b = 2$

$\therefore ab = -1 \times 2 = -2$

13. x^3-4x^2+x+6을 인수분해하면 $(x+a)(x+b)(x+c)$이다. $a^2+b^2+c^2$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

$f(x)=x^3-4x^2+x+6$이라 놓으면,
$x=-1$일 때, $-1-4-1+6=0$
따라서, $f(x)$는 $(x+1)$로 나누어 떨어진다.
즉, $f(x)$는 $(x+1)$의 인수를 갖는다.
즉, $f(x)=(x+1)Q(x)$꼴
$Q(x)$는 조립제법으로 구한다.

$$\begin{array}{r|rrrr} -1 & 1 & -4 & 1 & 6 \\ & & -1 & 5 & -6 \\ \hline & 1 & -5 & 6 & \boxed{0} \end{array}$$

$f(x)=(x^2-5x+6)(x+1)$
$\therefore\ f(x)=(x-3)(x-2)(x+1)$
$\therefore\ a^2+b^2+c^2=(-3)^2+(-2)^2+1^2=14$

14. 다음 세 다항식에서 최대공약수를 구하면?

$2x^2-3x+1,\quad 3x^2-x-2,\quad x^2+3x-4$

① $x-1$ ② $2x-1$ ③ $x-2$
④ $x+3$ ⑤ $x+1$

해설
$2x^2-3x+1=(2x-1)(x-1)$
$3x^2-x-2=(3x+2)(x-1)$
$x^2+3x-4=(x+4)(x-1)$
따라서 최대 공약수는 $x-1$이다.

15. 이차식 $x^2 - 2(k-1)x + 2k^2 - 6k + 4$가 x에 대하여 완전제곱식이 될 때, 상수 k의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

이차식이 완전제곱식이 되면
이차방정식 $x^2 - 2(k-1)x + 2k^2 - 6k + 4 = 0$
이 중근을 갖는다.
따라서, $\frac{D}{4} = (k-1)^2 - (2k^2 - 6k + 4) = 0$
위의 식을 정리하면
$-k^2 + 4k - 3 = 0$
$k^2 - 4k + 3 = 0$
$(k-1)(k-3) = 0$에서
$k = 1$ 또는 $k = 3$

16. 다음 중 방정식 $x^4-3x^3+5x^2-x-10=0$의 근이 <u>아닌</u> 것은?

① -1　　② 1　　③ 2

④ $1+2i$　　⑤ $1-2i$

해설

조립제법을 이용하여 주어진 식을 인수분해 하면

$x^4-3x^3+5x^2-x-10=0$

$(x+1)(x^3-4x^2+9x-10)=0$

$(x+1)(x-2)(x^2-2x+5)=0$

$(x+1)(x-2)(x-1-2i)(x-1+2i)=0$

$\therefore\ x=-1,\ 2,\ 1+2i,\ 1-2i$

따라서 근이 아닌 것은 1이다.

17. $a > 0,\ b < 0,\ a + b < 0$일 때, 다음 중 가장 큰 값은?

① a ② b ③ $a - b$ ④ $-a$ ⑤ $-b$

해설

$a > 0,\ b < 0$에서 $a > b,\ a - b > b$
$a + b < 0$에서 $b < -a,\ a < -b$
따라서 $b < -a < 0 < a < -b < a - b$ 이므로,
제일 큰 수는 $a - b$

18. 연속하는 세 홀수의 합이 45 보다 크고 55 보다 작을 때, 세 홀수를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

▷ 정답 : 17

▷ 정답 : 19

해설

연속하는 세 홀수를 $x-2, x, x+2$ 라 하면
$45 < (x-2)+x+(x+2) < 55$
$45 < 3x < 55$
$\rightarrow \begin{cases} 45 < 3x \\ 3x < 55 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x > 15 \\ x < \frac{55}{3} \end{cases} \rightarrow 15 < x < \frac{55}{3}$
$\therefore \ x = 16, \ 17, \ 18$
x 는 홀수이므로 17 이다.
따라서 세 홀수는 15 , 17 , 19 이다.

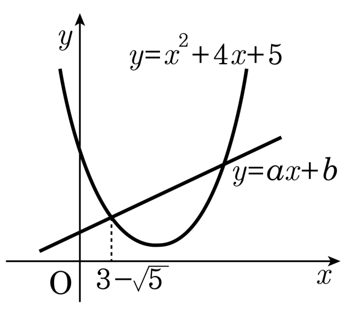
19. 다항식 $f(x)$ 를 $x+\frac{1}{3}$ 으로 나누었을 때, 몫과 나머지를 $Q(x)$, R 라고 한다. 이 때, $f(x)$ 를 $3x+1$ 으로 나눈 몫과 나머지를 구하면?

① $Q(x)$, R　② $3Q(x)$, $3R$　③ $3Q(x)$, R
④ $\frac{1}{3}Q(x)$, R　⑤ $\frac{1}{3}Q(x)$, $\frac{1}{3}R$

해설

$f(x)=Q(x)\left(x+\frac{1}{3}\right)+R=\frac{1}{3}Q(x)(3x+1)+R$

20. 다음 그림과 같이 포물선 $y = x^2 - 4x + 5$ 와 직선 $y = ax + b$ 의 두 교점 중 한 교점의 x 좌표가 $3 - \sqrt{5}$ 일 때, 유리수 a, b 의 합 $a + b$ 의 값은?



① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

연립방정식 $y = x^2 - 4x + 5$, $y = ax + b$ 에서
y 를 소거하면 $x^2 - 4x + 5 = ax + b$
$x^2 - (4 + a)x + 5 - b = 0 \cdots$ ㉠
이 때, 계수가 유리수인 방정식 ㉠의 한 근이
$3 - \sqrt{5}$ 이므로 $3 + \sqrt{5}$ 도 근이 된다.
$\therefore\ (3 - \sqrt{5}) + (3 + \sqrt{5}) = 4 + a$
$(3 - \sqrt{5})(3 + \sqrt{5}) = 5 - b$
$\therefore\ a = 2,\ b = 1$
$\therefore a + b = 3$

21. 최솟값이 -5 이고, 대칭축이 $x=-1$ 인 이차함수의 식이 $y=2(x+p)^2+q$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -4

해설

최솟값이 -5 이므로 $q=-5$
대칭축이 $x=-1$ 이므로 $p=1$
$\therefore p+q=1-5=-4$

22. 함수 $y=(x^2-2x+3)^2-2(x^2-2x+3)+1$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

$t=x^2-2x+3$ 으로 놓으면
$y=t^2-2t+1=(t-1)^2\cdots$ ㉠
또, $t=(x-1)^2+2$ 이므로
$t\geq 2\cdots$ ㉡
㉡의 범위에서 ㉠의 최솟값은
$t=2$일 때 1이다.

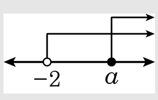
23. 연립부등식 $\begin{cases} x < -2 \\ x \geq a \end{cases}$ 의 해집합이 공집합일 때, a 의 값이 될 수 있는 가장 작은 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

공집합이므로 $a \geq -2$ 이다.
따라서 가장 작은 정수는 -2 이다.



24. 어떤 직사각형의 세로의 길이가 가로의 길이에서 1cm 을 더한 후 2 배한 것과 같다고 한다. 이 직사각형의 둘레의 길이가 20cm 이상 35 cm 미만이고, 가로의 길이를 $x$cm 라 할 때, x의 범위로 옳은 것은?

① $\frac{8}{3} \le x \le \frac{31}{6}$ ② $\frac{8}{3} < x \le \frac{31}{6}$ ③ $\frac{8}{3} < x < \frac{31}{6}$
④ $\frac{8}{3} \le x < \frac{31}{6}$ ⑤ $\frac{8}{3} \le x$

해설

가로의 길이를 $x$cm라고 하면 세로의 길이를 $2(x+1)$ cm이다. 이러한 직사각형의 둘레의 길이를 식으로 나타내면 $2x+2\times2(x+1)$이고, 정리하면 $6x+4$ 이다. 둘레의 길이가 20cm 이상 35cm 미만을 식으로 표현하면, $20 \le 6x+4 < 35$ 이므로 이를 연립 부등식으로 바꾸면 $\begin{cases} 20 \le 6x+4 \\ 6x+4 < 35 \end{cases}$ 이고 정리하면 $\begin{cases} x \ge \frac{8}{3} \\ x < \frac{31}{6} \end{cases}$ 이다.

따라서 가로의 길이의 범위는 $\frac{8}{3} \le x < \frac{31}{6}$ 이다.

25. 다음 중 옳은 것은 모두 몇 개인가?

㉠ $a \geq b$ 일 때, 연립부등식 $\begin{cases} x > a \\ x < b \end{cases}$ 의 해는 없다.

㉡ $a \geq b$ 일 때, 연립부등식 $\begin{cases} x > a \\ x > b \end{cases}$ 의 해는 $x > a$ 이다.

㉢ $a > b$ 일 때, 연립부등식 $\begin{cases} x > a \\ x \leq b \end{cases}$ 의 해는 없다.

㉣ $a < b$ 일 때, 연립부등식 $\begin{cases} x < -a+1 \\ x-1 > -b \end{cases}$ 의 해는 없다.

㉤ $a = b$ 일 때, 연립부등식 $\begin{cases} x \geq a \\ x \leq b \end{cases}$ 의 해는 1개이다.

▶ 답: ______ 개

▷ 정답: 4개

해설

㉠, ㉡, ㉢, ㉤은 모두 옳다.

㉣ $a < b$ 의 양변에 -1 을 곱하면 $-a > -b$

$-a > -b$ 의 양변에 같은 수 1 을 더하면 $1-a > 1-b$

$\begin{cases} x < -a+1 \\ x-1 > -b \end{cases}$ 을 정리하면 $\begin{cases} x < -a+1 \\ x > -b+1 \end{cases}$

그런데 위에서 $1-b < 1-a$ 가 성립되었기 때문에 $-b+1 < x < -a+1$ 이 성립한다.

따라서 해가 있다.