

1. 다음 중 다항식의 계산결과가 잘못된 것은?

① $(5x - y) + (3x - 2y) = 8x - 3y$

② $(5x^3 + x^2 - 6x + 7) - (2x^3 - 4x^2 - 1) = 3x^3 + 5x^2 - 6x + 8$

③ $(xy + xy^2 - x^2) - (3x^2 - xy)$
 $= 2xy + xy^2 - 4x^2$

④ $(x^2 + 1)(3x^2 - 2x - 1)$
 $= 3x^4 - 2x^3 - 2x^2 + 2x - 1$

⑤ $(x^3 - 3xy^2 - 2y^3) \div (x + y) = x^2 - xy - 2y^2$

해설

$$(x^2 + 1)(3x^2 - 2x - 1) = 3x^4 - 2x^3 + 2x^2 - 2x - 1$$

2. $3(4x + 5\pi) = P$ 일 때, $6(8x + 10\pi)$ 는?

- ① $2P$ ② $4P$ ③ $6P$ ④ $8P$ ⑤ $18P$

해설

$$6(8x + 10\pi) = 6 \cdot 2(4x + 5\pi) = 4 \cdot 3(4x + 5\pi) = 4P$$

3. 두 다항식 $x^2 + ax - 2$, $x^2 + 3x + b$ 의 최대공약수가 $x - 1$ 일 때, 두 실수 a, b 의 합 $a + b$ 의 값은?

① -3 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 3

해설

최대공약수가 $x - 1$ 이므로 각각의 식에 $x = 1$ 을 대입하면 0이 된다.

$$\therefore 1 + a - 2 = 0, 1 + 3 + b = 0 \text{에서 } a = 1, b = -4$$

$$\therefore a + b = -3$$

4. $(x-2)+3yi=0$ 를 만족하는 실수 x, y 의 합을 구하여라.(단, $i=\sqrt{-1}$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$x-2=0, 3y=0$$

$$x=2, y=0 \rightarrow x+y=2$$

5. 방정식 $|x - 1| = 5$ 의 모든 해의 합은?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$|x - 1| = 5$ 에서 $x - 1 = \pm 5$

(i) $x - 1 = 5$ 일 때, $x = 6$

(ii) $x - 1 = -5$ 일 때, $x = -4$

따라서 방정식의 두 실근의 합은

$6 + (-4) = 2$

6. 이차방정식 $x^2 - x + 4 = 0$ 의 근을 구하면?

- ① $x = 1 \pm \sqrt{3}$ ② $x = 1 \pm \sqrt{15}$ ③ $x = -1 \pm \sqrt{15}i$
④ $x = \frac{1 \pm \sqrt{3}i}{2}$ ⑤ $x = \frac{1 \pm \sqrt{15}i}{2}$

해설

근의 공식을 이용한다.

$$x^2 - x + 4 = 0, \quad x = \frac{1 \pm \sqrt{15}i}{2}$$

7. 이차함수 $y = 2x^2 + kx - k$ 의 그래프가 x 축과 만나도록 하는 상수 k 의 값이 아닌 것은?

① -8 ② -1 ③ 0 ④ 5 ⑤ 8

해설

이차방정식 $2x^2 + kx - k = 0$ 에서 $D = k^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-k) \geq 0$ 이어야 하므로

$$k^2 + 8k \geq 0, \quad k(k + 8) \geq 0$$

$$\therefore k \leq -8 \text{ 또는 } k \geq 0$$

따라서 위의 k 의 값의 범위에 속하지 않는 것은 ②이다.

8. 이차함수 $y = -2x^2 + 4x - 1$ 의 최댓값과 최솟값은?

- ㉠ 최댓값 : 1, 최솟값 : 없다
- ㉡ 최댓값 : 1, 최솟값 : -5
- ㉢ 최댓값 : 4, 최솟값 : 없다
- ㉣ 최댓값 : 없다, 최솟값 : 1
- ㉤ 최댓값 : 1, 최솟값 : -3

해설

$y = -2x^2 + 4x - 1$
 $= -2(x - 1)^2 + 1$
 $x = 1$ 일 때, 최댓값 1을 갖는다.
또한, x^2 의 계수가 음수이므로 최솟값은 없다.

9. 세 실수 a, b, c 에 대하여 다음 중 항상 옳은 것은?

- ① $a > b$ 이면 $a^2 > b^2$
- ② $a > b$ 이면 $a - c < b - c$
- ③ $a < b < 0$ 이면 $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$
- ④ $ac > bc$ 이면 $a > b, c > 0$
- ⑤ $a^2 + b^2 + c^2 \leq ab + bc + ca$

해설

- ① $a > 0 > b$ 인 경우에서 $|b| > |a|$ 라면 제곱 값에 대해서는 $b^2 > a^2$ 의 결과가 나온다.
- ② 부등식의 기본 성질로 양변에 같은 수를 빼서는 부호가 바뀌지 않는다.
- ④ $a > b, c > 0$ 이면 $ac > bc$ 일 수는 있으나 보기 ④번 같은 경우에는 $ac > bc$ 이면 $a < b, c < 0$ 인 경우도 있기 때문에 성립하지 않는다.
- ⑤ 주어진 식의 양변에 2를 곱하고 좌변으로 몰아 정리하면
$$2a^2 + 2b^2 + 2c^2 - 2ab - 2bc - 2ca \geq 0$$
$$(a^2 - 2ab + b^2) + (b^2 - 2bc + c^2) + (c^2 - 2ca + a^2) \geq 0$$
$$(a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2 \geq 0$$
위와 같이 되므로 세 실수 사이의 관계가
$$a - b = 0, b - c = 0, c - a = 0$$
을 성립하지 않으면 성립하지 않는 보기이다.

10. 다항식 $2x^3 + x^2 + 3x$ 를 $x^2 + 1$ 로 나눈 나머지는?

① $x - 1$

② x

③ 1

④ $x + 3$

⑤ $3x - 1$

해설

직접 나누어보면

$$(2x + 1) + \frac{x - 1}{x^2 + 1}$$

몫 : $2x + 1$, 나머지 : $x - 1$

11. $f(x) = x^3 - ax^2 + bx - 2$ 가 $(x-1)(x+2)$ 로 나누어 떨어지도록 상수 $a+b$ 의 값을 정하십시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

$f(x) = x^3 - ax^2 + bx - 2$ 라 놓으면,

$$f(1) = 1 - a + b - 2 = 0$$

$$\therefore -a + b = 1 \cdots \textcircled{1}$$

$$f(-2) = -8 - 4a - 2b - 2 = 0$$

$$\therefore 2a + b = -5 \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{에서 } a = -2, b = -1$$

12. $(x^2 + x)(x^2 + x + 1) - 6$ 을 인수분해하면?

- ① $(x - 1)(x + 2)(x^2 + x + 3)$ ② $(x - 1)(x + 2)(x^2 + x - 3)$
③ $(x - 2)(x + 1)(x^2 + x + 3)$ ④ $(x - 1)(x + 2)(x^2 - x + 3)$
⑤ $(x + 1)(x - 2)(x^2 - x + 3)$

해설

$$\begin{aligned}x^2 + x &= X \text{라 하자.} \\(\text{준식}) &= X(X + 1) - 6 \\&= X^2 + X - 6 \\&= (X + 3)(X - 2) \\&= (x^2 + x + 3)(x^2 + x - 2) \\&= (x - 1)(x + 2)(x^2 + x + 3)\end{aligned}$$

13. $\frac{5}{1+2i} = x+yi$ 를 만족하는 실수 x, y 의 합을 구하여라.(단, $i = \sqrt{-1}$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $x+y = -1$

해설

$$\frac{5}{1+2i} = \frac{5(1-2i)}{(1+2i)(1-2i)} = \frac{5(1-2i)}{5} = 1-2i$$

$$1-2i = x+yi$$

$$x = 1, y = -2, x+y = -1$$

14. 이차방정식 $x^2 + (a+2)x + 1 = 0$ 이 중근을 갖도록 하는 모든 실수 a 의 값의 합을 구하면?

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

주어진 이차방정식이 중근을 가지려면

$D = (a+2)^2 - 4 = 0$ 이므로

$a^2 + 4a + 4 - 4 = a^2 + 4a = 0$

따라서 $a = 0$ 또는 $a = -4$

따라서 상수 a 의 값의 합은 -4

15. 다음 방정식의 모든 해의 합을 구하여라.

$$x^4 - 13x^2 + 36 = 0$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$x^4 - 13x^2 + 36 = 0$ 에서
 $x^2 = t$ 로 놓으면
 $t^2 - 13t + 36 = 0, (t - 4)(t - 9) = 0$
 $\therefore t = 4$ 또는 $t = 9$
(i) $t = 4$ 일 때, $x^2 = 4$
 $\therefore x = \pm 2$
(ii) $t = 9$ 일 때, $x^2 = 9$
 $\therefore x = \pm 3$
따라서 모든 해의 합은
 $(-2) + 2 + (-3) + 3 = 0$

16. 다음 중 $1+i$ 가 하나의 근이며 중근을 갖는 사차방정식은?

- ① $(x^2 - 2x + 2)(x^2 - 2x + 1)$
② $(x^2 - 2x + 2)(x - 1)(x + 1)$
③ $(x^2 - 1)(x^2 - 2x - 1)$
④ $(x^2 + 1)(x - 1)(x + 1)$
⑤ $(x^2 + 1)(x^2 - 2x + 1)$

해설

한 근이 $1+i$ 이면
다른 한 근은 $1-i$ 이다.
 $\therefore \{x - (1+i)\} \{x - (1-i)\} = 0$
 $\Rightarrow x^2 - 2x + 2 = 0$
주어진 조건에 맞는 방정식:
 $(x^2 - 2x + 2)(x - \alpha)^2 = 0$
 $\therefore$ ①이 조건에 맞다

17. 부등식 $ax - b^2 > bx + a^2 - 8$ 의 해가 모든 실수이기 위한 a 의 조건은?
(a, b 는 실수)

① $a = b$ 이고 $-1 < a < 1$

② $a = b$ 이고 $-2 < a < 2$

③ $a = b$ 이고 $-3 < a < 3$

④ $a = b$ 이고 $-4 < a < 4$

⑤ $a = b$ 이고 $-5 < a < 5$

해설

$ax - b^2 > bx + a^2 - 8$ 에서

$(a - b)x - b^2 - a^2 + 8 > 0$ 이 모든 x 에 대해서 성립해야 하므로

$a = b$

$\therefore -2a^2 + 8 > 0 \quad 2a^2 < 8$

$\therefore a^2 < 4$ 이므로 $-2 < a < 2$

즉 $a = b$ 이고 $-2 < a < 2$

18. 연립부등식 $2x + a < x + 2 < 4(x - 1)$ 의 해가 $b < x < 5$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① -5

② -1

③ 1

④ 3

⑤ 5

해설

$$2x + a < x + 2 < 4(x - 1)$$

$$2x + a < x + 2 \rightarrow x < 2 - a$$

$$x + 2 < 4(x - 1) \rightarrow x > 2$$

$$2 < x < 2 - a \text{ 가 } b < x < 5 \text{ 이므로 } a = -3, b = 2$$

$$\therefore a + b = -1$$

19. $\frac{2x+3a}{4x+1}$ 가 x 에 관계없이 일정한 값을 가질 때, $12a$ 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : $12a = 2$

해설

$\frac{2x+3a}{4x+1} = k$ (일정값 = k)라 놓으면 $2x+3a = k(4x+1)$ 에서

$$(2-4k)x + 3a - k = 0$$

이 식은 x 에 대한 항등식이므로,

$$2-4k = 0, 3a - k = 0$$

$$k = \frac{1}{2} \text{ 이므로 } 3a = k \text{ 에서 } a = \frac{1}{6}$$

$$\therefore 12a = 2$$

20. 다항식 $2x^3 + ax^2 + x + b$ 가 $x^2 - x + 1$ 로 나누어떨어질 때, $a - b$ 의 값은?

① -4

② -2

③ 2

④ 3

⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} & 2x^3 + ax^2 + x + b \\ &= (x^2 - x + 1)(2x + c) \\ &= 2x^3 + (c - 2)x^2 + (2 - c)x + c \\ \therefore & a = c - 2, 1 = 2 - c, b = c \\ & c = 1 \text{ 이므로 } a = -1, b = 1 \\ \therefore & a - b = -2 \end{aligned}$$

21. 등식 $3x^3 - x + 2 = a(x-1)^3 + b(x-1)^2 + c(x-1) + d$ 가 x 에 관한 항등식이 되도록 상수 a, b, c, d 의 값을 정하면?
- ① $a = 3, b = 7, c = -4, d = 4$
- ② $a = 3, b = 9, c = 8, d = 4$
- ③ $a = 2, b = 9, c = 6, d = 4$
- ④ $a = 1, b = 3, c = 8, d = 4$
- ⑤ $a = 2, b = -9, c = 6, d = 4$

해설

$$\begin{array}{r|rrrr}
 1 & 3 & 0 & -1 & 2 \\
 & & 3 & 3 & 2 \\
 1 & 3 & 3 & 2 & 4 \leftarrow d \\
 & & 3 & 6 & \\
 1 & 3 & 6 & 8 & \leftarrow c \\
 & & 3 & & \\
 & 3 & 9 & \leftarrow b \\
 & \uparrow & & \\
 & a & &
 \end{array}$$

$\therefore a = 3, b = 9, c = 8, d = 4$

해설

- (i) $x - 1 = y$ 로 놓으면 $x = y + 1$ 이므로
- $$3(y+1)^3 - (y+1) + 2 = ay^3 + by^2 + cy + d$$
- $$\therefore 3y^3 + 9y^2 + 8y + 4 = ay^3 + by^2 + cy + d$$
- $$\therefore a = 3, b = 9, c = 8, d = 4$$
- (ii) x 대신 $-1, 0, 1, 2$ 를 대입하면,
- $$x = 0 \text{ 대입 : } 2 = -a + b - c + d \cdots \textcircled{1}$$
- $$x = -1 \text{ 대입 : } 0 = -8a + 4b - 2c + d \cdots \textcircled{2}$$
- $$x = 1 \text{ 대입 : } 4 = d \cdots \textcircled{3}$$
- $$x = 2 \text{ 대입 : } 24 = a + b + c + d \cdots \textcircled{4}$$
- ①, ②, ③, ④를 연립하여 풀면,
- $$\therefore a = 3, b = 9, c = 8, d = 4$$

22. $z = 1 + i$ 일 때, $\frac{\bar{z}-1}{z} - \frac{z-1}{\bar{z}}$ 의 값을 구하면?

- ① $-i$ ② i ③ $-2i$ ④ $2i$ ⑤ $3i$

해설

$$\begin{aligned}\bar{z} &= 1 - i \\ \frac{\bar{z}-1}{z} - \frac{z-1}{\bar{z}} &= \frac{-i}{1+i} - \frac{i}{1-i} \\ &= -\frac{2i}{(1+i)(1-i)} \\ &= -i\end{aligned}$$

23. 이차방정식 $x^2 - ax + b = 0$ 의 두 근이 $a - 1$, $b - 1$ 일 때, ab 의 값은?

① 0

② 2

③ 4

④ 6

⑤ 8

해설

$x^2 - ax + b = 0$ 의 두 근이 $a - 1$, $b - 1$ 이므로

두 근의 합은 $a + b - 2 = a$

$b - 2 = 0$ 이므로 $b = 2$

두 근의 곱은

$$(a - 1)(b - 1) = ab - a - b + 1$$

$$= 2a - a - 2 + 1 = a - 1 = 2$$

따라서 $a = 3$ 따라서 $ab = 2 \cdot 3 = 6$

24. 이차함수 $y = ax^2 - 2ax - 3$ 의 최솟값이 -4 일 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$\begin{aligned} y &= a(x^2 - 2x + 1) - a - 3 = a(x - 1)^2 - a - 3 \\ -a - 3 &= -4 \\ \therefore a &= 1 \end{aligned}$$

25. x 에 대한 두 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$, $x^2 + bx + a = 0$ 이 한 개의 공통근 α 를 가지고, 공통이 아닌 두 근의 비가 $3 : 5$ 일 때, $a - b$ 의 값을 구하면?

- ① $-\frac{1}{2}$ ② $-\frac{1}{3}$ ③ $-\frac{1}{4}$ ④ $-\frac{1}{5}$ ⑤ 0

해설

공통근이 α 이므로 $\alpha^2 + a\alpha + b = 0 \cdots \text{㉠}$
 $\alpha^2 + b\alpha + a = 0 \cdots \text{㉡}$
 $\text{㉠} - \text{㉡}$ 에서 $(a - b)(\alpha - 1) = 0$
 $a = b$ 이면 모순이므로 $a \neq b \therefore \alpha = 1$
 $x^2 + ax + b = 0$, $x^2 + bx + a = 0$ 의 공통이 아닌 근을 각각 β , γ 라 하면 근과 계수와의 관계에 의하여 $1 \cdot \beta = b$, $1 \cdot \gamma = a$ 따라서, 공통이 아닌 두 근의 비는
 $\beta : \gamma = b : a = 3 : 5 \cdots \text{㉢}$
한편, ㉠ 에 $\alpha = 1$ 을 대입하면 $a + b + 1 = 0 \cdots \text{㉣}$
 ㉢ , ㉣ 에서 $a = -\frac{5}{8}$, $b = -\frac{3}{8}$
 $\therefore a - b = -\frac{1}{4}$