1. 두 점 A $(-2, 2)$, B $(5, 5)$ 에서 같은 거리에 있는 x 축 위의 점 P 의 좌표는?

① $(1, 0)$ ② $\left(\frac{3}{2}, 0\right)$ ③ $(2, 0)$

④ $(3, 0)$ ⑤ $(4, 0)$

해설

x 축 위의 점을 P $(x, 0)$ 이라 하면, $\overline{AP}^2 = \overline{BP}^2$ 이므로

$(x+2)^2 + 2^2 = (x-5)^2 + 5^2 \Rightarrow 14x = 42 \Rightarrow x = 3$

$\therefore$ P $(3, 0)$

2. 두 점 $A(6,\ -4)$, $B(1,\ 1)$ 을 이은 선분 AB를 $2:3$ 으로 내분하는 점을 P, 외분하는 점을 Q라 할 때, 선분 PQ의 중점의 좌표는?

① $(8,\ -10)$ ② $(8,\ -8)$ ③ $(8,\ -6)$

④ $(10,\ -8)$ ⑤ $(10,\ -6)$

해설

$$P\left(\frac{2\times1+3\times6}{2+3},\ \frac{2\times1+3\times(-4)}{2+3}\right)=(4,\ -2)$$

$$Q\left(\frac{2\times1-3\times6}{2-3},\ \frac{2\times1-3\times(-4)}{2-3}\right)=(16,\ -14)$$

따라서 선분 PQ 의 중점의 좌표는

$$\left(\frac{4+16}{2},\ \frac{-2+(-14)}{2}\right)$$

$\therefore\ (10,\ -8)$

3. 직선 $y = 2x - 1$ 에 대하여 x 의 값이 -1 에서 2 까지 3 만큼 증가할 때, y 값의 증가량은?

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

직선 $y = 2x - 1$ 의 기울기는 2 이므로,

$$2 = \frac{(y\text{값의증가량})}{(x\text{값의증가량})} = \frac{(y\text{값의증가량})}{3}$$

$\therefore$ y 값의 증가량은 6 이다.

4. 점 $(1, 2)$ 를 지나고, x 축에 평행한 직선의 방정식을 구하여라

▶ 답 :

▷ 정답 : $y = 2$

해설

점 $(1,\ 2)$ 를 지나고 x 축에 평행한 직선이므로

$\therefore\ y = 2$

5. 점 $(3, -3)$와 직선 $x - y - 4 = 0$ 사이의 거리를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{2}$

해설

$$d = \frac{|3 \times 1 + (-3) \times (-1) + (-4)|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} = \sqrt{2}$$

6. 평행이동 $T:(x,\ y) \to (x+3,\ y+2)$ 에 의하여 점 $(-1,\ 3)$ 이 옮겨지는 점의 좌표를 구하면?

① $(1,\ 3)$ ② $(4,\ 6)$ ③ $(2,\ 5)$ ④ $(3,\ 9)$ ⑤ $(5,\ 6)$

해설

평행이동 T 는 x 축의 방향으로 3 만큼, y 축의 방향으로 2 만큼 옮기는 것이다.
구하는 점의 좌표는 $(-1+3,\ 3+2)$,
즉 $(2,\ 5)$

7. 점 (2, 3) 을 x 축, y 축에 대하여 대칭이동한 점을 각각 P, Q 라 할 때, 점 P, Q 의 좌표는?

① P(2, 3), Q(−2, 3)
② P(2, −3), Q(2, 3)
③ P(2, −3), Q(−2, 3)
④ P(−2, 3), Q(2, −3)
⑤ P(3, −2), Q(−3, 2)

해설

점 (x, y) 를
1) x 축에 대하여 대칭이동하면 : $(x, -y)$
2) y 축에 대하여 대칭이동하면 : $(-x, y)$
3) 원점에 대하여 대칭이동하면 : $(-x, -y)$
4) 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동하면
: (y, x)
점 (2, 3) 을 x 축에 대하여 대칭이동한 점
:P(2, −3)
점 (2, 3) 을 y 축에 대하여 대칭이동한점
:Q(−2, 3)

8. y절편이 3이고, 직선 $2x+y-1=0$에 수직인 직선의 방정식은?

① $y=-2x+3$ ② $y=-\frac{1}{2}x-3$ ③ $y=-x+3$

④ $y=\frac{1}{2}x-3$ ⑤ $y=\frac{1}{2}x+3$

해설

두 직선이 수직일 조건은
기울기의 곱이 -1일 때이다.
$2x+y-1=0$에서 $y=-2x+1$
구하고자 하는 직선의 방정식을
$y=mx+3$이라면

$$m\times(-2)=-1,\quad \therefore\ m=\frac{1}{2}$$

$$\therefore\ y=\frac{1}{2}x+3$$

9. 직선 $x+ay+3=0$이 $2x-3y-5=0$에 평행하도록 상수 a의 값은?

① $\frac{3}{2}$ ② $-\frac{3}{2}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ $-\frac{2}{3}$ ⑤ $-\frac{3}{4}$

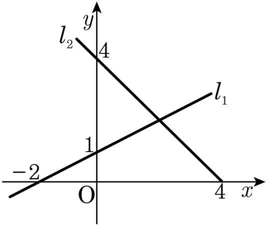
해설

두 직선 $x+ay+3=0,\ 2x-3y-5=0$이 평행

$\frac{2}{1}=\frac{-3}{a}\neq\frac{-5}{3}$, 즉 $\frac{2}{1}=\frac{-3}{a}$

$\therefore\ a=-\frac{3}{2}$

10. 다음 그림과 같은 좌표평면 위의 두 직선 l_1, l_2 의 교점과 원점을 지나는 직선의 방정식은 $y = ax$ 이다. 이때, a 의 값은?



① $\frac{1}{3}$　　② $\frac{1}{2}$　　③ 1
④ $\frac{4}{3}$　　⑤ $\frac{3}{2}$

해설

직선 l_1 은 x절편이 -2이고,
y절편이 1이므로 $\frac{x}{-2} + \frac{y}{1} = 1$에서
$x - 2y = -2 \cdots\cdots$ ㉠
직선 l_2는 x절편이 4이고, y절편이 4이므로
$\frac{x}{4} + \frac{y}{4} = 1$에서
$x + y = 4 \cdots\cdots$ ㉡
㉠, ㉡을 연립하면 풀면 $x = 2, y = 2$
따라서, 구하는 직선의 방정식은 $y = x$
$\therefore\ a = 1$

11. 좌표평면 위에서 원점과 직선 $x-y-3+k(x+y)=0$ 사이의 거리를 $f(k)$ 라 할 때, $f(k)$ 의 최댓값은? (단, k 는 상수이다.)

① $\dfrac{3}{2}$　② $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　③ $\dfrac{\sqrt{6}}{2}$　④ $\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$　⑤ $\dfrac{3\sqrt{5}}{2}$

해설

$x-y-3+k(x+y)=0$ 에서

$(k+1)x+(k-1)y-3=0$

원점에서 이 직선까지의 거리

$$f(k)=\frac{|-3|}{\sqrt{(k+1)^2+(k-1)^2}}$$

$$=\frac{3}{\sqrt{2(k^2+1)}}$$

따라서 $f(k)$ 는 분모가 최소일 때 최대가 되므로 $f(k)$ 의 최대값은

$k=0$ 일 때 $\dfrac{3}{\sqrt{2}}=\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$

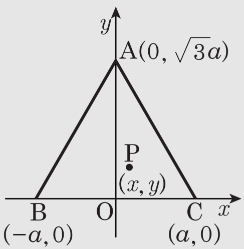
12. 좌표평면 위의 정삼각형 ABC에 대하여 $2\overline{\mathrm{PA}}^2 = \overline{\mathrm{PB}}^2 + \overline{\mathrm{PC}}^2$ 을 만족시키는 점 P의 자취는 어떤 도형을 그리는가?

① 삼각형　　② 직선　　③ 선분

④ 원　　⑤ 원 아닌 곡선

해설

그림과 같이 변 BC의 중점을 원점으로 하는 좌표축을 설정하고 점 C의 좌표를 $\mathrm{C}(a, 0)$ 이라고 두면, $\mathrm{B}(-a, 0)$, $\mathrm{A}(0, \sqrt{3}a)$ 이다.



이 때, 점 P의 좌표를 $\mathrm{P}(x, y)$ 라 하면

$2\overline{\mathrm{PA}}^2 = \overline{\mathrm{PB}}^2 + \overline{\mathrm{PC}}^2$ 이므로

$$2\left\{x^2 + 2(y - \sqrt{3}a)^2\right\}$$

$$= (x+a)^2 + y^2 + (x-a)^2 + y^2$$

정리하여 간단히 하면, $y = \dfrac{\sqrt{3}}{3}a$

$\therefore$ 직선

13. 원 $x^2+y^2-2y-3=0$과 중심이 같고, 점 $(1,\ 1)$을 지나는 원의 방정식은?

① $x^2+y^2-2y=0$　　② $x^2+y^2-2x+1=0$

③ $x^2+y^2-2y-1=0$　　④ $x^2+y^2-2x+3=0$

⑤ $x^2+y^2-2y+1=0$

해설

$x^2+y^2-2y-3=0$과 중심이 같은 원의 방정식은
$x^2+y^2-2y+k=0$ 의 꼴이다.
또, 점 $(1, 1)$을 지나므로
$1+1-2+k=0 \quad \therefore k=0$
따라서, 구하는 방정식은 $x^2+y^2-2y=0$

14. 서로 다른 두 점에서 만나는 두 원 O, O′ 이 있다. 이 두 원의 반지름을 각각 r, r' 이라 하고 두 원의 중심 간의 거리를 d 라 할 때, 이 두 원의 성질을 옳게 나타낸 것은?

① $d > r + r'$

② $d < |r - r'|$

③ 공통외접선은 1 개이다.

④ 공통내접선은 2 개이다.

⑤ 두 원의 공통현은 1 개이다.

해설

① $d < r + r'$
② $d > |r - r'|$
③ 공통외접선은 2개이다.
④ 공통내접선은 없다.

15. 원 $x^2+y^2=13$ 위의 점 (2, 3) 에서의 접선의 방정식은 $ax+by=13$ 이다. $a+b$ 의 값은?

① -13　② -1　③ 0　④ 4　⑤ 5

해설

접점이 주어졌을 때 접선의 방정식 구하는 공식

$x_1x+y_1y=r^2$ 을 이용하면,

$2x+3y=13$ $a=2, b=3$ $\therefore$ $a+b=5$

16. 원 $x^2+y^2=r^2$ 을 x 축의 방향으로 2 , y 축의 방향으로 3 만큼 평행이동한 원의 방정식을 구하여라.

① $(x+2)^2+(y+1)^2=r^2$
② $(x-1)^2+(y+2)^2=r^2$
③ $(x+2)^2+(y-1)^2=r^2$
④ $(x-2)^2+(y-3)^2=r^2$
⑤ $(x+2)^2+(y+3)^2=r^2$

해설

원 $x^2+y^2=r^2 \cdots$ ①
위의 임의의 점 $\mathrm{P}(x,\ y)$를 x축의 방향으로 2, y 축의 방향으로 3 만큼 평행이동한 점을 $\mathrm{P}(x',\ y')$이라 하면

$$\begin{cases} x'=x+2 \\ y'=y+3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=x'-2 \\ y=y'-3 \end{cases} \cdots ②$$

②를 ①에 대입하면 $(x'-2)^2+(y'-3)^2=r^2$
점 $\mathrm{P}(x',\ y')$는 평행이동한 원 위의 임의의 점이므로
구하는 방정식은 $(x-2)^2+(y-3)^2=r^2$ 이다.

17. 원 $x^2+y^2-6x+8=0$ 을 점 $(2,\ 1)$ 에 대하여 대칭이동한 원의 방정식은?

① $(x+1)^2+(y+2)^2=4$
② $(x+1)^2+(y-2)^2=4$
③ $(x+1)^2+(y-2)^2=1$
④ $(x-1)^2+(y-2)^2=1$
⑤ $(x-1)^2+(y+2)^2=1$

해설

원 $x^2+y^2-6x+8=0$은 중심이 $(3,\ 0)$ 이고
반지름의 길이가 1인 원이다.
원의 중심 $(3,\ 0)$ 을 점 $(2,\ 1)$ 에 대하여
대칭이동한 점을 $(a,\ b)$ 라 하면

$$\frac{3+a}{2}=2,\quad \frac{0+b}{2}=1$$

$\therefore\ a=1,\ b=2$
원을 대칭이동하여도 반지름의 길이는
그대로이므로 구하는 원은 중심이 $(1,\ 2)$ 이고
반지름의 길이가 1인 원이다.
$\therefore\ (x-1)^2+(y-2)^2=1$

18. 직선 $y=2x$ 위에 있고 점 $\mathrm{A}(2,0)$, $\mathrm{B}(3,1)$에서 같은 거리에 있는 점을 $\mathrm{P}(\alpha,\beta)$라고 할 때, $\alpha\beta$를 구하면?

① 0　② 1　③ 2　④ 3　⑤ 4

해설

$y=2x$ 위에 있으므로P $(\alpha, 2\alpha)$라 하면

$\overline{\mathrm{AP}}^2=\overline{\mathrm{BP}}^2$이므로

$(\alpha-2)^2+(2\alpha)^2=(\alpha-3)^3+(2\alpha-1)^2$

$-4\alpha+4=-6\alpha-4\alpha+10$

$\therefore\ \alpha=1,\ \ \beta=2$

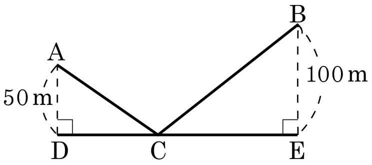
19. 좌표평면 위의 세 점 $A(-1,\ 2)$, $B(x,\ 0)$, $C(3,\ 1)$에 대하여 $\angle ABC$가 직각일 때, 실수 x의 값의 합은?

① 2　② 3　③ 4　④ 5　⑤ 6

해설

$\triangle ABC$는 $\angle B$가 직각인 직각삼각형이므로
피타고라스의 정리에 의하여
$\overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 = \overline{AC}^2$이 성립한다.
$(x+1)^2 + 4 + (x-3)^2 + 1 = 16 + 1$
$x^2 - 2x - 1 = 0$
$\therefore$ 근과 계수와의 관계에 의하여 실수 x의 값의 합은 2이다.

20. 다음 그림과 같이 고압 전선 $\overline{DE}$가 지나는 곳으로부터 각각 $50\,m$, $100\,m$ 떨어진 두 지점에 빌딩 A, B가 위치하고 있다. 변압기를 D와 E 사이의 한 지점에 설치하여 빌딩 A, B에 전력을 공급하려고 한다. D와 E 사이의 거리가 $200\,m$일 때, 전체 전선의 길이 $\overline{AC}+\overline{BC}$의 최솟값을 구하여라.



▶ 답 : __________ m

▷ 정답 : 250 m

해설

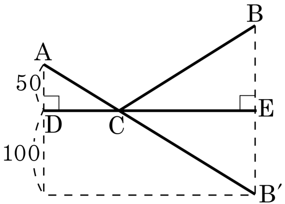
B를 $\overline{DE}$에 대해 대칭이동한 점을 B′이라 하면

$\overline{BC}=\overline{CB'}$이므로

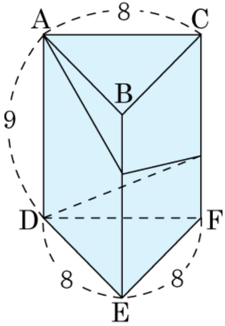
$\overline{AC}+\overline{BC}=\overline{AC}+\overline{CB'}\geq\overline{AB'}$

따라서 $\overline{AC}+\overline{BC}$의 최솟값은

$\overline{AB'}=\sqrt{200^2+150^2}=250(m)$



21. 다음 그림과 같은 삼각기둥의 꼭짓점 A 에서 출발하여 모서리 BE, CF 를 순서대로 지나 꼭짓점 D 에 이르는 최단 거리를 구하여라.

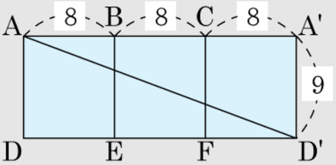


▶ 답 :

▷ 정답 : $3\sqrt{73}$

해설

$\overline{\mathrm{AD'}} = \sqrt{24^2+9^2} = \sqrt{576+81} = \sqrt{657} = 3\sqrt{73}$



22. 두 점 $\mathrm{A}(a, 4)$, $\mathrm{B}(1, b)$에서 같은 거리에 있는 x축 위의 점을 P, y축 위의 점을 Q라 하면, $\triangle \mathrm{OPQ}$의 무게중심은 $\mathrm{G}(-1, 1)$이다. 이 때, $a-b$의 값을 구하면?

① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

해설

$\mathrm{P}(x, 0)$, $\mathrm{Q}(0, y)$라 하면

$\dfrac{0+x+0}{3} = -1$, $\dfrac{0+0+y}{3} = 1$에서

$x = -3$, $y = 3$

$\therefore \mathrm{P}(-3, 0)$, $\mathrm{Q}(0, 3)$

$\overline{\mathrm{PA}}^2 = \overline{\mathrm{PB}}^2$에서 $(a+3)^2 + 4^2 = (1+3)^2 + b^2$

$a^2 + 6a + 9 = b^2$

$\overline{\mathrm{QA}}^2 = \overline{\mathrm{QB}}^2$에서 $a^2 + (4-3)^2 = 1^2 + (b-3)^2$

$a^2 = b^2 - 6b + 9$

두 식을 변변 빼고 정리하면

$a - b = -3$

23. 직선 $(a+2)x-y-a+b=0$ 이 x 축의 양의 방향과 $45°$ 의 각을 이루고 y 절편이 4 일 때, $a+b$ 의 값을 구하라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$y=(a+2)x-a+b$ 에서

기울기$=a+2=\tan 45°=1$

$\therefore\ a=-1$

y 절편 $-a+b=4$

$\therefore\ b=3$

$\therefore\ a+b=2$

24. 직선 $x+ay-1=0$ 과 x 축, y 축의 양의 부분으로 둘러싸인 삼각형의 넓이가 $\frac{1}{4}$ 일 때, a 의 값을 구하여라. (단, $a>0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $a=2$

해설

$y=-\frac{1}{a}x+\frac{1}{a}$ 의 x 절편은 $(1,\ 0)$ y 절편은 $(0, \frac{1}{a})$ 이다.

$\therefore$ 삼각형의 넓이는 $\frac{1}{2}\times 1\times\frac{1}{a}=\frac{1}{4} \quad\Rightarrow\quad a=2$

25. A $(1,1)$, B $(-2,-3)$, C $(k,k+1)$이 일직선 위에 있도록 하는 상수 k의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $k=4$

해설

A, B, C가 일직선 위에 있으려면
$\overline{\mathrm{AB}}$와 $\overline{\mathrm{BC}}$의 기울기가 일치해야 한다.

$$\therefore \quad \frac{-3-1}{-2-1}=\frac{k+1-(-3)}{k-(-2)}$$

$\Rightarrow \quad \therefore\ k=4$

26. 직선 $ax+by+c=0$에 대하여 $ab<0$, $bc>0$일 때, 이 직선이 지나지 않는 사분면을 구하여라.

▶ 답 : ________사분면

▷ 정답 : 제 2사분면

해설

$ax+by+c=0$에서

$y=-\frac{a}{b}x-\frac{c}{b}$

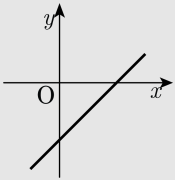
주어진 조건에서

$ab<0$, $bc>0$ 이므로

$-\frac{a}{b}>0$, $-\frac{c}{b}<0$

$\therefore$ (기울기)>0 , (y 절편)<0

따라서 주어진 직선은 다음 그림과 같으므로



지나지 않는 사분면은 제 2 사분면이다.

27. 세 점 $A(2,\ 2)$, $B(4,\ -3)$, $C(2,\ 3)$에서 점 A를 지나고 $\triangle ABC$의 넓이를 이등분하는 직선의 방정식은?

① $y = 2x + 6$ ② $y = 2x - 6$ ③ $y = -2x + 6$

④ $y = -2x - 6$ ⑤ $y = -x + 6$

해설

중선은 삼각형의 면적을 이등분하므로
BC의 중점 M을 구하면 $(3,\ 0)$이다.
따라서, $A(2,\ 2)$와 $M(3,\ 0)$을 지나는
직선의 방정식을 구하면

$$y - 2 = \frac{0-2}{3-2}(x-2),\ y - 2 = -2(x-2)$$

$\therefore\ y = -2x + 6$

28. 중심이 y 축 위에 있고, 두 점 A$(-1,\ 0)$ B$(3,\ 2)$ 를 지나는 원의 중심과 반지름의 길이 r 을 구하면?

① $(0,\ 3),\ r=10$

② $(0,\ 3),\ r=\sqrt{10}$

③ $(0,\ 2),\ r=10$

④ $(0,\ 2),\ r=\sqrt{10}$

⑤ $(0,\ -3),\ r=10$

해설

중심이 y 축에 있는 원의 방정식은
$x^2+(y-a)^2=r^2 \quad \cdots$ ① 이다.
$(-1,0)$ 을 $(3,2)$ 를 ① 에 각각 대입하면,
$a^2=r^2-1 \quad \cdots$ ②
$(a-2)^2=r^2-9 \quad \cdots$ ③
③ 을 ② 에 대입하면,
$a^2=(a-2)^2+8$
$\Rightarrow \quad a=3 \quad r=\sqrt{10}$
$\therefore$ 중심은 $(0,\ 3)$, 반지름은 $\sqrt{10}$ 이다.

29. 점 $(-4,\ 2)$ 를 지나고 x 축, y 축에 모두 접하는 원은 2 개가 있다. 이 때, 두 원 중 큰 원의 넓이는?

① 25π ② 50π ③ 75π ④ 100π ⑤ 125π

해설

제 2 사분면의 점$(-4, 2)$ 를 지나고
x 축, y 축에 접하는 원의 방정식은
$(x-r)^2+(y-r)^2=r^2(r>0)$
$(-4+r)^2+(2-r)^2=r^2$
$16-8r+r^2+4-4r+r^2=r^2,\ (r-2)(r-10)=0$
$\therefore\ r=2$ 또는 $r=10$
따라서 큰 원의 반지름의 길이가 10 이므로
넓이는 $\pi\cdot 10^2=100\pi$

30. 두 원 $x^2 + y^2 = 4$ 와 $3x^2 + 3y^2 - 4x + 8y = 0$ 의 교점을 지나면서 중심이 $y = -x - 1$ 위에 있는 원의 반지름의 길이를 구하면?

① 1　　② $\sqrt{2}$　　③ $\sqrt{3}$　　④ 2　　⑤ $\sqrt{5}$

해설

두 원의 교점을 지나는 원을 구하는 공식에 따라 두 원 $x^2+y^2 = 4$ 와 $3x^2 + 3y^2 - 4x + 8y = 0$ 의 교점을 지나는 원의 방정식이

$3k(x^2 + y^2 - 4) + 3x^2 + 3y^2 - 4x + 8y = 0$

$x^2 + y^2 - \left(\dfrac{4}{3k+3}x\right) + \dfrac{8}{3k+3}y - \dfrac{4k}{k+1} = 0$ 임을 알 수 있다.

이 원의 중점은 $\left(\dfrac{2}{3k+3},\ -\dfrac{4}{3k+3}\right)$ 이다.

원의 중점이 $y = -x - 1$ 을 지난다고 했으므로 중점을 대입했을 때

$k = -\dfrac{1}{3}$ 이다.

그리고 중점은 $(1, -2)$ 이고 $r^2 = 3$ 이다.

$(x-1)^2 + (y+2)^2 = 3$ 의 값에서 원의 반지름이 $\sqrt{3}$ 임을 알 수 있다.

31. 직선 $y=x+4$가 원 $x^2+y^2=9$에 의해서 잘린 현의 길이를 구하여라.

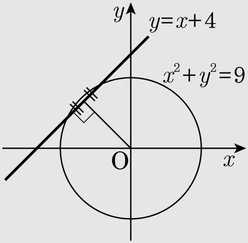
▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

원의 중심 원점에서 직선에 이르는 거리는 직선 $x-y+4=0$

이므로 $\frac{|4|}{\sqrt{2}}=2\sqrt{2}$



원의 중심에서 현에 내린 수선은 현을
수직이등분하므로 피타고라스 정리에서 ,

현의 길이는 $2\sqrt{3^2-(2\sqrt{2})^2}=2$

32. 직선 $y = 2x - 3$ 에 평행하고 원$(x-1)^2 + (y-2)^2 = 9$ 에 접하는 접선의 방정식은?

① $y = 2x \pm \sqrt{5}$　　② $y = 2x \pm 3\sqrt{3}$　　③ $y = 2x \pm 3\sqrt{5}$

④ $y = x \pm 3\sqrt{5}$　　⑤ $y = x \pm 3\sqrt{3}$

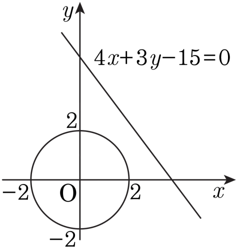
해설

기울기가 2인 직선 $2x - y + k = 0$ 이 원의 중심 $(1, 2)$ 로부터의 거리가 3이 되는 k 를 구하면

$d = \dfrac{|2-2+k|}{\sqrt{4+1}} = 3$에서

$\therefore k = \pm 3\sqrt{5}$ 이다.

33. 다음 그림과 같이 원점이 중심이고 반지름의 길이가 2 인 원이 있다. 직선 $4x+3y-15=0$ 위의 한 점 P 에서 이 원까지의 최단거리는?



① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5

해설

직선 위의 한 점 P 에서 원까지의 최단거리는 원점에서 직선까지의 거리에서 원의 반지름의 길이를 뺀 것이다.

$$\text{따라서 (최단거리)} = \frac{|0+0-15|}{\sqrt{4^2+3^2}} - 2$$

$$= \frac{15}{5} - 2 = 3 - 2 = 1$$

34. 직선 $y = 2x + 4$ 를 x 축을 따라 α 만큼 평행이동시킨 직선을 l, l 을 x 축에 대하여 대칭이동시킨 직선을 m, m 을 y 축에 대하여 대칭이동시킨 직선을 n 이라고 할 때, 직선 l 이 n 과 일치하도록 상수 α 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

직선 $y = 2x + 4$ 를 x 축 방향으로 α 만큼
평행이동시킨 직선 l 은
$l\ :\ y = 2(x - \alpha) + 4$
이것을 x 축에 대하여 대칭이동시킨 직선 m 은
$m\ :\ (-y) = 2(x - \alpha) + 4$
n 은 m 을 y 축에 대하여 대칭이동시킨 것이므로
$n\ :\ (-y) = 2(-x - \alpha) + 4$
이것을 정리하면 $y = 2x + 2\alpha - 4$ 이므로
l 과 n이 일치하려면
$-2\alpha + 4 = 2\alpha - 4$ 가 되어 $\alpha = 2$ 이다.

35. 포물선 $y=x^2-2x$ 를 $f\ :\ (x,\ y) \to (x-a,\ y-1)$ 에 의하여 평행이동한 곡선과 직선 $y=2x$ 와의 두 교점이 원점에 대하여 대칭일 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$y=x^2-2x$ 를 주어진 조건에 의하여
평행이동하면 $(y+1)=(x+a)^2-2(x+a)$
$y=x^2+(2a-2)x+a^2-2a-1$
이 곡선이 직선 $y=2x$ 와 접하므로
y 에 $2x$ 를 대입하여 정리하면
$x^2+(2a-4)x+a^2-2a-1=0$ 이고
이 방정식의 두 근이 두 교점이 된다.
두 교점의 x좌표를 $x_1,\ x_2$ 라 하면
$x_1+x_2=-(2a-4)$
$\dfrac{x_1+x_2}{2}=\dfrac{-(2a-4)}{2}=0$ 이므로 a 의 값은 2