

1. $x^2 - 9 + xy - 3y$ 를 인수분해하면?

① $(x + 3)(x + 3 + y)$

② $(x + 3)(x + 3 - y)$

③ $(x - 3)(x - 3 - y)$

④ $(x - 3)(x + 3 + y)$

⑤ $(x + 3)(x - 3 + y)$

해설

$$(x + 3)(x - 3) + y(x - 3) = (x - 3)(x + 3 + y)$$

2. $6xy - 8x - 9y + 12 = (ax + b)(cy + d)$ 에서 $a + b + c + d$ 의 값을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 0 ④ -1 ⑤ -2

해설

$$\begin{aligned} 6xy - 8x - 9y + 12 &= 2x(3y - 4) - 3(3y - 4) \\ &= (2x - 3)(3y - 4) \end{aligned}$$

$$\therefore a + b + c + d = -2$$

3. 다음 인수분해 과정에서 이용된 공식을 모두 고르면? (단, $a > 0, b > 0$)

$$x^2 - 4y^2 + 4y - 1 = x^2 - (4y^2 - 4y + 1) = x^2 - (2y - 1)^2 = (x + 2y - 1)(x - 2y + 1)$$

- ① $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$
- ② $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$
- ③ $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$
- ④ $x^2 + (a + b)x + ab = (x + a)(x + b)$
- ⑤ $acx^2 + (ad + bc)x + bd = (ax + b)(cx + d)$

해설

$$\begin{aligned} & x^2 - 4y^2 + 4y - 1 \\ &= x^2 - (4y^2 - 4y + 1) \\ &= x^2 - (2y - 1)^2 \cdots [a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2] \\ &= (x + 2y - 1)(x - 2y + 1) \cdots [a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)] \end{aligned}$$

4. $x^2 - 2xy - 1 + y^2$ 을 인수분해하면?

- ① $(x - y + 1)(x - y - 1)$ ② $(x + y + 1)(x + y - 1)$
③ $(x - y + 1)(x + y - 1)$ ④ $(x - y - 1)(x + y - 1)$
⑤ $(x + y + 1)(x - y - 1)$

해설

$$\begin{aligned}x^2 - 2xy - 1 + y^2 &= (x^2 - 2xy + y^2) - 1 \\&= (x - y)^2 - 1^2 \\&= (x - y + 1)(x - y - 1)\end{aligned}$$

5. $x^2 + y^2 - 4 - 2xy$ 의 인수가 될 수 있는 것은?

- ① $x - y - 2$ ② $x - y - 4$ ③ $x + y - 2$
④ $x - y + 4$ ⑤ $x + y + 2$

해설

$$\begin{aligned}x^2 + y^2 - 4 - 2xy &= (x - y)^2 - 2^2 \\&= (x - y + 2)(x - y - 2)\end{aligned}$$

6. $x^2 - 2xy + y^2 - 9$ 를 인수분해하여 x, y 의 계수와 상수항의 총합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$\begin{aligned}x^2 - 2xy + y^2 - 9 &= (x - y)^2 - 3^2 \\&= (x - y - 3)(x - y + 3) \\ \therefore 1 - 1 - 3 + 1 - 1 + 3 &= 0\end{aligned}$$

7. $x^2 - y^2 + 4yz - 4z^2$ 을 인수분해하였더니
 $(x + ay + bz)(x - y + cz)$ 가 되었다. 이때 $a + b + c$ 의 값은?

① -1 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$$\begin{aligned}x^2 - y^2 + 4yz - 4z^2 &= x^2 - (y^2 - 4yz + 4z^2) \\&= x^2 - (y - 2z)^2 \\&= (x + y - 2z)(x - y + 2z)\end{aligned}$$

따라서 $a = 1, b = -2, c = 2$ 이므로 $a + b + c = 1$ 이다.

8. 인수분해 공식을 이용하여 $24 \times 27 - 24 \times 22$ 를 간단하게 계산하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 120

해설

$$24 \times 27 - 24 \times 22 = 24 \times (27 - 22) = 24 \times 5 = 120$$

9. 곱셈 공식을 이용하여 39×41 을 계산하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1599

해설

$$\begin{aligned} 39 \times 41 &= (40 - 1)(40 + 1) = 40^2 - 1^2 \\ &= 1600 - 1 = 1599 \end{aligned}$$

10. $a = 1.75$, $b = 0.25$ 일 때, $a^2 - 6ab + 9b^2$ 의 값을 구하면?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} a^2 - 6ab + 9b^2 &= (a - 3b)^2 \\ &= (1.75 - 3 \times 0.25)^2 \\ &= 1^2 = 1 \end{aligned}$$

11. $x = \sqrt{3} + \sqrt{2}$, $y = \sqrt{3} - \sqrt{2}$ 일 때, 인수분해 공식을 이용하여 $x^2 - y^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $4\sqrt{6}$

해설

$$x + y = (\sqrt{3} + \sqrt{2}) + (\sqrt{3} - \sqrt{2}) = 2\sqrt{3},$$

$$x - y = (\sqrt{3} + \sqrt{2}) - (\sqrt{3} - \sqrt{2}) = 2\sqrt{2}$$

$$\therefore x^2 - y^2 = (x + y)(x - y) = 2\sqrt{3} \times 2\sqrt{2} = 4\sqrt{6}$$

12. $x + y = 1, xy = -1$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $x^2 + y^2 = 3$ ② $(x - y)^2 = 5$ ③ $x^2y + xy^2 = 1$

④ $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = -1$ ⑤ $\frac{y}{x} + \frac{x}{y} = -3$

해설

③ $x^2y + xy^2 = xy(x + y) = -1 \times 1 = -1$

13. $x^2 - 6xy + 9y^2 = 0$ 일 때, $\frac{x^2 + y^2}{2xy}$ 의 값은? (단, $xy \neq 0$)

① $\frac{1}{3}$

② $\frac{2}{3}$

③ 1

④ $\frac{4}{3}$

⑤ $\frac{5}{3}$

해설

$$x^2 - 6xy + 9y^2 = 0, (x - 3y)^2 = 0 \therefore x = 3y$$

$\frac{x^2 + y^2}{2xy}$ 에 $x = 3y$ 를 대입하면

$$\frac{x^2 + y^2}{2xy} = \frac{(3y)^2 + y^2}{2 \times 3y \times y} = \frac{10y^2}{6y^2} = \frac{5}{3}$$

14. $x^2y - y - 2 + 2x^2$ 의 인수가 아닌 것은?

① $x - 1$

② $x + 1$

③ $x^2 - 1$

④ $y - 2$

⑤ $y + 2$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= x^2y + 2x^2 - y - 2 \\ &= x^2(y + 2) - (y + 2) \\ &= (x^2 - 1)(y + 2) \\ &= (x + 1)(x - 1)(y + 2)\end{aligned}$$

15. 평행사변형의 넓이가 $x^2 + 4x - y^2 - 4y$ 이고, 밑변의 길이가 $x - y$ 일 때, 이 평행사변형의 높이를 구하면?

① $x + y - 4$

② $x - 2y + 4$

③ $x + 2y + 2$

④ $x + y + 4$

⑤ $x + 4y + 2$

해설

$$\begin{aligned}x^2 - y^2 + 4(x - y) &= (x + y)(x - y) + 4(x - y) \\&= (x + y + 4)(x - y)\end{aligned}$$

16. 다항식 $16 - 4x^2 + 4xy - y^2$ 을 인수분해하면?

① $(4 - x + y)(4 - 2x + y)$

② $(4 + 2x - y)(4 - x - y)$

③ $(4 - 2x + y)(4 + 2x + y)$

④ $(4 + 2x - y)(4 - 2x + y)$

⑤ $(4 + 2x + y)(4 - 2x - y)$

해설

$$4^2 - (2x - y)^2 = (4 + 2x - y)(4 - 2x + y)$$

17. $x^2 - 4y^2 + 6x + 9$ 를 인수분해 하였을 때, 곱하여진 두 다항식의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $2x + 6$

해설

$$\begin{aligned}x^2 - 4y^2 + 6x + 9 &= x^2 + 6x + 9 - 4y^2 \\&= (x + 3)^2 - 4y^2 \\&= (x + 3 + 2y)(x + 3 - 2y) \\ \therefore x + 3 + 2y + x + 3 - 2y &= 2x + 6\end{aligned}$$

18. $a^2 + 36b^2 - 12ab - 25$ 를 두 일차식의 곱으로 인수분해할 때, 두 일차식의 합을 구하면?

① $a - 12b$

② $2a - 12b$

③ $3a - 12b$

④ $4a - 12b$

⑤ $5a - 12b$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= a^2 - 12ab + 36b^2 - 25 \\&= (a - 6b)^2 - 25 \\&= (a - 6b + 5)(a - 6b - 5) \\ \therefore (a - 6b + 5) + (a - 6b - 5) &= 2a - 12b\end{aligned}$$

19. $\frac{28^2 - 11^2}{25 \times 17 - 17 \times 12}$ 의 값을 계산하면?

① 12

② 9

③ 6

④ 3

⑤ 1

해설

$$\frac{(28 + 11)(28 - 11)}{(25 - 12) \times 17} = \frac{39 \times 17}{13 \times 17} = 3$$

20. $\frac{99 \times 145 + 99 \times 55}{199^2 - 1}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{2}$

해설

$$\frac{99 \times 145 + 99 \times 55}{199^2 - 1} = \frac{99(145 + 55)}{(199 + 1)(199 - 1)} = \frac{1}{2}$$

21. 인수분해 공식을 이용하여 다음 식을 계산하여라.

$11^2 - 13^2 + 15^2 - 17^2 + 19^2 - 21^2$

▶ 답 :

▷ 정답 : -192

해설

(준식)

$$\begin{aligned} &= (11 - 13)(11 + 13) + (15 - 17)(15 + 17) + \\ &\quad (19 - 21)(19 + 21) \\ &= -2(24 + 32 + 40) \\ &= -192 \end{aligned}$$

22. 인수분해 공식을 이용하여 다음 식을 계산하여라.

$3^2 - 5^2 + 7^2 - 9^2 + 11^2 - 13^2$

▶ 답 :

▷ 정답 : -96

해설

$$\begin{aligned} \text{(준식)} \qquad &= \qquad (3-5)(3+5) \quad + \quad (7-9)(7+9) \quad + \\ &(11-13)(11+13) = -2(8+16+24) = -96 \end{aligned}$$

23. $(3 - 2\sqrt{2})^{101} (3 + 2\sqrt{2})^{101}$ 을 계산하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$(\text{준식}) = \{ (3 - 2\sqrt{2}) (3 + 2\sqrt{2}) \}^{101} = 1^{101} = 1$$

24. $(\sqrt{5}-2)^{101}(\sqrt{5}+2)^{101}$ 을 계산하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

(준식)= $\{(\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}+2)\}^{101} = 1^{101} = 1$

25. $\sqrt{33 \times 34 \times 35 \times 36 + 1}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1189

해설

$33 = t$ 라 하면

$$\sqrt{t(t+1)(t+2)(t+3)+1} = \sqrt{(t^2+3t)(t^2+3t+2)+1}$$

$t^2+3t = A$ 라 하면

$$\begin{aligned}\therefore \sqrt{A(A+2)+1} &= \sqrt{(A+1)^2} \\ &= A+1 \\ &= (33^2+3 \times 33)+1 \\ &= 1189\end{aligned}$$

26. $\sqrt{59^2 - 118 - 59 + 60}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 58

해설

$$\begin{aligned} 59 = t \text{ 로 치환하면} \\ \sqrt{59^2 - 118 - 59 + 60} &= \sqrt{t^2 - 2t - t + (t + 1)} \\ &= \sqrt{t^2 - 2t + 1} \\ &= \sqrt{(t - 1)^2} \\ &= |t - 1| = |59 - 1| = 58 \end{aligned}$$

27. $x = \sqrt{5} - 2$, $y = \sqrt{5} + 2$ 일 때, $x^2 - xy - 2y^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-10 - 12\sqrt{5}$

해설

$$\begin{aligned} & x^2 - xy - 2y^2 \\ &= (x - 2y)(x + y) \\ &= (\sqrt{5} - 2 - 2\sqrt{5} - 4)(\sqrt{5} - 2 + \sqrt{5} + 2) \\ &= (-\sqrt{5} - 6)2\sqrt{5} \\ &= -10 - 12\sqrt{5} \end{aligned}$$

28. 다음 중 $x = \sqrt{2} - 3$ 일 때, $x^2 - 2x - 15$ 의 값은?

① $2 + 8\sqrt{2}$

② $2 - 8\sqrt{2}$

③ $-10 - 4\sqrt{2}$

④ $10 + 4\sqrt{2}$

⑤ $2 - 2\sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned}x^2 - 2x - 15 &= (x - 5)(x + 3) \\&= (\sqrt{2} - 3 - 5)(\sqrt{2} - 3 + 3) \\&= (\sqrt{2} - 8)\sqrt{2} \\&= 2 - 8\sqrt{2}\end{aligned}$$

29. $a = 2\sqrt{2} - 4, b = 3 + \sqrt{2}$ 일 때, $a^2 - 4ab + 4b^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 100

해설

$$\begin{aligned}a^2 - 4ab + 4b^2 &= (a - 2b)^2 \\&= \{2\sqrt{2} - 4 - 2(3 + \sqrt{2})\}^2 \\&= (2\sqrt{2} - 4 - 6 - 2\sqrt{2})^2 \\&= (-10)^2 = 100\end{aligned}$$

30. $x = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{2}$, $y = \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{2}$ 일 때, $x^2 - y^2$ 의 값은?

- ① $\sqrt{6}$ ② $2\sqrt{3}$ ③ $2\sqrt{2}$ ④ $-\sqrt{6}$ ⑤ 0

해설

$$\begin{aligned}x^2 - y^2 &= (x + y)(x - y) \\&= \left(\frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{2} \right) \\&\quad \left(\frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{2} \right) \\&= \left(\frac{2\sqrt{3}}{2} \right) \times \left(\frac{2\sqrt{2}}{2} \right) \\&= \sqrt{3} \times \sqrt{2} = \sqrt{6}\end{aligned}$$

31. $x + \frac{1}{x} = 3\sqrt{5}$ 일 때, $5x^2 + \frac{5}{x^2}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 215

해설

$$\begin{aligned}x^2 + \frac{1}{x^2} &= \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 \\&= (3\sqrt{5})^2 - 2 \\&= 45 - 2 \\&= 43\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\therefore 5x^2 + \frac{5}{x^2} &= 5\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) \\&= 5 \times 43 \\&= 215\end{aligned}$$

32. $a + b = 2$ 일 때, $a^2 + 2ab + b^2 - 2a - 2b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (a + b)^2 - 2(a + b) \\ &= (a + b)(a + b - 2) \\ &= 2 \times (2 - 2) = 0\end{aligned}$$

33. $x = 2 + \sqrt{2}$, $y = 2\sqrt{2} - 3$ 일 때, $3x^2 - 10xy + 3y^2$ 의 값을 구하면?

- ① $89 - 31\sqrt{2}$ ② $89 - 32\sqrt{2}$ ③ $89 - 33\sqrt{2}$
④ $89 - 34\sqrt{2}$ ⑤ $89 - 35\sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned} 3x^2 - 10xy + 3y^2 &= (3x - y)(x - 3y) \\ &= \{3(2 + \sqrt{2}) - (2\sqrt{2} - 3)\} \\ \{ (2 + \sqrt{2}) - 3(2\sqrt{2} - 3) \} &= (9 + \sqrt{2})(11 - 5\sqrt{2}) \\ &= 99 - 45\sqrt{2} + 11\sqrt{2} - 10 \\ &= 89 - 34\sqrt{2} \end{aligned}$$

34. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $x^3 - x^2 + 2x - 2 = (x - 1)(x^2 + 2)$

② $xy - x - y + 1 = (x - 1)(y - 1)$

③ $xy - 2x + y - 2 = (x + 1)(y - 2)$

④ $x^2(x + 1) - 4(x + 1) = (x + 1)(x + 2)(x - 2)$

⑤ $a(b + 1) - (b + 1) = (1 - a)(1 + b)$

해설

⑤ $a(b + 1) - (b + 1) = (a - 1)(b + 1)$

35. $8^{32} - 1$ 이 자연수 n 에 의해 나누어 떨어질 때, n 의 값의 합을 구하여라.
(단, $60 < n < 70$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 128

해설

$$\begin{aligned} 8^{32} - 1 &= (2^3)^{32} - 1 = 2^{96} - 1 \\ &= (2^{48} + 1)(2^{24} + 1)(2^{12} + 1) \\ &\quad (2^6 + 1)(2^3 + 1)(2^3 - 1) \end{aligned}$$

60 과 70 사이의 자연수 n 은 $2^6 + 1 = 65$ 또는 $2^6 - 1 = 63$ 이므로
그 합은 $65 + 63 = 128$ 이다.

36. $2^2 - 6^2 + 10^2 - 14^2 + 18^2 - 22^2 + 26^2 - 30^2$ 을 계산하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -512

해설

$$\begin{aligned}(\text{준 식}) &= (2-6)(2+6) + (10-14)(10+14) \\&\quad + (18-22)(18+22) \\&\quad + (26-30)(26+30) \\&= -4(2+6+10+14+18+22+26+30) \\&= -4 \times 4 \times 32 \\&= -512\end{aligned}$$

37. 다음 자연수 중 $3^{16} - 1$ 을 나누어 떨어지게 하는 수가 아닌 것은?

① 2

② 4

③ 5

④ 9

⑤ 10

해설

$$\begin{aligned} 3^{16} - 1 &= (3^8 - 1)(3^8 + 1) \\ &= (3^4 - 1)(3^4 + 1)(3^8 + 1) \\ &= (3^2 - 1)(3^2 + 1)(3^4 + 1)(3^8 + 1) \\ &= (3 - 1)(3 + 1)(3^2 + 1)(3^4 + 1)(3^8 + 1) \\ &= 2 \times 4 \times 10 \times 82 \times 6562 \end{aligned}$$

38. $x = \sqrt{3} + \sqrt{2}$, $y = \sqrt{3} - \sqrt{2}$ 일 때, $(x^n - y^n)^2 - (x^n + y^n)^2$ 의 값을 구하여라. (단, n 은 양의 정수)

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

$$\begin{aligned} & (x^n - y^n)^2 - (x^n + y^n)^2 \\ &= (x^n - y^n + x^n + y^n)(x^n - y^n - x^n - y^n) \\ &= 2x^n \times (-2y^n) = -4(xy)^n \\ & xy = (\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2}) = 1 \\ & \therefore -4(xy)^n = -4 \end{aligned}$$

39. $x^3 + y^3 = 3(x^2 - xy + y^2)$, $x^2 + y^2 = 6$ 일 때, $x^4 - y^4$ 의 값을 구하여라.
(단, $x > y$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $18\sqrt{3}$

해설

$$x^4 - y^4 = (x^2 + y^2)(x + y)(x - y)$$

$$x^3 + y^3 = (x + y)(x^2 - xy + y^2) = 3(x^2 - xy + y^2) \text{ 이므로}$$

$$\therefore x + y = 3$$

$$x^2 + y^2 = 6 \text{ 과 } x + y = 3 \text{ 에서}$$

$$x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 2xy$$

$$6 = 3^2 - 2xy$$

$$\therefore xy = \frac{3}{2}$$

$$x^2 + y^2 = 6 \text{ 과 } xy = \frac{3}{2} \text{ 에서}$$

$$x^2 + y^2 = (x - y)^2 + 2xy$$

$$6 = (x - y)^2 + 3$$

$$\therefore x - y = \sqrt{3} \text{ (} \because x > y \text{)}$$

$$\begin{aligned} \therefore x^4 - y^4 &= (x^2 + y^2)(x + y)(x - y) \\ &= 6 \times 3 \times \sqrt{3} = 18\sqrt{3} \end{aligned}$$

40. $9a^2 - 16b^2 = -12$ 이고 $3a - 4b = 4$ 일 때, $3a + 4b$ 의 값을 구하면?

① 2

② 3

③ -2

④ -3

⑤ -5

해설

$$(3a + 4b)(3a - 4b) = -12$$

$$\therefore 3a + 4b = -3$$

41. $a + b = 2$, $a^2 - b^2 = 10$ 일 때, $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a - b = 5$

해설

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b) = 2 \times (a - b) = 10$$

$$\therefore a - b = 5$$

42. $x + y = \sqrt{3}$, $x - y = \sqrt{2}$ 일 때, $x^2 - y^2 + 4x - 4y$ 의 값을 구하면?

- ① $\sqrt{6} + 4\sqrt{2}$ ② $\sqrt{6} - 4\sqrt{2}$ ③ $2\sqrt{6} + \sqrt{2}$
④ $3\sqrt{6} - 2\sqrt{2}$ ⑤ $4\sqrt{6} - 5\sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned} x^2 - y^2 + 4x - 4y &= (x + y)(x - y) + 4(x - y) \\ &= (x - y)(x + y + 4) \\ &= \sqrt{2}(\sqrt{3} + 4) \\ &= \sqrt{6} + 4\sqrt{2} \end{aligned}$$

43. $x - y = \sqrt{5}$ 일 때, $x^2 - 2xy + y^2 + 2x - 2y - 3$ 의 값은?

① $2\sqrt{5}$

② $4\sqrt{5}$

③ $1 + 2\sqrt{5}$

④ $2 + 2\sqrt{5}$

⑤ $3 + 2\sqrt{5}$

해설

$$\begin{aligned} & x^2 - 2xy + y^2 + 2x - 2y - 3 \\ &= (x - y)^2 + 2(x - y) - 3 \\ &= (\sqrt{5})^2 + 2 \times \sqrt{5} - 3 = 2 + 2\sqrt{5} \end{aligned}$$

44. $x - y = \sqrt{2}$ 일 때, $x^2 - 2xy + y^2 + 4x - 4y + 4$ 의 값은?

① $2 + 4\sqrt{2}$

② $3 + 4\sqrt{2}$

③ $4 + 4\sqrt{2}$

④ $5 + 4\sqrt{2}$

⑤ $6 + 4\sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned} & x^2 - 2xy + y^2 + 4x - 4y + 4 \\ &= (x - y)^2 + 4(x - y) + 4 \\ &= (\sqrt{2})^2 + 4\sqrt{2} + 4 = 6 + 4\sqrt{2} \end{aligned}$$

45. $x^2 - 4xy + 4y^2 = 0$ 일 때, $\frac{x^2 + y^2}{xy}$ 의 값은? (단, $xy \neq 0$)

① $\frac{1}{2}$

② $\frac{2}{3}$

③ $\frac{1}{4}$

④ $\frac{3}{2}$

⑤ $\frac{5}{2}$

해설

$$x^2 - 4xy + 4y^2 = 0, (x - 2y)^2 = 0$$

$$\therefore x = 2y$$

$\frac{x^2 + y^2}{xy}$ 에 $x = 2y$ 를 대입하면

$$\frac{x^2 + y^2}{xy} = \frac{(2y)^2 + y^2}{2y \times y} = \frac{5y^2}{2y^2} = \frac{5}{2}$$

46. $a = 8 + 2\sqrt{2}$ 일 때, $a^2 - 16a + 55$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$$\begin{aligned}(a - 11)(a - 5) &= (8 + 2\sqrt{2} - 11)(8 + 2\sqrt{2} - 5) \\ &= (2\sqrt{2} - 3)(2\sqrt{2} + 3) = -1\end{aligned}$$

해설

$$\begin{aligned}a = 8 + 2\sqrt{2} \text{에서 } a - 8 &= 2\sqrt{2} \\ \text{양변을 제곱하면 } a^2 - 16a + 64 &= 8 \text{ 이므로} \\ a^2 - 16a &= -56 \\ (\text{준식}) &= -56 + 55 = -1\end{aligned}$$

47. $x = 4 + \sqrt{2}$ 일 때, $x^2 - 8x + 15$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$\begin{aligned}(x-5)(x-3) &= (4+\sqrt{2}-5)(4+\sqrt{2}-3) \\ &= (\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1) = 1\end{aligned}$$

48. $ab = 2$, $(a + 3)(b + 3) = 20$ 일 때, $a^3 + 2a^2b + 2ab^2 + b^3$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 21

해설

$$a^3 + 2a^2b + 2ab^2 + b^3 = (a + b)^3 - ab(a + b)$$

$ab = 2$, $(a + 3)(b + 3) = 20$ 에서

$2 + 3(a + b) + 9 = 20$ 이므로

$$\therefore a + b = 3$$

$$\therefore (a + b)^3 - ab(a + b) = 3^3 - 2 \times 3 = 21$$

49. $x + y = 15, x^2 - y^2 + 5x - 5y = 120$ 일 때, $x - y$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$(x - y)(x + y + 5) = 120$$

$$\therefore x - y = 6$$

50. $(x+2)(y+2) = 20$, $xy = 6$ 일 때, $x^3 + x^2y + xy^2 + y^3$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 65

해설

$$x^3 + x^2y + xy^2 + y^3 = (x+y)^3 - 2xy(x+y)$$

$$(x+2)(y+2) = 20, xy = 6 \text{ 에서}$$

$$6 + 2(x+y) + 4 = 20 \text{ 이므로}$$

$$\therefore x+y = 5$$

$$\therefore (x+y)^3 - 2xy(x+y) = 5^3 - 2 \times 6 \times 5 = 65$$

51. $x + y = -2 + \sqrt{3}$, $x - y = 1 - \sqrt{3}$ 일 때, $x^2 - y^2 + 3x - 3y$ 의 값을 구하면?

㉠ -2

㉡ -1

㉢ $2 - \sqrt{3}$

㉣ $2 + \sqrt{3}$

㉤ $\sqrt{3}$

해설

$$\begin{aligned}x^2 - y^2 + 3x - 3y &= (x + y)(x - y) + 3(x - y) \\&= (x - y)(x + y + 3) \\&= (1 - \sqrt{3})(-2 + \sqrt{3} + 3) \\&= (1 - \sqrt{3})(1 + \sqrt{3}) \\&= 1 - 3 = -2\end{aligned}$$

52. $a = \sqrt{3} + 2$ 일 때, $3(a + 2)^2 - 2(a + 2) - 8$ 의 값은?

- ① $41 - 22\sqrt{3}$ ② $22 + 41\sqrt{3}$ ③ $22 - 41\sqrt{3}$
④ $22\sqrt{3} - 41$ ⑤ $41 + 22\sqrt{3}$

해설

$$\begin{aligned} a + 2 &= t \text{ 로 치환하면} \\ 3(a + 2)^2 - 2(a + 2) - 8 &= 3t^2 - 2t - 8 \\ &= (t - 2)(3t + 4) \\ &= (a + 2 - 2) \{3(a + 2) + 4\} = a(3a + 10) \\ &= (\sqrt{3} + 2)(3\sqrt{3} + 16) \\ &= 41 + 22\sqrt{3} \end{aligned}$$

53. 다항식 $a^2x + 1 - x - a^2$ 을 인수분해하였을 때, 다음 <보기> 중 그 인수가 될 수 있는 것을 모두 고른 것은?

보기

㉠ $x + 1$

㉡ $a + 1$

㉢ $x^2 + 1$

㉣ $a - 1$

① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉢

③ ㉡, ㉣

④ ㉢, ㉣

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= a^2x - a^2 - x + 1 \\ &= a^2(x - 1) - (x - 1) \\ &= (a^2 - 1)(x - 1) \\ &= (a + 1)(a - 1)(x - 1)\end{aligned}$$

54. $16 - x^2 + 4xy - 4y^2$ 을 인수분해하면?

- ① $(x + 2y - 4)(-x + 2y + 4)$ ② $(x - 2y + 4)^2$
③ $(x - 2y + 4)(x + 2y - 4)$ ④ $(x - 2y + 4)(-x + 2y + 4)$
⑤ $(-x - 2y + 4)(x + 2y + 4)$

해설

$$\begin{aligned} 16 - (x^2 - 4xy + 4y^2) &= 16 - (x - 2y)^2 \\ &= 4^2 - (x - 2y)^2 \\ &= (4 + x - 2y)(4 - x + 2y) \end{aligned}$$