

1. 부등식 $7x - 3a \leq 4x$ 를 만족하는 자연수 x 의 개수가 2개일 때, 상수 a 의 최솟값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$7x - 3a \leq 4x$ 를 정리하면

$$3x \leq 3a, \quad \therefore x \leq a$$

위 부등식이 만족하는 범위 내의 자연수의 개수가 2개이므로

$$2 \leq a < 3$$

따라서 a 의 최솟값은 2이다.

2. 부등식 $\frac{3-k}{2} + \frac{x+2}{6} \leq -\frac{2}{3}$ 를 만족하는 자연수 x 가 3개일 때, 정수 k 의 값은?

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

$$\frac{3-k}{2} + \frac{x+2}{6} \leq -\frac{2}{3} \text{의 양변에 6을 곱하면}$$

$$9 - 3k + x + 2 \leq -4$$

$$\therefore x \leq -15 + 3k$$

위 부등식을 만족하는 자연수의 개수가 3개이므로 $3 \leq 3k - 15 < 4$ 가 되어야 한다.

$$18 \leq 3k < 19$$

$$6 \leq k < \frac{19}{3}$$

따라서 정수 k 의 값은 6이다.

3. 부등식 $4x + a \geq 5x - 2$ 를 만족하는 자연수 x 의 개수가 1개일 때, 정수 a 의 값은?

① -3

② -2

③ -1

④ 0

⑤ 1

해설

$4x + a \geq 5x - 2$ 를 정리하면

$$-x \geq -2 - a, \therefore x \leq a + 2$$

위 부등식이 만족하는 범위 내의 자연수의 개수가 1개이므로

$$a + 2 = 1$$

$$\therefore a = -1$$

4. 부등식 $\frac{6x+9}{3} - \frac{2x+6}{2} < a$ 를 만족하는 자연수 x 의 개수가 6개 일 때, 자연수 a 의 값은?

① 5

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

$$\frac{6x+9}{3} - \frac{2x+6}{2} < a \text{를 정리하면}$$

$$2x+3 - (x+3) < a$$

$$2x+3 - x - 3 < a$$

$$\therefore x < a$$

만족하는 범위 내의 자연수의 개수가 6개여야 하므로 $7 \leq a < 8$ 이 되어야 한다.

따라서 $a = 7$ 이다.

5. x 에 관한 부등식 $2 - \frac{2ax+5}{3} < -\frac{x}{2} + 3$ 의 해가 $3\left(\frac{2x}{3} + 1\right) > 5x - 2$ 의 해와 같을 때, a 의 값을 구하면?

① $-\frac{21}{4}$

② $-\frac{22}{4}$

③ $-\frac{23}{4}$

④ $-\frac{31}{20}$

⑤ $-\frac{33}{20}$

해설

$$3\left(\frac{2x}{3} + 1\right) > 5x - 2 \text{에서 } 2x + 3 > 5x - 2$$

$$-3x > -5$$

$$x < \frac{5}{3}$$

$$2 - \frac{2ax+5}{3} < -\frac{x}{2} + 3 \text{의 양변에 6을 곱하면}$$

$$12 - 2(2ax + 5) < -3x + 18$$

$$12 - 4ax - 10 < -3x + 18$$

$$(-4a + 3)x < 16$$

두 부등식의 해가 같으므로

$$-4a + 3 > 0 \text{이고 해는 } x < \frac{16}{-4a + 3}$$

$$\frac{16}{-4a + 3} = \frac{5}{3}$$

$$\therefore a = -\frac{33}{20}$$

6. $a - b < 0$, $a + b < 0$, $b > 0$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $|a| > |b|$

② $a < b$

③ $a^3 < b^3$

④ $a < 0$

⑤ $\left| \frac{1}{a} \right| > \left| \frac{1}{b} \right|$

해설

① $a < 0$, $b > 0$, $a + b < 0$ 에서 a 의 절댓값이 b 의 절댓값보다 크다는 것을 알 수 있다. $|a| > |b|$

② $a - b < 0$ 에서 $a < b$

③ $a^3 < 0$, $b^3 > 0 \therefore a^3 < b^3$

④ $b > 0$, $a + b < 0$ 에서 $a < 0$

⑤ $|a| > |b|$ 이기 때문에 $\left| \frac{1}{a} \right| < \left| \frac{1}{b} \right|$

7. $2x + 7 \leq 5x + 1$ 을 만족하는 x 의 값 중에서 가장 작은 정수를 a ,
 $0.3x - 3 > 0.7x + 1.4$ 를 만족하는 x 의 값 중에서 가장 큰 정수를 b
라고 할 때, $a - b$ 의 값은?

① 13

② 14

③ 15

④ 16

⑤ 17

해설

$$2x + 7 \leq 5x + 1, -3x \leq -6, x \geq 2$$

$$\therefore a = 2$$

$$0.3x - 3 > 0.7x + 1.4, 3x - 30 > 7x + 14, -4x > 44, x < -11$$

$$\therefore b = -12$$

$$\therefore a - b = 14$$

8. $x \leq \frac{a-1}{2}$ 를 만족하는 가장 큰 정수가 1 일 때, a 의 값이 될 수 있는 수를 고르면?

① 0

② 2

③ 4

④ 6

⑤ 8

해설

$$1 \leq \frac{a-1}{2} < 2$$

$$2 \leq a-1 < 4$$

$$3 \leq a < 5$$

9. x 가 자연수이고, 부등식 $-5 + 2x < x - a$ 을 만족하는 해의 개수가 2개일 때, 상수 a 의 값의 범위는?

① $0 \leq a < 3$

② $1 < a \leq 3$

③ $2 \leq a < 3$

④ $0 < a \leq 3$

⑤ $1 \leq a < 3$

해설

$-5 + 2x < x - a$ 를 정리하면 $x < 5 - a$,
자연수 중에서 부등식을 만족하는 해의 개수가 2개이므로 $2 < 5 - a \leq 3$ 이 되어야 한다.

$$-3 < -a \leq -2$$

$$\therefore 2 \leq a < 3$$

10. $-1 \leq a < 4$ 이고 $A = -3a - 2$ 일 때, A 의 값의 범위를 구하면?

① $-14 \leq A < 1$

② $-14 < A \leq 1$

③ $-1 < A \leq 14$

④ $-5 \leq A < 10$

⑤ $-5 < A \leq 10$

해설

$a = -1$ 일 때, $A = 1$ 이고 $a = 4$ 일 때, $A = -14$ 이다.
따라서 $-14 < A \leq 1$ 이다.

11. $\frac{a-1}{2} + \frac{a}{3} < \frac{1}{3}$ 일 때, $ax + 3 < 3a + x$ 의 해를 풀면?

① $x < 3$

② $x > 3$

③ $x < -3$

④ $x > -3$

⑤ $x < 1$

해설

$$\frac{a-1}{2} + \frac{a}{3} < \frac{1}{3}, \quad 3(a-1) + 2a < 2 \quad \therefore a < 1$$

$$ax + 3 < 3a + x, \quad (a-1)x < 3a-3, \quad x > \frac{3(a-1)}{a-1} \quad \therefore x > 3$$

12. $\frac{3^{1-a}}{2} = \frac{1}{54}$ 일 때, $ax - 3(x + 2) < b$ 의 해는 $x < 11$ 이다. 이때, ab 의 값은?

① -5

② 5

③ 10

④ 15

⑤ 20

해설

$$\frac{3^{1-a}}{2} = \frac{1}{54}, 3^{1-a} = \frac{1}{27} \therefore a = 4$$

$$4x - 3(x + 2) < b$$

$$x < b + 6 = 11$$

$$b = 5 \therefore ab = 20$$

13. $a > -1$ 일 때, $a(x-1) - 2 \leq -x - 1$ 의 해는?

① 해를 구할 수 없다.

② $x \geq -1$

③ $x \leq -1$

④ $x \geq 1$

⑤ $x \leq 1$

해설

$$ax - a - 2 \leq -x - 1$$

$$ax + x \leq a + 1$$

$$(a + 1)x \leq a + 1$$

$$a > -1 \text{ 이므로 } a + 1 > 0$$

$$a + 1 \neq 0 \text{ 이므로 양변을 } a + 1 \text{ 로 나누면 } x \leq 1$$

14. 부등식 $ax - 3 > x + 5$ 를 바르게 계산한 것을 고르면? (단, $a < 1$)

① $x > \frac{8}{a-1}$

② $x > \frac{a-1}{8}$

③ $x < \frac{8}{a-1}$

④ $x < -\frac{8}{a-1}$

⑤ $x < \frac{8}{a}$

해설

$$ax - 3 > x + 5$$

$$ax - x > 5 + 3$$

$$(a-1)x > 8$$

이때, $a < 1$ 이므로 부등호의 방향이 바뀌어,

$$x < \frac{8}{a-1}$$

15. $(4^2)^a = 256$ 일 때, 부등식 $3(x-2) < ax+1$ 을 만족하는 자연수 x 의 개수는?

① 5개

② 6개

③ 7개

④ 8개

⑤ 9개

해설

$$(4^2)^a = (2^4)^a = 2^{4a} = 256 = 2^8$$

$$4a = 8, a = 2$$

$$3(x-2) < 2x+1$$

$$3x-6 < 2x+1$$

$$\therefore x < 7$$

따라서 자연수 x 는 6 개이다.

16. $m - 1 < 1$ 일 때, 일차부등식 $5mx - 2m \leq 10x - 4$ 의 해는?

- ① $x \leq \frac{1}{5}$ ② $x \leq \frac{2}{5}$ ③ $x \geq \frac{2}{5}$ ④ $x \geq \frac{3}{5}$ ⑤ $x \geq \frac{4}{5}$

해설

$$m - 1 < 1 \text{ 에서 } m - 2 < 0$$

$$5mx - 2m \leq 10x - 4$$

$$5(m - 2)x \leq 2(m - 2)$$

$$\therefore x \geq \frac{2}{5} \quad (\because m - 2 < 0)$$

17. 일차부등식 $(b-1)x^2 + ax - bx > 3(a-1)$ 을 풀면? (단, $a < 1$)

① $x < 1$

② $x < -3$

③ $x > 3$

④ $x < 3$

⑤ $x > -1$

해설

주어진 식이 일차부등식이므로 이차항의 계수가 0 즉, $b = 1$ 이다.

따라서 $ax - x > 3(a-1)$ 이 되어 $(a-1)x > 3(a-1)$

이때, $a < 1$ 이므로 부등호의 방향이 바뀌고, 부등식의 해는 $x < 3$

18. $4 - 2a > -2$ 일 때, $2ax - 3a \leq 6x - 9$ 의 해는?

① $x \leq \frac{3}{2}$

② $x \geq \frac{3}{2}$

③ $x \leq -\frac{3}{2}$

④ $x \geq -\frac{3}{2}$

⑤ 해가 존재하지 않는다.

해설

$$4 - 2a > -2 \text{ 이므로 } a < 3$$

$$2ax - 3a \leq 6x - 9$$

$$2ax - 6x \leq 3a - 9$$

$$\therefore (2a - 6)x \leq 3a - 9$$

$$2(a - 3)x \leq 3(a - 3)$$

$$\therefore x \geq \frac{3}{2} \quad (\because a - 3 < 0)$$

19. 다음 부등식을 푼 것으로 틀린 것은?

① $a > 0$ 일 때, $-ax > 7a \Rightarrow x < -7$

② $a < 0$ 일 때, $-ax > 7a \Rightarrow x > -7$

③ $a > 4$ 일 때, $(a-4)x > (a-4) \Rightarrow x > 1$

④ $a < 4$ 일 때, $(a-4)x > (a-4) \Rightarrow x < 1$

⑤ $a < 4$ 일 때, $(a-4)x > -(a-4) \Rightarrow x > -1$

해설

⑤ $a < 4$

$$(a-4) < 0$$

$(a-4)x > -(a-4)$ 에서 양변을 $(a-4)$ 로 나누어 주면 부등호의 방향이 바뀐다. 따라서 $x < -1$ 이다.

20. $k = 0$ 일 때, 다음 부등식 중 해가 무수히 많은 것은?

① $kx < 0$

② $kx > 0$

③ $kx \geq 3$

④ $kx \geq -1$

⑤ $kx < -2$

해설

$k = 0$ 일 때, $kx \geq -1$ 는 $0 \geq -1$ 이므로 항상 성립한다.