

1. 수직선 위의 5개의 정점 A(-1), B(0), C(1), D(3), E(5)와 동점 P(x)에 대하여 점 P에서 5개의 정점 A, B, C, D, E까지의 거리의 합을 $f(x)$ 라 할 때, $f(x)$ 의 최솟값은?

- ① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

해설

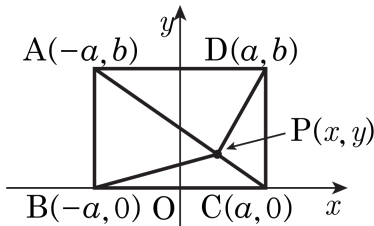
수직선 위에 임의의 동점 P(x)를 잡으면
점 P에서 정점 A, B, C, D, E까지의 거리 $f(x)$ 는
 $f(x) = |x + 1| + |x| + |x - 1| + |x - 3| + |x - 5|$

(i) $x < -1$, $f(x) = -x - 1 - x - x + 1 - x + 3 - x + 5 = -5x + 8$
(ii) $-1 \leq x < 0$, $f(x) = x + 1 - x - x + 1 - x + 3 - x + 5 = -3x + 10$
(iii) $0 \leq x < 1$, $f(x) = x + 1 + x - x + 1 - x + 3 - x + 5 = -x + 10$
(iv) $1 \leq x < 3$, $f(x) = x + 1 + x + x - 1 - x + 3 - x + 5 = x + 8$
(v) $3 \leq x < 5$, $f(x) = x + 1 + x + x - 1 + x - 3 - x + 5 = 3x + 2$
(vi) $5 \leq x$, $f(x) = x + 1 + x + x - 1 + x - 3 + x - 5 = 5x - 8$

이므로
(i)~(vi)의 그래프에서 $x = 1$ 인 경우 $f(x)$ 는 최솟값을 갖는다.
 $\therefore f(1) = |1 + 1| + |1| + |1 - 1| + |1 - 3| + |1 - 5| = 9$

2. 다음은 직사각형 ABCD와 임의의 점 P에 대하여 $\overline{AP}^2 + \overline{CP}^2 = \overline{BP}^2 + \overline{DP}^2$ 이 성립함을 보인 것이다. ㉠ ~ ㉣에 들어갈 말 중 옳지 않은 것은?

다음 그림과 같이 직사각형 ABCD의 한 변 BC를 x 축, $\overline{BC}$ 의 수직이등분선을 y 축으로 잡으면
 $A(-a, b)$, $B(-a, 0)$, $C(a, 0)$, $D(a, b)$ 로 놓을 수 있다.



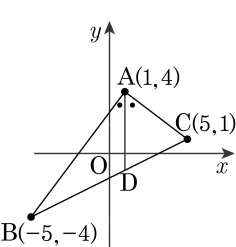
이때, 점 P의 좌표를 $P(x, y)$ 라고 하면
 $\overline{AP}^2 + \overline{CP}^2 = \text{㉠} + \text{㉡}$
 $= 2(x^2 + y^2 + a^2 - by) + b^2 \dots \text{㉢}$
 $\overline{BP}^2 + \overline{DP}^2 = \text{㉣} + \text{㉤}$
 $= 2(x^2 + y^2 + a^2 - by) + b^2 \dots \text{㉥}$
 $\text{㉢}, \text{㉥}$ 로부터 $\overline{AP}^2 + \overline{CP}^2 = \text{㉦}$

- ① ㉠ : $(x + a)^2 + (y + b)^2$ ② ㉡ : $(x - a)^2 + y^2$
 ③ ㉣ : $(x + a)^2 + y^2$ ④ ㉤ : $(x - a)^2 + (y - b)^2$
 ⑤ ㉦ : $\overline{BP}^2 + \overline{DP}^2$

해설

$A(-a, b)$, $B(-a, 0)$, $C(a, 0)$, $D(a, b)$, $P(x, y)$ 이므로
 $\overline{AP}^2 = (x + a)^2 + (y - b)^2 \dots (\text{가})$
 $\overline{CP}^2 = (x - a)^2 + y^2 \dots (\text{나})$
 $\overline{BP}^2 = (x + a)^2 + y^2 \dots (\text{다})$
 $\overline{DP}^2 = (x - a)^2 + (y - b)^2 \dots (\text{라})$
 $\therefore \overline{AP}^2 + \overline{CP}^2 = \overline{BP}^2 + \overline{DP}^2 \dots (\text{마})$

3. 다음 그림과 같이 세 점 $A(1, 4)$, $B(-5, -4)$, $C(5, 1)$ 를 꼭짓점으로 하는 $\triangle ABC$ 가 있다. $\angle A$ 의 이등분선이 변 BC 와 만나는 점을 D 라 할 때, $\triangle ABD$ 와 $\triangle ACD$ 의 넓이의 비는?



- ① $1 : 1$ ② $\sqrt{2} : 1$ ③ $\sqrt{3} : 1$
 ④ $2 : 1$ ⑤ $\sqrt{5} : 1$

해설

두 삼각형의 넓이비는 $\overline{BD} : \overline{CD}$ 이고
 각의 이등분선정리에 의해

$$\overline{BD} : \overline{CD} = \overline{AB} : \overline{AC}$$

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} = \frac{\sqrt{(1+5)^2 + (4+4)^2}}{\sqrt{(1-5)^2 + (4-1)^2}} = \frac{\sqrt{100}}{\sqrt{25}} = 2$$

$$\therefore \triangle ABD : \triangle ACD = 2 : 1$$

4. 두 점 A (-3, 4), B (2, 6)에서 같은 거리에 있는 x 축 위의 점 P와 y 축 위의 점 Q의 좌표는?

- ① $P\left(\frac{3}{2}, 0\right), Q\left(0, \frac{15}{4}\right)$ ② $P\left(\frac{1}{2}, 0\right), Q\left(0, \frac{15}{4}\right)$
③ $P\left(-\frac{3}{2}, 0\right), Q\left(0, \frac{1}{4}\right)$ ④ $P\left(\frac{3}{2}, 0\right), Q\left(0, \frac{7}{4}\right)$
⑤ $P\left(\frac{5}{2}, 0\right), Q\left(0, \frac{15}{2}\right)$

해설

P의 좌표를 $P(a, 0)$ 라 하면

$\overline{AP} = \overline{BP}$ 이므로

$$\sqrt{(a+3)^2 + (-4)^2} = \sqrt{(a-2)^2 + (-6)^2}$$

Q의 좌표를 $Q(0, b)$ 라 하면

$\overline{AQ} = \overline{BQ}$ 에서

$$\sqrt{3^2 + (b-4)^2} = \sqrt{(-2)^2 + (b-6)^2}$$

두 식을 제곱하여 정리하면 $a = \frac{3}{2}, b = \frac{15}{4}$

$$\therefore P\left(\frac{3}{2}, 0\right), Q\left(0, \frac{15}{4}\right)$$

5. 직선 $y = x + 2$ 위의 점 P는 두 점 A(-2, 0), B(4, -2)로부터 같은 거리에 있다고 할 때, 점 P의 좌표는?

① (-1, 1)

② (0, 2)

③ (1, 3)

④ (2, 4)

⑤ (3, 5)

해설

P가 $y = x + 2$ 위에 있으므로 P(a , $a + 2$)라고 놓을 수 있다.

$\overline{PA} = \overline{PB}$ 이므로

$$\sqrt{(a+2)^2 + (a+2)^2} = \sqrt{(a-4)^2 + (a+4)^2}$$

$$2(a+2)^2 = (a-4)^2 + (a+4)^2$$

$$8a = 24$$

$$\therefore a = 3$$

$$\therefore P(3, 5)$$

6. 평면 위에 세 점 A(0, a), B(2, 3), C(1, 0) 에 대하여 $\triangle ABC$ 가 이등변삼각형이 되도록 하는 모든 a 의 값의 합은?

① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

해설

$$\overline{AB}^2 = (0 - 2)^2 + (a - 3)^2 = a^2 - 6a + 13$$

$$\overline{BC}^2 = (2 - 1)^2 + (3 - 0)^2 = 10$$

$$\overline{AC}^2 = (0 - 1)^2 + (a - 0)^2 = a^2 + 1$$

1) $\overline{AB} = \overline{BC}$ 일 때, $\overline{AB}^2 = \overline{BC}^2$ 에서

$$a^2 - 6a + 13 = 10 \text{ 즉 } a^2 - 6a + 3 = 0$$

$$\therefore a = 3 \pm \sqrt{6}$$

2) $\overline{AC} = \overline{BC}$ 일 때, $\overline{AC}^2 = \overline{BC}^2$ 에서

$$a^2 + 1 = 10 \text{ 즉 } a^2 = 9$$

$$\therefore a = \pm 3$$

3) $\overline{AC} = \overline{AB}$ 일 때, $\overline{AC}^2 = \overline{AB}^2$ 에서

$$a^2 + 1 = a^2 - 6a + 13 \text{ 즉 } 6a = 12$$

$$\therefore a = 2$$

$a = -3$ 이면 세 점 A, B, C는 일직선 상에 있으므로 구하는 a

의 값의 합은

$$(3 + \sqrt{6}) + (3 - \sqrt{6}) + 3 + 2 = 11$$

7. 좌표평면에서 세 점 A(-1, 1), B(2, 2), C(6, 0)에 대하여 △ABC의 세 변의 수직이등분선의 교점의 좌표는?

- ① (-1, -1)
- ② (2, -2)
- ③ (2, -3)
- ④ (-2, 3)
- ⑤ (-2, -3)

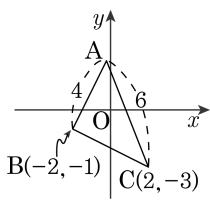
해설

$\overline{AB}$ 의 기울기 : $\frac{2-1}{2-(-1)}$, 중점은 $(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}) \Rightarrow$ 수직이등분선
: $y = -3\left(x - \frac{1}{2}\right) + \frac{3}{2}$
 $\overline{BC}$ 의 기울기는 $\frac{2-0}{6-2} = \frac{1}{2}$, 중심은 (4, 1) $\Rightarrow$ 수직이등분
선: $y = 2(x - 4) + 1$
두 직선의 교점을 구해보면 $x = 2, y = -3$
 $\therefore$ 세 변의 수직이등분선의 교점은 한 점에서 만나므로
 $\therefore (2, -3)$

해설

세 점을 연결한 삼각형의 세 변의 수직이등분선의 교점은 삼각형의 외심이므로 각 점에 이르는 거리가 같다.
 $O(x, y)$ 라고 하면
 $\overline{AO} = \overline{CO}$ 에서 $(x+1)^2 + (y-1)^2 = (x-6)^2 + y^2, 7x - y = 17 \cdots \textcircled{A}$
 $\overline{BO} = \overline{CO}$ 에서 $(x-2)^2 + (y-2)^2 = (x-6)^2 + y^2, 2x - y = 7 \cdots \textcircled{B}$
 $\textcircled{A} \textcircled{B}$ 에서 교점의 좌표는 (2, -3)

8. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = 4$, $\overline{AC} = 6$, $B(-2, -1)$, $C(2, -3)$ 이고 점 A에서 $\overline{BC}$ 에 선을 그었을 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 이등분하는 점을 D라 하자. 선분 AD의 길이는?



- ① 4 ② $\sqrt{17}$ ③ $3\sqrt{2}$
 ④ $2\sqrt{5}$ ⑤ $\sqrt{21}$

해설

점 D가 $\overline{BC}$ 의 중점일 때
 $\triangle ABD = \triangle ACD$ 가 되어 넓이를 이등분한다.

이 때, 점 D의 좌표는 $D\left(\frac{-2+2}{2}, \frac{-1-3}{2}\right)$

$\therefore D(0, -2)$

또, $\overline{BD} = \sqrt{(0+2)^2 + (-2+1)^2} = \sqrt{5}$ 이고

점 D가 $\overline{BC}$ 의 중점이므로

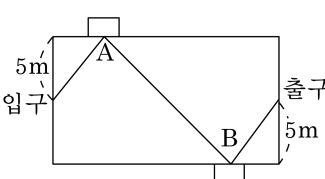
$\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = 2(\overline{AD}^2 + \overline{BD}^2)$ 이 성립한다.

즉, $4^2 + 6^2 = 2(\overline{AD}^2 + 5)$

$\overline{AD}^2 + 5 = 26$, $\overline{AD}^2 = 21$

$\therefore AD = \sqrt{21}$

9. 다음 그림과 같은 전시장에서 관광객이 전시물을 보기 위한 이동 거리를 최소로 하려한다. 전시물 A, B가 있을 때, 전시물 A의 위치는 왼쪽에서 몇 m 떨어져 있어야 하는지 구하여라.(단, 이 전시장은 가로 20m, 세로 10m인 직사각형 모양이다.)

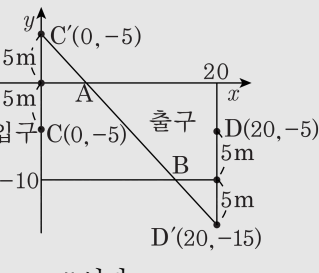


▶ 답 : m

▷ 정답 : 5m

해설

전시장의 입구를 점 $C(0, -5)$, 출구를 점 $D(20, -5)$ 라 하자. 점 $C(0, -5)$ 를 x 축에 대하여 대칭이동한 점은 $C'(0, 5)$ 점 $D(20, -5)$ 를 직선 $y = -10$ 에 대해 대칭이동한 점은 $D'(20, -15)$ 이다. 이 때, 직선 $C'D'$ 의 방정식은 $y = -x + 5$ 이다. 점 A의 좌표는 직선 $C'D'$ 이 x 축과 만나는 점이므로 $(5, 0)$ 이다. 따라서, 왼쪽에서 5m 떨어진 곳에 전시물 A가 위치해야 한다.



10. 다음은 11 세기 경 아라비아의 수학책에 나오는 내용을 변형한 것이다. 강을 사이에 두고 두 그루의 나무가 서 있었는데 두 나무의 높이는 각각 20m, 30m 이고 두 나무 사이의 거리는 50m 이다. 각각의 나무 꼭대기에 새가 앉아서 수면에 있는 한 마리의 물고기를 노리고 있었다. 이 두 마리의 새가 동시에 날아서 일직선 위로 그 물고기에게 덤벼들어 똑같이 그 물고기가 있는 수면에 당도하였다. 두 마리의 새의 속도가 같다고 하였을 때, 높이가 20m 인 나무 밑에서 물고기까지의 거리는 몇 m 인지 구하여라.

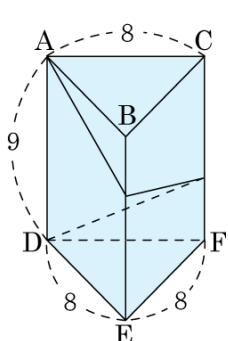
▶ 답: m

▶ 정답 : 30m

해설

20m, 30m 나무 위의 두 마리의 새의 위치를 각각 A, B 라고 하고, 높이가 20m 인 나무 밑으로부터 물고기가 있는 P 까지의 거리를 a 라 하면 $\overline{PA} = \overline{PB}$ 이므로 $a^2 + 20^2 = (50 - a)^2 + 30^2$
 $\therefore a = 30(\text{m})$

11. 다음 그림과 같은 삼각기둥의 꼭짓점 A 에서 출발하여 모서리 BE, CF 를 순서대로 지나 꼭짓점 D 에 이르는 최단 거리를 구하여라.

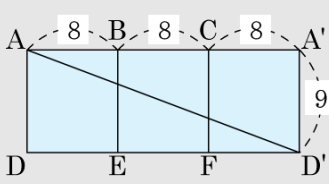


▶ 답 :

▷ 정답 : $3\sqrt{73}$

해설

$$\overline{AD'} = \frac{\sqrt{24^2 + 9^2}}{\sqrt{576 + 81}} = \frac{\sqrt{657}}{\sqrt{657}} = 3\sqrt{73}$$



12. $(0, 0)$, $(0, 4)$, $(4, 4)$ 와 $(4, 0)$ 을 꼭짓점으로 하는 정사각형을 생각하자. $(0, 1)$ 에서 출발하여 윗변과 밑변으로 반사시켜 $(4, 2)$ 에 도달하는 꺾인 직선을 그리려면 윗변의 어느 점을 지나야 하는가? (단, 입사각과 반사각은 같다)

① $(1, 4)$

② $\left(\frac{10}{7}, 4\right)$

③ $\left(\frac{5}{3}, 4\right)$

④ $\left(\frac{4}{3}, 4\right)$

⑤ $\left(\frac{3}{2}, 4\right)$

해설

대칭성을 이용하여 $(0, 1)$ 과 $(4, 10)$ 을 연결하는 직선과 $y = 4$ 와의 교점을 계산하면 된다.

$$\begin{cases} y = \frac{9}{4}x + 1 \\ y = 4 \end{cases} \quad \therefore x = \frac{4}{3}$$

따라서, $\left(\frac{4}{3}, 4\right)$ 를 지난다.

13. 다음 그림과 같이 반직선 OA 와 한 변의 길이가 4 인 정사각형 OABC 가 있다. 점 O 를 중심으로 하고 선분 OB 를 반지름으로 하는 원이 반직선 OA 와 만나는 점을 P , 선분 OA 를 1 : 3 으로 내분하는 점 D 를 중심으로 하고 선분 DB 를 반지름으로 하는 원이 반직선 OA 와 만나는 점을 Q 라 하자. 이때, $\overline{OP}^2 + \overline{OQ}^2$ 의 값은?

① 52 ② 56 ③ 60 ④ 64 ⑤ 68

해설

$$\overline{OP} = \overline{OB} = \sqrt{4^2 + 4^2} = 4\sqrt{2}$$

$$\overline{OD} = \frac{1}{4}\overline{OA} = 1, \overline{DA} = 3, \overline{DB} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 \text{ 이므로,}$$

$$\overline{OQ} = \overline{OD} + \overline{DB} = 1 + 5 = 6$$

$$\therefore \overline{OP}^2 + \overline{OQ}^2 = 32 + 36 = 68$$

14. 좌표평면 위의 점 A(1, 4) 에 대하여 $\overline{AB}$ 를 3 : 2 로 외분하는 점 Q 의 좌표가 (4, 1) 일 때, $\overline{AB}$ 의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{2}$

해설

점 B 의 좌표를 B(a , b) 라 하면

점 Q 의 좌표는 Q $\left(\frac{3a-2}{3-2}, \frac{3b-8}{3-2}\right)$ 이다.

이때, 점 Q 의 좌표가 (4, 1) 이므로

$$3a - 2 = 4 \quad \therefore a = 2,$$

$$3b - 8 = 1 \quad \therefore b = 3$$

$$\therefore B(2, 3)$$

$$\therefore \overline{AB} = \sqrt{(2-1)^2 + (3-4)^2} = \sqrt{2}$$

15. 원점 O와 점 A(3, 6)을 이은 선분 OA를 2 : 1로 내분하는 점을 P, 선분 OP를 2 : 1로 외분하는 점을 Q라고 할 때, 두 점 P, Q 사이의 거리를 구하면?

▶ 답 :

▷ 정답 : $2\sqrt{17}$

해설

$$P\left(\frac{2 \times 3 + 1 \times 0}{2 + 1}, \frac{2 \times 6 + 1 \times 0}{2 + 1}\right) = (2, 4)$$

$$Q\left(\frac{2 \times 2 - 1 \times 0}{2 - 1}, \frac{2 \times 6 - 1 \times 0}{2 - 1}\right) = (4, 12) \text{ 이므로}$$

$$\overline{PQ} = \sqrt{(4 - 2)^2 + (12 - 4)^2} = \sqrt{68} = 2\sqrt{17} \text{ 이다.}$$

16. 다음 그림과 같이 두 점 A, B가 수직선 상에 위치해 있다. 선분 AB를 2 : 3으로 내분하는 점을 D, 선분 AB를 2 : 3으로 외분하는 점을 E, 선분 AB를 3 : 2로 내분하는 점을 F, 선분 AB를 3 : 2로 외분하는 점을 G라 하자. 점 D, E, F, G를 수직선 위에서 왼쪽부터 순서대로 적으시오.



▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 점 E

▷ 정답 : 점 D

▷ 정답 : 점 F

▷ 정답 : 점 G

해설

다음 그림에서 보듯이, 점의 순서는 E, D, F, G 이다.



17. 길이가 36인 선분 AB를 3 : 1로 내분하는 점을 C라 하고 선분 BC를 4 : 1로 외분하는 점을 D라 할 때, 선분 AD의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

수직선 위에서

A(0), B(36) 이라 하고, C(x)라 하면

$$x = \frac{3 \cdot 36 + 0 \cdot 1}{3 + 1} = 27$$

B(36), C(27) 이므로 D(y)라 하면

$$y = \frac{4 \cdot 27 - 1 \cdot 36}{4 - 1} = 24$$

$$\therefore \overline{AD} = 24$$

18. 수직선 위의 두 점 A, B 에 대하여 선분 AB 를 $m : n$ ($m > n$) 으로 내분하는 점을 C, 외분하는 점을 D 라고 할 때, 다음 식이 성립한다. ()안에 알맞은 값을 구하여라.

$$\frac{1}{\overline{AC}} + \frac{1}{\overline{AD}} = \frac{(\quad)}{\overline{AB}}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$\begin{aligned} \overline{AB} : \overline{AC} &= (m+n) : m \\ \text{따라서 } \overline{AC} &= \frac{m}{m+n} \overline{AB} \\ \overline{AB} : \overline{AD} &= (m-n) : m \\ \text{따라서 } \overline{AD} &= \frac{m}{m-n} \overline{AB} \\ \frac{1}{\overline{AC}} + \frac{1}{\overline{AD}} &= \frac{m+n}{m} \frac{1}{\overline{AB}} + \frac{m-n}{m} \frac{1}{\overline{AB}} = \frac{2}{\overline{AB}} \end{aligned}$$

The top diagram shows a line segment AB with point C on it. A dashed line segment of length m is drawn from A to the left, and a dashed line segment of length n is drawn from B to the left, meeting at C. The bottom diagram shows a line segment AB with point D on its extension to the right. A dashed line segment of length m is drawn from A to the left, and a dashed line segment of length n is drawn from B to the left, meeting at D.

19. 두 점 A, B 에 대하여 선분 AB 를 1 : 2 로 내분하는 점이 P(2, 3) ,
1 : 2 로 외분하는 점이 Q(-2, 7) 일 때, 선분 AB의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $3\sqrt{2}$

해설

A(x_1 , y_1), B(x_2 , y_2) 라고 하면

P 는 내분점이고 Q 는 외분점이므로

$$\frac{x_2 + 2x_1}{1 + 2} = 2, \quad \frac{y_2 + 2y_1}{1 + 2} = 3,$$

$$\frac{-2x_1 + x_2}{1 - 2} = -2, \quad \frac{-2y_1 + y_2}{1 - 2} = 7$$

위 식을 정리하면,

$$2x_1 + x_2 = 6 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$2y_1 + y_2 = 9 \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

$$-2x_1 + x_2 = 2 \quad \cdots \cdots \textcircled{3}$$

$$-2y_1 + y_2 = -7 \quad \cdots \cdots \textcircled{4}$$

①과 ③으로부터 $2x_2 = 8$

따라서 $x_2 = 4$ ①에 대입하면 $x_1 = 1$

②와 ④로부터 $2y_2 = 2$

따라서 $y_2 = 1$ ②에 대입하면 $y_1 = 4$

따라서 $\overline{AB} = \sqrt{(1 - 4)^2 + (4 - 1)^2} = 3\sqrt{2}$ 이다.

20. 네 점 $A(a, 4)$, $B(2, 4)$, $C(-3, b)$, $D(-2, 2)$ 를 꼭짓점으로 하는 사각형 ABCD 가 평행사변형일 때, ab 의 값은?

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

사각형 ABCD 가 평행사변형이므로

대각선의 중점이 서로 일치한다.

즉, $\overline{AC}$ 의 중점과 $\overline{BD}$ 의 중점이 일치하므로

$$\frac{a-3}{2} = \frac{2-2}{2}, \frac{4+b}{2} = \frac{4+2}{2}$$

$$a-3=0, 4+b=6$$

$$\therefore a=3, b=2$$

$$\therefore ab=6$$

21. 네 점 $A(a, 2)$, $B(3, 1)$, $C(2, -3)$, $D(b, -2)$ 를 꼭짓점으로 하는 $\square ABCD$ 가 마름모가 되게 하는 실수 a, b 에 대하여 $a + b$ 의 값은?
(단, $a > 0$)

- ① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

해설

마름모는 평행사변형이므로
 $\overline{AC}$ 의 중점과 $\overline{BD}$ 의 중점이 일치한다.
 즉, $\left(\frac{a+2}{2}, \frac{2+(-3)}{2}\right) = \left(\frac{3+b}{2}, \frac{1+(-2)}{2}\right)$ 에서 $\frac{a+2}{2} = \frac{b+3}{2}$
 $\therefore a - b = 1 \dots \textcircled{1}$
 이 때, 평행사변형이 마름모가 되려면 이웃하는 두 변의 길이가
 같아야 한다. 즉, $\overline{AB} = \overline{BC}$ 이어야 하므로
 $\overline{AB}^2 = \overline{BC}^2$ 에서
 $(3-a)^2 + (1-2)^2 = (2-3)^2 + (-3-1)^2$
 $a^2 - 6a + 10 = 17, a^2 - 6a - 7 = 0$
 $(a-7)(a+1) = 0$
 $\therefore a = 7 (\because a > 0)$
 이것을 $\textcircled{1}$ 에 대입하면 $b = 6$
 $\therefore a + b = 13$

22. 원 점 O를 한 꼭짓점으로 하는 $\triangle OAB$ 의 무게중심의 좌표가 (8, 6)이다. 이를 만족하는 두 점 A, B에 대하여 AB가 반드시 지나가는 점의 좌표를 (p, q) 라 할 때, $p + q$ 의 값을 구하면?

① 12

② 15

③ 18

④ 21

⑤ 24

해설

$A(a, b)$, $B(c, d)$ 라 하면,

무게중심은 $\left(\frac{a+c}{3}, \frac{b+d}{3}\right) = (8, 6)$ 이므로

$$a+c=24, \quad b+d=18$$

$\therefore$ AB의 중점은

$$\left(\frac{a+c}{2}, \frac{b+d}{2}\right) = (12, 9)$$

$$\therefore p+q=21$$

23. $\triangle ABC$ 의 세 변 AB, BC, CA의 중점의 좌표가 각각 $(-2, 7)$, $(-6, 4)$, $(5, -2)$ 일 때, 이 삼각형의 무게중심의 좌표는 (a, b) 이다. 이 때, $a + b$ 의 값을 구하면?

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$A(a_1, b_1)$ $B(a_2, b_2)$ $C(a_3, b_3)$ 라고 하면 각 중점좌표는

$$\left(\frac{a_1 + a_2}{2}, \frac{b_1 + b_2}{2}\right),$$

$$\left(\frac{a_2 + a_3}{2}, \frac{b_2 + b_3}{2}\right),$$

$$\left(\frac{a_3 + a_1}{2}, \frac{b_3 + b_1}{2}\right) \text{ 이고}$$

이들의 합을 3으로 나누면,

$$\left(\frac{a_1 + a_2 + a_3}{3}, \frac{b_1 + b_2 + b_3}{3}\right) \text{ 로}$$

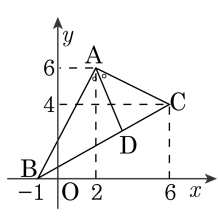
$\triangle ABC$ 의 무게중심의 좌표와 같다.

따라서 무게중심의 좌표는

$$G = \left(\frac{-2 - 6 + 5}{3}, \frac{7 + 4 - 2}{3}\right) = (-1, 3)$$

$\therefore 2$

24. 다음 그림과 같이 세 점 A(2,6), B(-1,0), C(6,4)를 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC에서 ∠A의 이등분선이 변 BC와 만나는 점을 D라고 할 때, 점 D의 좌표는?



- ① $\left(2, \frac{6}{5}\right)$ ② $\left(\frac{12}{5}, \frac{8}{5}\right)$ ③ $\left(\frac{14}{5}, 2\right)$

- ④ $\left(\frac{16}{5}, \frac{12}{5}\right)$ ⑤ $\left(\frac{18}{5}, \frac{14}{5}\right)$

해설

점 D는 ∠A의 이등분선과 변 BC의 교점이므로

$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{DC}$ 이다.

$\overline{AB} = \sqrt{(-3)^2 + (-6)^2} = 3\sqrt{5}$,

$\overline{AC} = \sqrt{4^2 + (-2)^2} = 2\sqrt{5}$ 이므로

$\overline{BD} : \overline{DC} = 3 : 2$

따라서 점 D는 선분 BC를 3 : 2로 내분하는 점이므로

점 D의 좌표는 $\left(\frac{18-2}{3+2}, \frac{12+0}{3+2}\right)$

$\therefore \left(\frac{16}{5}, \frac{12}{5}\right)$

25. 세 점 $O(0,0)$, $A(3,6)$, $B(6,3)$ 와 선분 AB 위의 점 $P(a,b)$ 에 대하여 삼각형 OAP 의 넓이가 삼각형 OBP 의 넓이의 2배일 때, $a-b$ 의 값은?
- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 6

해설

다음 그림에서 $\triangle OAB$ 와 $\triangle OAP$ 의 넓이가 같으므로 $\triangle OAP = 2\triangle OBP$ 이려면 P 는 두 점 A, B 를 $2:1$ 로 내분하여야 한다.

따라서 $P\left(\frac{12+3}{3}, \frac{6+6}{3}\right)$

즉 $P(5,4)$ 이므로 $a=5, b=4$

$\therefore a-b=1$

