

2. 다음 보기 중 옳지 않은 것을 모두 고른 것은?

보기

- ㉠ 1 은 소수이다.
- ㉡ 합성수는 약수가 3 개 이상인 수이다.
- ㉢ 6 의 배수 중 소수는 없다.
- ㉣ 10 이하의 소수는 모두 5 개이다.

① ㉠

② ㉡

③ ㉠, ㉢

④ ㉠, ㉣

⑤ ㉠, ㉡, ㉣

해설

- ㉠ 1 은 소수가 아니다.
- ㉣ 10 이하의 소수는 2, 3, 5, 7 이다.

3. 7200 을 소인수분해 했을 때, 소인수들의 곱은?

① 18

② 30

③ 45

④ 60

⑤ 72

해설

$$7200 = 2^5 \times 3^2 \times 5^2$$

$$\therefore 2 \times 3 \times 5 = 30$$

4. 다음 중 350 의 약수가 아닌 것은?

① 2

② 2×5

③ 2×7

④ $2^2 \times 5^2$

⑤ $2 \times 5^2 \times 7$

해설

$350 = 2 \times 5^2 \times 7$ 이므로 ④ $2^2 \times 5^2$ 은 약수가 아니다.

5. 소인수분해를 이용하여 24의 약수의 개수를 써라.

▶ 답:

▷ 정답: 8

해설

$24 = 2^3 \times 3$ 에서 2^3 의 약수는 1, 2, 2^2 , 2^3 이고 3 의 약수는 1, 3 이므로 24 의 약수는 다음과 같은 표에 나타낼 수 있다.

\times	1	2	2^2	2^3
1	1	2	4	8
3	3	6	12	24

따라서 24 의 약수는 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24 이고, 그 개수는 8 개이다.

6. 다음 중 옳은 것은?

㉠ 가장 작은 소수는 1 이다.

㉡ 11 과 19 는 소수이다.

㉢ 두 자연수가 서로소이면 공약수는 1 뿐이다.

㉣ 두 소수는 항상 서로소이다.

㉤ 5 보다 크고 10 보다 작은 자연수 중 4 와 서로소인 수는 없다.

① ㉡,㉢

② ㉠,㉡,㉢

③ ㉡,㉢,㉣

④ ㉠,㉡,㉢,㉣

⑤ ㉠,㉡,㉢,㉣,㉤

해설

㉠ 가장 작은 소수는 2 이다.

㉤ 5 보다 크고 10 보다 작은 자연수 중 4 와 서로소인 수는 7, 9 이다.

7. 소인수분해를 이용하여 27 과 45 의 최대공약수를 구하면?

① 4

② 6

③ 8

④ 9

⑤ 10

해설

$$27 = 3^3, 45 = 3^2 \times 5$$

두 수의 최대공약수는 $3^2 = 9$

8. 소인수분해를 이용하여 15 와 21 의 최소공배수를 구하면?

① 80

② 82

③ 95

④ 105

⑤ 120

해설

$$15 = 3 \times 5, 21 = 3 \times 7$$

$$\text{최소공배수} : 3 \times 5 \times 7 = 105$$

9. 6으로 나누거나 8로 나누어도 3이 남는 수 중에서 가장 작은 수는?

① 23

② 24

③ 25

④ 26

⑤ 27

해설

6, 8의 최소공배수는 24 이므로 구하는 자연수는 $24 + 3 = 27$ 이다.

10. 두 자연수의 곱이 84 이고 최대공약수가 1 일 때, 최소공배수는?

① 42

② 84

③ 90

④ 168

⑤ 336

해설

(두 수의 곱) = (최대공약수) \times (최소공배수) 이므로

$$84 = 1 \times (\text{최소공배수})$$

따라서 최소공배수는 84 이다.

11. $3^{2009} - 2^{2009}$ 를 10 으로 나누었을 때의 나머지를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

$3^1 = 3, 3^2 = 9, 3^3 = 27, 3^4 = 81, \dots \rightarrow$ 4 번 거듭제곱을 할 때
마다 일의 자릿수는 1 이 된다.

$2^1 = 2, 2^2 = 4, 2^3 = 8, 2^4 = 16, \dots \rightarrow$ 4 번 거듭제곱을 할 때
마다 일의 자릿수는 6 이 된다.

3^{2009} 의 일의 자릿수는 3 이고,

2^{2009} 의 일의 자릿수는 2 이므로,

$3^{2009} - 2^{2009}$ 의 일의 자릿수는 1 이 된다.

$\therefore 3^{2009} - 2^{2009}$ 를 10 으로 나누었을 때의 나머지는 1 이다.

12. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?(정답 2 개)

① $2 \times 2 \times 4 \times 4 \times 7 = 2^2 \times 4^2 \times 7$

② $\frac{1}{3 \times 3 \times 3 \times 3} = \frac{4}{3^3}$

③ $\frac{1}{2 \times 2 \times 5 \times 5} = \frac{1}{2^2 \times 5^2}$

④ $\frac{1}{3^2 \times 3^4} = \frac{1}{3^8}$

⑤ $a \times a \times a \times b \times b = a^3 \times b^2$

해설

② $\frac{1}{3 \times 3 \times 3 \times 3} = \frac{1}{3^4}$, ④ $\frac{1}{3^2 \times 3^4} = \frac{1}{3^6}$

13. 다음 소인수분해한 것 중 옳은 것을 모두 고르면?

① $24 = 2^3 \times 3$

② $36 = 2^2 \times 9$

③ $42 = 2 \times 3 \times 7$

④ $88 = 2 \times 4 \times 11$

⑤ $160 = 2^4 \times 5^2$

해설

② $36 = 2^2 \times 3^2$

④ $88 = 2^3 \times 11$

⑤ $160 = 2^5 \times 5$

14. $60 \times 2^3 \times x$ 가 어떤 자연수의 제곱이 될 때, 가장 작은 자연수 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

$60 \times 2^3 \times x = 2^5 \times 3 \times 5 \times x$ 이므로
가장 작은 x 는 $2 \times 3 \times 5 = 30$

15. 720 을 자연수로 나누어 어떤 자연수의 제곱이 되도록 할 때, 나눌 수 있는 가장 작은 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$720 = 2^4 \times 3^2 \times 5$ 이므로
나눌 수 있는 가장 작은 자연수는 5이다.

16. $2^2 \times \square \times 7$ 은 어떤 수를 소인수분해한 식이고 이 수는 약수의 개수가 12 개인 가장 작은 수이다. \square 안에 알맞은 수는?

① 2

② 3

③ 5

④ 7

⑤ 11

해설

$$2^2 \times a^n \times 7$$

$$(2 + 1) \times (n + 1) \times (1 + 1) = 12 \quad \therefore n = 1$$

2를 제외한 가장 작은 소수는 3이므로

$$3^1 = 3$$

17. 다음 중 8 과 서로소가 아닌 것은?

① 3

② 5

③ 6

④ 7

⑤ 9

해설

6 과 8 의 최대공약수는 2 이므로 서로소가 아니다.

18. 두 수 A 와 B 의 최대공약수가 12 일 때, 다음 중 A 와 B 의 공약수가 아닌 것은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

공약수는 최대공약수의 약수인데 ⑤ 5 는 12 의 약수가 아니다.

19. 세 수 $2^2 \times 3^3 \times 5$, $2^3 \times 3 \times 5^2$, $2^3 \times 3^2 \times 7$ 의 공약수의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 6 개

해설

세 수의 최대공약수는 $2^2 \times 3$ 이므로
공약수의 개수는 $(2 + 1) \times (1 + 1) = 6$ (개)

20. 200 보다 작은 자연수 중에서 12 와 15 의 공배수를 모두 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 60

▷ 정답: 120

▷ 정답: 180

해설

12 와 15 의 공배수는 12 와 15 의 최소공배수의 배수와 같다.

12 와 15 의 최소공배수는 60

(60 의 배수) = 60, 120, 180, 240, ...

21. 2^2 , $2^2 \times 3$, 3×5 의 공배수 중에서 200 이하인 것의 개수는?

① 2 개

② 3 개

③ 4 개

④ 5 개

⑤ 6 개

해설

세 수의 최소공배수는 $2^2 \times 3 \times 5 = 60$ 이므로 200 이하의 공배수는 60, 120, 180 으로 총 3개이다.

22. 고속버스 터미널에서 대전행 버스는 10 분마다 한 대씩, 광주행 버스는 15 분마다, 여수행 버스는 18 분마다 한 대씩 출발한다. 세 버스가 오전 9 시에 동시에 출발했을 때, 바로 다음으로 동시에 출발하는 시각은?

① 오전 9 시 30 분

② 오전 10 시

③ 오전 10 시 30 분

④ 오후 9 시

⑤ 오후 9 시 30 분

해설

10, 15, 18 의 최소공배수를 구한다.

$$5 \overline{) 10 \quad 15 \quad 18}$$

$$2 \overline{) 2 \quad 3 \quad 18}$$

$$3 \overline{) 1 \quad 3 \quad 9}$$

$$1 \quad 1 \quad 3$$

$$\therefore 5 \times 2 \times 3 \times 1 \times 1 \times 3 = 90$$

따라서 오전 9 시부터 90 분 후인 오전 10 시 30 분에 동시에 출발한다.

23. 두 수 $A = 2^a \times 3^2 \times 5$, $B = 2^4 \times 3^b$ 의 최대공약수는 $2^2 \times 3^2$ 이고
최소공배수는 $2^4 \times 3^3 \times 5$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$$A = 2^a \times 3^2 \times 5, B = 2^4 \times 3^b$$

$$\text{최대공약수: } 2^2 \times 3^2$$

$$\text{최소공배수: } 2^4 \times 3^3 \times 5$$

$$a = 2, b = 3$$

$$a + b = 2 + 3 = 5$$

24. 다음 식을 만족하는 a, b, c 의 곱은?

$$1 \times 2 \times 4 \times 5 \times 10 \times 20 = 2^a \times 3^b \times 5^c$$

① 0

② 1

③ 4

④ 6

⑤ 8

해설

$$1 \times 2 \times (2 \times 2) \times 5 \times (2 \times 5) \times (2 \times 2 \times 5) = 2^6 \times 3^0 \times 5^3$$

$$\therefore a = 6, b = 0, c = 3$$

$$\therefore 6 \times 0 \times 3 = 0$$

25. 216 을 소인수분해하면 $2^a \times b^c$ 이다. 이때, $a + b + c$ 의 값은?

① 7

② 9

③ 11

④ 13

⑤ 15

해설

$$216 = 2^3 \times 3^3$$

따라서 $a = 3, b = 3, c = 3$

$$a + b + c = 9$$

26. 다음 조건을 각각 만족하는 자연수의 개수의 합을 구하여라.

- ㉠ 최대공약수가 24인 두 수 a, b 의 공약수
- ㉡ 50보다 크지 않은 4와 6의 공배수

▶ 답:

▶ 정답: 12

해설

- ㉠ 최대공약수가 24인 두 수 a, b 의 공약수는 24의 공약수이므로
 $24 = 2^3 \times 3^1$ 에서 약수의 개수는
 $(3 + 1) \times (1 + 1) = 8(\text{개})$
- ㉡ 4와 6의 최소공배수는 12이므로
50보다 작은 12의 배수는 12, 24, 36, 48의 4개
 $\therefore 8 + 4 = 12$

28. 가로 길이가 16cm, 세로 길이가 24cm, 높이가 10cm 인 벽돌을 쌓아서 되도록 작은 정육면체 모양을 만들려고 한다. 이때, 정육면체의 한 모서리의 길이와 필요한 벽돌의 개수를 옳게 구한 것은?

① 120cm, 1800 개

② 120cm, 3000 개

③ 200cm, 3600 개

④ 240cm, 3600 개

⑤ 360cm, 1800 개

해설

벽돌의 한 모서리의 길이는 16, 24, 10 의 최소공배수이므로 240 이다.

한 모서리의 길이는 240cm 이고,
필요한 벽돌의 개수는

$(240 \div 16) \times (240 \div 24) \times (240 \div 10) = 15 \times 10 \times 24 = 3600$ (개)
이다.

29. $\frac{12}{7}$, $\frac{36}{5}$, $\frac{15}{4}$ 의 어느 것에 곱하여도 양의 정수가 되는 분수 중 가장 작은 수는?

① $\frac{1}{3}$

② $\frac{10}{3}$

③ $\frac{100}{3}$

④ $\frac{120}{3}$

⑤ $\frac{140}{3}$

해설

7, 5, 4 의 최소공배수 : 140

12, 36, 15 의 최대공약수 : 3

따라서, 구하는 분수는 $\frac{140}{3}$ 이다.

30. 자연수 a, b, c 에 대하여 $5 \times a = 7 \times b = c^2$ 을 만족하는 c 의 값으로 가능하지 않은 것은?

① 35

② 70

③ 105

④ 140

⑤ 180

해설

$5 \times a = 7 \times b = c^2$ 에서

i) $a = 5 \times 7^2$, $b = 5^2 \times 7$ 일 때, $5 \times (5 \times 7^2) = 7 \times (5^2 \times 7) = (5 \times 7)^2 = 35^2$

ii) $a = 2^2 \times 5 \times 7^2$, $b = 2^2 \times 5^2 \times 7$ 일 때, $5 \times (2^2 \times 5 \times 7^2) = 7 \times (2^2 \times 5^2 \times 7) = (2 \times 5 \times 7)^2 = 70^2$

iii) $a = 3^2 \times 5 \times 7^2$, $b = 3^2 \times 5^2 \times 7$ 일 때, $5 \times (3^2 \times 5 \times 7^2) = 7 \times (3^2 \times 5^2 \times 7) = (3 \times 5 \times 7)^2 = 105^2$

iv) $a = 4^2 \times 5 \times 7^2$, $b = 4^2 \times 5^2 \times 7$ 일 때, $5 \times (4^2 \times 5 \times 7^2) = 7 \times (4^2 \times 5^2 \times 7) = (4 \times 5 \times 7)^2 = 140^2$

따라서 c 의 값으로 가능한 것은 35, 70, 105, 140, ... 이다.

31. 네 수 14, 42, 56, A 의 최소공배수가 336 일 때, A 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 336

해설

$14 = 2 \times 7$, $42 = 2 \times 3 \times 7$, $56 = 2^3 \times 7$, $336 = 2^4 \times 3 \times 7$ 이므로,
A 값이 될 수 있는 수는 $2^4 \times 3^x \times 7^y$ (x, y 는 0 또는 1)이며,
최댓값을 가질 때는 $x, y = 1$ 일 때이므로 A 의 최댓값은 336
이다.

32. 세 수 3048, 5988, 8088 을 자연수 k 로 나누었을 때, 나머지를 같게 하는 자연수 k 의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 24 개

해설

3048, 5988, 8088 을 동일한 자연수로 나눌 때 나머지가 모두 같으므로

$$A = Ga + r, B = Gb + r, C = Gc + r \text{ 라고 하면}$$

$$B - A = G(b - a), C - B = G(c - b)$$

이므로 $B - A, C - B$ 의 공약수는 A, B, C 를 나누어서 나머지가 같아지는 수들이다.

$8088 - 5988 = 2100, 5988 - 3048 = 2940$ 이므로 2100 과 2940 의 공약수를 구하면, 최대공약수가 420 이므로 약수의 개수는 $420 = 2^2 \times 3 \times 5 \times 7$ 에서 24 개이다.

33. $\frac{8}{n}$, $\frac{24}{n}$, $\frac{36}{n}$ 을 자연수로 만드는 자연수 n 들을 모두 곱하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

n 은 8, 24, 36 의 공약수, 공약수는 최대공약수의 약수이므로
8, 24, 36 의 최대공약수는 4 이다.

4 의 약수는 1, 2, 4 이다.

따라서 8 이다.