

1. 밑면의 가로 길이와 세로 길이가 각각 $3a$, $2b$ 인 사각기둥이 있다. 이 사각기둥의 부피가 $60ab^2$ 일 때, 이 사각기둥의 높이는?

- ① $5a$ ② $5b$ ③ $10a$ ④ $10ab$ ⑤ $10b$

해설

사각기둥의 높이를 h 라 할 때

$$3a \times 2b \times h = 60ab^2$$

$$6ab \times h = 60ab^2$$

$$\therefore h = 10b$$

2. $2x+3y=3(x-1)+5y$ 일 때, $xy+y-3$ 을 y 에 관한 식을 나타내면?

- ① $2y^2-4y-3$ ② $2y^2+4y+3$ ③ $2y^2+4y-3$
④ $-2y^2+4y+3$ ⑤ $-2y^2+4y-3$

해설

$2x+3y=3x-3+5y$ 를 x 로 정리하면 $x=-2y+3$

주어진 식에 대입하면

$$\begin{aligned} xy+y-3 &= (-2y+3)y+y-3 \\ &= -2y^2+4y-3 \end{aligned}$$

3. 부등식 $\frac{6x+9}{3} - \frac{2x+6}{2} < a$ 를 만족하는 자연수 x 의 개수가 6개일 때, 자연수 a 의 값은?

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$$\frac{6x+9}{3} - \frac{2x+6}{2} < a \text{를 정리하면}$$

$$2x+3 - (x+3) < a$$

$$2x+3-x-3 < a$$

$$\therefore x < a$$

만족하는 범위 내의 자연수의 개수가 6개여야 하므로 $7 \leq a < 8$ 이 되어야 한다.

따라서 $a = 7$ 이다.

4. 주사위를 던져서 나온 눈의 수를 2 배하면 그 눈의 수에 3 을 더한 것보다 크다고 한다. 이런 눈의 수를 만족하는 것은 모두 몇 개인가?

① 3개 ② 4개 ③ 5개 ④ 6개 ⑤ 1개

해설

$2x > x + 3, x > 3$ 이므로, 만족하는 수는 4, 5, 6 이다.

5. 분수를 순환소수로 나타낸 것 중 옳은 것은?

- ① $\frac{1}{3} = 0.3\dot{3}$ ② $\frac{2}{3} = 0.\dot{7}$ ③ $\frac{6}{7} = 0.\dot{8}714$
④ $\frac{3}{11} = 0.27\dot{2}$ ⑤ $\frac{5}{11} = 0.4\dot{5}$

해설

① $\frac{1}{3} = 0.333\cdots = 0.\dot{3}$, ② $\frac{2}{3} = 0.666\cdots = 0.\dot{6}$
③ $\frac{6}{7} = 0.857142857142\cdots = 0.\dot{8}57142$, ④ $\frac{3}{11} = 0.272727\cdots = 0.2\dot{7}$

6. $x = 2.3$ 일 때, $x + \frac{1}{\frac{1}{x} - 1}$ 의 값을 구하면?

- ① $\frac{53}{90}$ ② $\frac{12}{45}$ ③ $\frac{7}{12}$ ④ $\frac{7}{30}$ ⑤ $\frac{2}{9}$

해설

$$x = \frac{21}{9}$$

$$(\text{준식}) = x + \frac{1}{\frac{1}{1-x}}$$

$$= x + \frac{x}{1-x}$$

$$= \frac{21}{9} + \frac{21}{1-\frac{21}{9}}$$

$$= \frac{21}{9} - \frac{21}{12} = \frac{84}{36} - \frac{63}{36}$$

$$= \frac{9}{36} = \frac{1}{4}$$

7. 다음 순환소수를 분수로 나타내는 방법이 바르게 된 것은?

① $0.\dot{2}3\dot{4} = \frac{234}{990}$

② $0.1\dot{3}5 = \frac{135}{990}$

③ $2.\dot{3}9 = \frac{239-2}{990}$

④ $0.\dot{5}0\dot{2} = \frac{502}{999}$

⑤ $1.\dot{2}3\dot{5} = \frac{1235-1}{9990}$

해설

① $0.\dot{2}3\dot{4} = \frac{234}{999}$

② $0.1\dot{3}5 = \frac{135-1}{990}$

③ $2.\dot{3}9 = \frac{239-2}{99}$

④ $0.\dot{5}0\dot{2} = \frac{502}{999}$

⑤ $1.\dot{2}3\dot{5} = \frac{1235-1}{999}$

8. 다음 중 부등식 $3x - 4 < 2$ 의 해가 아닌 것은?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$3x - 4 < 2$ 에서

⑤ $x = 2$ 이면 $3 \times 2 - 4 < 2$ (거짓)

9. 어느 박물관의 입장료는 30 명 이상 60 명 미만의 단체에 대해서는 입장료의 2 할 5 푼을 할인해 주고, 60 명 이상의 단체에 대해서는 입장료의 3 할을 할인해 준다고 한다. 30 명 이상 60 명 미만의 단체가 60 명 단체로 표를 사서 할인 혜택을 받는 것이 유리한 것은 몇 명 이상인 경우인지 구하여라.

▶ 답: 명 이상

▷ 정답: 57 명 이상

해설

학생 수를 x 라 하고, 1 인당 요금을 a 원이라 할 때,

$$\frac{75}{100} \times ax > \frac{70}{100} \times a \times 60$$

$$75x > 4200 \quad \therefore x > 56$$

\therefore 57 명 이상

10. 사다리꼴의 윗변의 길이와 아랫변의 길이는 각각 30cm, 20cm, 높이는 $(x+10)$ cm 이다. 이 사다리꼴의 넓이가 1500cm^2 이상이 되게 하려고 한다. x 의 값의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 50

해설

(사다리꼴의 넓이) =

$$\frac{1}{2} \times \{(\text{밑변의 길이}) + (\text{윗변의 길이})\} \times (\text{높이})$$

$$\frac{1}{2} \times (30 + 20) \times (x + 10) \geq 1500$$

$$25(x + 10) \geq 1500$$

$$x + 10 \geq 60$$

$$x \geq 50$$

x 의 최솟값은 50 이 된다.

11. 아침 8시 30분이 등교시간인 효주는 아침 8시에 출발하여 분속 40m로 걷다가 늦을 것 같아서 분속 80m로 뛰어갔더니 지각을 하지 않았다고 한다. 집에서 학교까지의 거리가 2km일 때, 효주가 대 구간의 거리는 몇 km 이상인지 구하여라.

▶ 답: km

▷ 정답: 1.6 km

해설

대 거리 : x km

$$\frac{2-x}{0.04} + \frac{x}{0.08} \leq 30$$

$$\frac{5(2-x)}{2} + \frac{5x}{4} \leq 3$$

$$10(2-x) + 5x \leq 12$$

$$\therefore x \geq 1.6$$

12. $1.3 + 3 \left\{ \frac{2}{3} + \left(0.5 - \frac{7}{9} \right) \right\} - 0.8$ 를 계산하여라.

- ① 1.5 ② 1.6 ③ 1.7 ④ 1.8 ⑤ 1.9

해설

$$\begin{aligned} \frac{13-1}{9} + 3 \left\{ \frac{2}{3} + \left(\frac{5}{9} - \frac{7}{9} \right) \right\} - \frac{8}{9} &= \frac{4}{3} + 3 \left(\frac{2}{3} - \frac{2}{9} \right) - \frac{8}{9} \\ &= \frac{8}{3} - \frac{8}{9} = \frac{16}{9} = 1.\bar{7} \end{aligned}$$

13. $x = \frac{k}{24}$ (단, x 는 자연수가 아니고, k 는 100 이하의 자연수)일 때, x 가 유한소수가 되기 위한 k 의 값의 개수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 29

해설

$\frac{k}{24} = \frac{k}{2^3 \times 3}$: 유한소수이려면 k 는 3의 배수
따라서, $33 - 4 = 29$

14. x, y 가 짝수일 때, $(-4)^2 \div (-2)^y = (-2)^{x-6}$ 이다. $x+y$ 의 값을 구하면?

- ① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

해설

$$\begin{aligned}(-2^2)^2 \div (-2)^y &= (-2)^{x-6} \\ 2, y, x-6 \text{이 모두 짝수이므로} \\ (-2^2)^2 &= (2^2)^2 = 2^4, \\ (-2)^y &= 2^y, (-2)^{x-6} = 2^{x-6} \text{이다.} \\ 2^4 \div 2^y &= 2^{4-y} = 2^{x-6} \\ 4-y &= x-6 \\ \therefore x+y &= 10\end{aligned}$$

15. $3^{x+2} + 3^{x+1} + 3^x = 1053$ 일 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$\begin{aligned} 3^x = t \text{ 로 놓으면} \\ 3^2 \times 3^x + 3 \times 3^x + 3^x \\ = 9t + 3t + t = 1053 \\ 13t = 1053, t = 81 \\ 3^x = 81 = 3^4 \\ \therefore x = 4 \end{aligned}$$

16. $x + \frac{1}{y} = 1$, $y + \frac{1}{2z} = 1$ 일 때, $z + \frac{1}{2x}$ 의 값은?

- ① 1 ② -1 ③ 0 ④ $-\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

해설

$x + \frac{1}{y} = 1$, $y + \frac{1}{2z} = 1$ 을 x 와 z 를 y 에 관하여 풀면, $x = \frac{y-1}{y}$,

$$z = \frac{1}{2(1-y)}$$

$z + \frac{1}{2x}$ 에 대입하면

$$\begin{aligned} z + \frac{1}{2x} &= \frac{1}{2(1-y)} + \frac{y}{2(y-1)} \\ &= \frac{1}{2(1-y)} - \frac{y}{2(1-y)} \\ &= \frac{1-y}{2(1-y)} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

17. $a - b < 0, a + b < 0, b > 0$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $|a| > |b|$

② $a < b$

③ $a^3 < b^3$

④ $a < 0$

⑤ $\left| \frac{1}{a} \right| > \left| \frac{1}{b} \right|$

해설

① $a < 0, b > 0, a + b < 0$ 에서 a 의 절댓값이 b 의 절댓값보다 크다는 것을 알 수 있다. $|a| > |b|$

② $a - b < 0$ 에서 $a < b$

③ $a^3 < 0, b^3 > 0 \therefore a^3 < b^3$

④ $b > 0, a + b < 0$ 에서 $a < 0$

⑤ $|a| > |b|$ 이기 때문에 $\left| \frac{1}{a} \right| < \left| \frac{1}{b} \right|$

18. $\frac{3+2x}{4} - 0.2 < 0.3(x+6)$ 을 만족하는 x 의 값 중에서 가장 큰 정수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

양변에 20 을 곱한다.

$$5(3+2x) - 4 < 6(x+6)$$

$$10x + 11 < 6x + 36$$

$$4x < 25$$

$$x < 6.25$$

따라서 가장 큰 정수 x 의 값은 6 이다.

19. 일차부등식 $(b-1)x^2 + ax - bx > 3(a-1)$ 을 풀면? (단, $a < 1$)

① $x < 1$

② $x < -3$

③ $x > 3$

④ $x < 3$

⑤ $x > -1$

해설

주어진 식이 일차부등식이므로 이차항의 계수가 0 즉, $b = 1$ 이다.

따라서 $ax - x > 3(a-1)$ 이 되어 $(a-1)x > 3(a-1)$

이때, $a < 1$ 이므로 부등호의 방향이 바뀌고, 부등식의 해는 $x < 3$

20. $1 < x < 60$ 인 자연수 x 에 대하여, $\frac{5}{x}$ 가 무한소수일 때, 이를 만족하는 x 의 개수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 47

해설

$\frac{5}{x}$ 가 유한소수가 되려면 $\frac{5}{2^a \times 5^b}$ 의 꼴이어야 하므로

$\frac{5}{2^a}$ 의 꼴이 되는 분수는 $a = 1, 2, 3, 4, 5$ 일 때의 5개

$\frac{5}{2^a \times 5}$ 의 꼴이 되는 분수는 $a = 1, 2, 3$ 일 때의 3개

$\frac{5}{2^a \times 5^2}$ 의 꼴이 되는 분수는 $a = 1$ 일 때의 1개

$\frac{5}{5^b}$ 의 꼴이 되는 분수는 $b = 1, 2$ 일 때의 2개

따라서 유한소수는 $5 + 3 + 1 + 2 = 11$ (개)이므로 유한소수가 아닌 무한소수의 개수는

$58 - 11 = 47$ (개)

21. $80 \leq a \leq 90$ 인 조건에서 $\frac{a}{180}$ 는 유한소수이고, 기약분수로 나타내면

$\frac{9}{b}$ 와 같을 때, $a - b$ 의 값은?

- ① 41 ② 51 ③ 61 ④ 71 ⑤ 81

해설

$$\frac{a}{180} = \frac{a}{2^2 \times 3^2 \times 5} = \frac{9}{b}$$

a 는 9의 배수가 되어야 하므로 81이 된다.

$$\therefore b = 20$$

$$\therefore a - b = 81 - 20 = 61$$

22. 서로 다른 한 자리 자연수 a, b, c, d 에 대하여 기약분수 $\frac{a}{b} = 0.cd$ 일 때, a, b, c, d 의 값을 각각 구하여라. (단, $\frac{a}{b}$ 는 유한소수가 아니다.)

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $a = 5$

▷ 정답: $b = 6$

▷ 정답: $c = 8$

▷ 정답: $d = 3$

해설

$0.cd$ 를 분수로 고치면 분모가 90 이므로 b 는 90 의 약수 중 한 자리인 2, 3, 5, 6, 9 이다.

그런데 $\frac{a}{b}$ 는 유한소수가 아니므로 2, 5 는 만족하지 않는다.

또한 분모가 3, 9 이면 $0.\dot{x}$ 의 꼴이어야 하므로 만족하지 않는다.

$\therefore b = 6$

$\frac{a}{b} = 0.cd < 1$ 이므로 $a < b$

$b = 6$ 일 때, $a = 1, 2, 3, 4, 5$ 이고, a 와 b 는 서로소이어야 하므로 $a = 1, 5$ 이다.

$a = 1$ 일 때, $\frac{a}{b} = \frac{1}{6} = 0.1\dot{6} = 0.cd$ 에서 $a = c, b = d$ 이므로 성립하지 않는다.

$a = 5$ 일 때, $\frac{a}{b} = \frac{5}{6} = 0.8\dot{3} = 0.cd$ 에서 a, b, c, d 는 모두 다른 수이므로 성립한다.

따라서 $a = 5, b = 6, c = 8, d = 3$ 이다.

23. 자연수 n 에 대하여 $2^n, 3^n, 4^n, 5^n$ 각각의 일의 자리 숫자의 합을 $f(n)$ 이라 정의하고, $g(n) = 1 \times 2 \times \cdots \times n$ 이라 정의할 때, $f(g(1)) + f(g(2)) + f(g(3)) + \cdots + f(g(100))$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1808

해설

2^n 의 일의 자리 숫자는 2, 4, 8, 6 이 반복되고

3^n 의 일의 자리 숫자는 3, 9, 7, 1 이 반복되고

4^n 의 일의 자리 숫자는 4, 6 이 반복되고

5^n 의 일의 자리 숫자는 5 이다.

$g(1), g(2), g(3), \cdots$ 는 각각 1, 2, 6, 24, 120, 720, \cdots 에서 보듯이 $g(4)$ 부터는 모두 4 의 배수이다.

따라서

$$f(g(1)) = 2 + 3 + 4 + 5 = 14$$

$$f(g(2)) = 4 + 9 + 6 + 5 = 24$$

$$f(g(3)) = 4 + 9 + 6 + 5 = 24$$

$$f(g(4)) = f(g(5)) = f(g(6)) = \cdots = f(g(100))$$

$$= 6 + 1 + 6 + 5 = 18$$

$$\therefore f(g(1)) + f(g(2)) + f(g(3)) + \cdots + f(g(100))$$

$$= 14 + 24 + 24 + 18 \times 97 = 1808$$

25. $(15x^2 + 9xy) \div 3x + (25y^2 - 5xy) \div 5y$ 를 간단히 하면?

① $4x + 8y$

② $8x + 4y$

③ $10x + 2y$

④ $10x + 8y$

⑤ $14y$

해설

$$(15x^2 + 9xy) \div 3x + (25y^2 - 5xy) \div 5y = 5x + 3y + 5y - x = 4x + 8y$$