1. $\tan \mathrm{A} = 1$일 때, $(1 - \sin \mathrm{A})(1 + \cos \mathrm{A})$의 값을 구하여라. (단, $0° < A < 90°$)

▶ 답 :

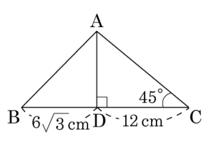
▷ 정답 : $\frac{1}{2}$

해설

$\tan \mathrm{A} = 1$일 때, $\mathrm{A} = 45°$

$$\begin{aligned}(1 - \sin A)(1 + \cos A) &= (1 - \sin 45°)(1 + \cos 45°) \\ &= \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)\left(1 + \frac{\sqrt{2}}{2}\right) \\ &= 1 - \frac{2}{4} = \frac{1}{2}\end{aligned}$$

2. 다음 그림과 같은 삼각형 ABC 에서 $\tan B$ 의 크기는?

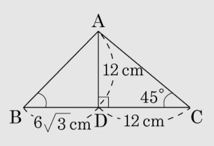


.

① $\frac{1}{3}\sqrt{2}$ ② $\frac{2}{3}\sqrt{2}$ ③ $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ④ $\frac{2}{3}\sqrt{3}$ ⑤ $\sqrt{3}$

해설

$\tan B = \frac{12}{6\sqrt{3}} = \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$



3. 다음 중 계산이 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $(1+\sin 90°)(1-\cos 90°)=2$

② $\sin^2 30° + \cos^2 60° = \frac{1}{2}$

③ $\cos 0° \times \sin 90° - \tan 45° \times \cos 90° = 0$

④ $2(\sin 30° + \cos 60°) = \sin 90° + \cos 0°$

⑤ $\sin^2 60° + \cos^2 60° = \tan^2 45°$

해설

① $(1+1)(1-0)=2$

② $\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=\frac{1}{2}$

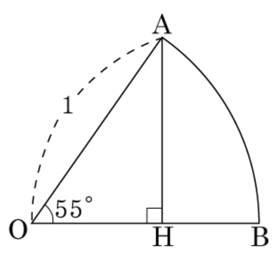
③ $1\times 1 - 1\times 0 = 1$ 이므로

$\cos 0° \times \sin 90° - \tan 45° \times \cos 90° \neq 0$

④ $2\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\right)=1+1=2$

⑤ $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2+\left(\frac{1}{2}\right)^2=1^2=\frac{3}{4}+\frac{1}{4}=1$

4. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 1 이고, 중심각의 크기가 $55°$ 인 부채꼴 OAB 에서 $\overline{AH} \perp \overline{OB}$ 일 때, $\triangle AOH$ 둘레의 길이를 구하여라. (단, $\sin 55° = 0.82$, $\cos 55° = 0.57$, $\tan 55° = 1.43$으로 계산한다.)



▶ 답:

▷ 정답: 2.39

해설

$\triangle AOH$ 에서 $\cos 55° = \dfrac{\overline{OH}}{\overline{OA}} = \dfrac{\overline{OH}}{1} = \overline{OH} = 0.57$

$\sin 55° = \dfrac{\overline{AH}}{\overline{OA}} = \dfrac{\overline{AH}}{1} = \overline{AH} = 0.82$

따라서 $\triangle AOH$ 의 둘레의 길이는 $1 + 0.57 + 0.82 = 2.39$ 이다.

5. $45° < x < 90°$ 일 때, $\sqrt{1-2\sin x\cos x}+\sqrt{1+2\sin x\cos x}$ 를 간단히 하면?

① $-\sin x$ ② $-2\sin x$ ③ $\sin x$

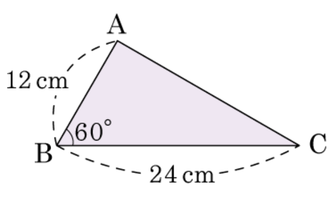
④ $2\sin x$ ⑤ $3\sin x$

해설

$45° < x < 90°$ 일 때, $0 < \cos x < \sin x$ 이므로

$$\begin{aligned}
&\sqrt{1-2\sin x\cos x}+\sqrt{1+2\sin x\cos x}\\
&=\sqrt{\sin^2 x+\cos^2 x-2\sin x\cos x}\\
&\quad+\sqrt{\sin^2 x+\cos^2 x+2\sin x\cos x}\\
&=\sqrt{(\sin x-\cos x)^2}+\sqrt{(\sin x+\cos x)^2}\\
&=(\sin x-\cos x)+(\sin x+\cos x)\\
&=2\sin x
\end{aligned}$$

6. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = 12\,\text{cm}$, $\overline{BC} = 24\,\text{cm}$, $\angle B = 60^\circ$ 일 때, $\overline{AC}$ 의 길이는?

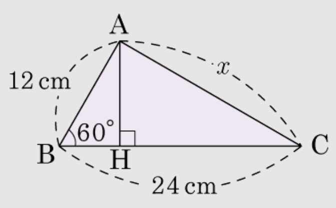


① $10\sqrt{6}\,\text{cm}$ ② $11\sqrt{4}\,\text{cm}$

③ $12\sqrt{3}\,\text{cm}$ ④ $13\sqrt{5}\,\text{cm}$

⑤ $14\sqrt{2}\,\text{cm}$

해설



$\triangle ABC$ 의 꼭짓점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 놓으면

$\triangle ABH$ 에서 $\overline{AH} = 12\sin 60^\circ = 6\sqrt{3}$ (cm)

$\overline{BH} = 12\cos 60^\circ = 6$ (cm)

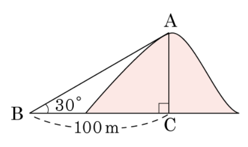
또, $\triangle AHC$ 에서

$\overline{CH} = \overline{BC} - \overline{BH} = 24 - 6 = 18$ (cm)

$x^2 = \overline{AH}^2 + \overline{CH}^2 = (6\sqrt{3})^2 + 18^2 = 432$

$\therefore\ x = \sqrt{432} = 12\sqrt{3}$ (cm)

7. 산의 높이를 구하기 위해 다음 그림과 같이 측량하였다. 산의 높이 $\overline{\mathrm{AC}}$ 를 구하면?



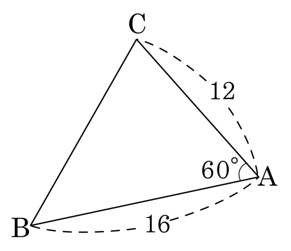
① $\dfrac{100\sqrt{3}}{2}$ m ② $\dfrac{100\sqrt{2}}{2}$ m ③ $\dfrac{100}{3}$ m
④ $\dfrac{100\sqrt{2}}{3}$ m ⑤ $\dfrac{100\sqrt{3}}{3}$ m

해설

$\tan 30° = \dfrac{\overline{\mathrm{AC}}}{100}$

$\therefore\ \overline{\mathrm{AC}} = 100\tan 30° = 100 \times \dfrac{\sqrt{3}}{3} = \dfrac{100\sqrt{3}}{3}$ (m)

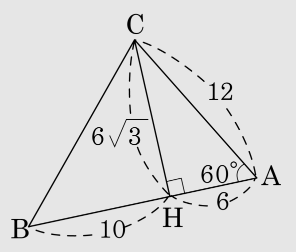
8. 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\angle A = 60°$, $\overline{AC} = 12$, $\overline{AB} = 16$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이는?



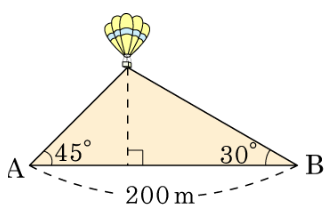
① $4\sqrt{13}$　　② $6\sqrt{13}$
③ $8\sqrt{13}$　　④ $10\sqrt{13}$
⑤ $12\sqrt{13}$

해설

$$\begin{aligned}\overline{BC} &= \sqrt{(6\sqrt{3})^2 + 10^2}\\ &= \sqrt{108 + 100}\\ &= \sqrt{208} = 4\sqrt{13}\end{aligned}$$

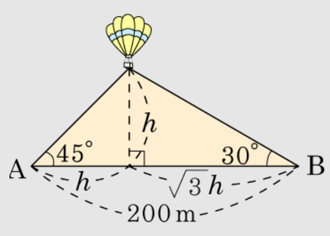


9. 다음 그림과 같이 200 m 떨어져 있는 지면 위의 두 지점 A, B 에서 기구를 올려다 본 각의 크기가 각각 45°, 30° 이었다. 지면으로부터 기구까지의 높이는?



① $100(\sqrt{3}-1)$ m
② $100\sqrt{2}$ m
③ $100\sqrt{3}$ m
④ 200 m
⑤ $100(\sqrt{3}+1)$ m

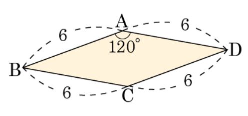
해설



높이를 h 라 하면 $h+\sqrt{3}h=200$

$(\sqrt{3}+1)h=200 \therefore h=\dfrac{200}{\sqrt{3}+1}=100(\sqrt{3}-1)$ m

10. 다음 사각형의 넓이는?



① $12\sqrt{3}$ ② $14\sqrt{3}$ ③ $16\sqrt{3}$ ④ $18\sqrt{3}$ ⑤ $20\sqrt{3}$

해설

넓이 : $6 \times 6 \times \sin 120°$

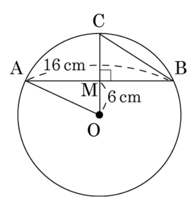
$= 6 \times 6 \times \sin 60°$

$= 6 \times 6 \times \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$= 18\sqrt{3}$

$\therefore\ 18\sqrt{3}$

11. 다음 그림의 원 O 에서 $\overline{\mathrm{AB}} \perp \overline{\mathrm{OC}}$ 이고, $\overline{\mathrm{AB}} = 16\mathrm{cm}$, $\overline{\mathrm{OM}} = 6\mathrm{cm}$ 일 때, $\overline{\mathrm{BC}}$ 의 길이는?

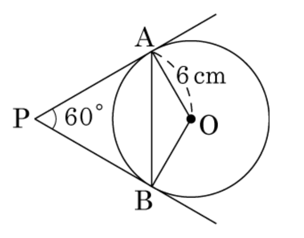


① $4\sqrt{5}\mathrm{cm}$　② $4\sqrt{14}\mathrm{cm}$　③ $8\sqrt{3}\mathrm{cm}$　④ $8\sqrt{5}\mathrm{cm}$　⑤ $9\sqrt{3}\mathrm{cm}$

해설

$\overline{\mathrm{AM}} = \overline{\mathrm{BM}} = 8\mathrm{cm}$, $\triangle\mathrm{AMO}$ 에서 $\overline{\mathrm{AO}} = 10\,\mathrm{cm}$,
반지름이 $10\,\mathrm{cm}$이므로 $\overline{\mathrm{CM}} = 4\mathrm{cm}$
$\triangle\mathrm{CMB}$ 에서 $\overline{\mathrm{BC}} = 4\sqrt{5}\mathrm{cm}$ 이다.

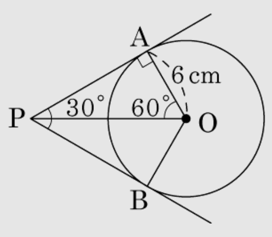
12. 다음 그림에서 $\overline{PA}$, $\overline{PB}$ 는 원 O 의 접선이다. $\angle P = 60^\circ$, $\overline{OA} = 6\text{cm}$ 일 때, $\triangle ABP$ 의 넓이는?



① 24cm^2　② $27\sqrt{3}\text{cm}^2$　③ $12\sqrt{6}\text{cm}^2$
④ $40\sqrt{3}\text{cm}^2$　⑤ 54cm^2

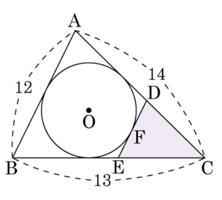
해설

$\overline{PA} = \overline{PB}$ 이므로 $\triangle ABP$ 는 모든 각의 크기가 같은 정삼각형이다.



$\overline{PO}$ 를 그으면 위와 같은 그림이 된다.
따라서 $\overline{PA} : \overline{AO} = 1 : \sqrt{3} = 6 : \overline{PA}$ 이다.
$\therefore \overline{PA} = 6\sqrt{3}\,\text{cm}$, $\frac{\sqrt{3}}{4} \times (6\sqrt{3})^2 = 27\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

13. 다음 그림에서 원 O는 △ABC의 내접원이고, 점 F가 원 O의 접점일 때, △CDE의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 15

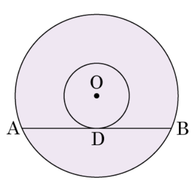
해설

원 O와 $\overline{AC}, \overline{BC}$ 와의 교점을 T, T′ 라 하고, $\overline{CT} = \overline{CT'} = x$ 라 하면

$(13 - x) + (14 - x) = 2, \quad \therefore\ x = \frac{15}{2}$

$(\therefore\ \triangle CDE$ 의 둘레의 길이$) = \overline{CT} + \overline{CT'} = 2x = 2 \times \frac{15}{2} = 15$

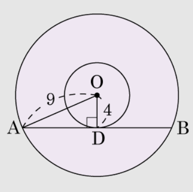
14. 점 O 를 중심으로 하고, 반지름의 길이가 각각 9cm , 4cm 인 두 원이 있다. 작은 원에 접하는 큰 원의 현을 $\overline{AB}$ 라 할 때, $\overline{AB}$ 의 길이를 구하여라.



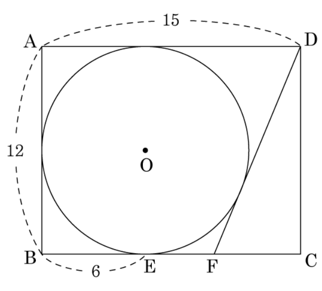
① $2\sqrt{97}$cm ② $3\sqrt{15}$cm ③ $6\sqrt{15}$cm
④ $2\sqrt{65}$cm ⑤ $\sqrt{65}$cm

해설

$\overline{AD} = \sqrt{81-16} = \sqrt{65}$cm
$\overline{AB} = 2 \times \overline{AD} = 2\sqrt{65}$(cm)($\because \overline{AD} = \overline{BD}$)



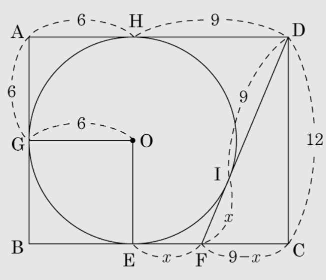
15. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의 세 변에 접하는 원 O 가 있다. $\overline{\mathrm{DF}}$ 가 원 O 의 접선일 때, $\overline{\mathrm{DF}}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설



피타고라스 정리에 의해

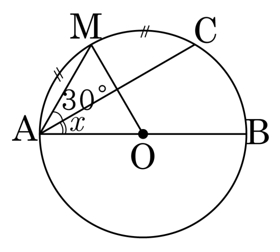
$\overline{\mathrm{DF}}^2 = \overline{\mathrm{CF}}^2 + \overline{\mathrm{CD}}^2$

$(x+9)^2 = (9-x)^2 + 12^2$

$\therefore x = 4$

따라서 $\overline{\mathrm{DF}} = 13$

16. 다음 그림에서 $\overline{AB}$는 원 O의 지름이고 점 M은 호 AC의 중점이다. $\angle MAC = 30°$, $\angle CAB = x$ 라고 할 때, $\angle x$ 를 구하여라.



▶ 답 : ______ °

▷ 정답 : 30°

해설

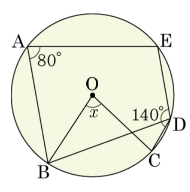
$\angle AOM = \angle MOC = 2\angle MAC = 60°$, $\overline{OA} = \overline{OM}$ 이므로 $\angle AMO = 60°$

즉, $\triangle AOM$ 에서

$\angle OAM = 180° - 60° - 60° = 60°$

$\therefore \angle CAB = \angle OAM - \angle MAC = 30$

17. 다음 그림에서 $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad\quad}$ °

▷ 정답 : 80 °

해설

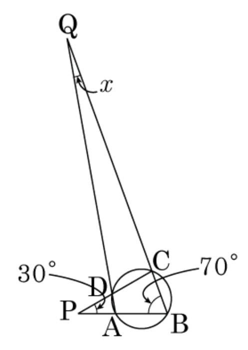
사각형의 대각의 합이 180° 이므로

$\angle BDE = 100°$

$\angle BDC = 140° - 100° = 40°$

$\therefore \angle x = 2 \times 40° = 80°$

18. 다음 그림에서 □ABCD 는 원에 내접하고 $\angle BPC = 30°, \angle ABC = 70°$ 일 때, $\angle BQA$ 의 값을 구하면?



① $10°$　② $20°$　③ $30°$

④ $40°$　⑤ $50°$

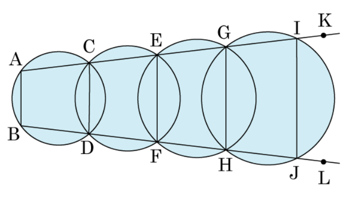
해설

$\angle ADC = 110°$ ($\because \angle ABC$ 의 대각) 이고, $\angle PAQ = x + 70°$ 이다.
$\triangle PAD$ 에서 한 외각의 크기의 합은 이웃하지 않는 두 내각의 크기의 합과 같으므로

$110° = 30° + x° + 70°$

$\therefore x° = 10°$

19. 다음 그림과 같이 원의 교점을 $\overleftrightarrow{AK}$, $\overleftrightarrow{BL}$ 이 지날 때, $\overline{AB}$ 와 평행한 선분을 말하여라.



▶ 답 :

▶ 답 :

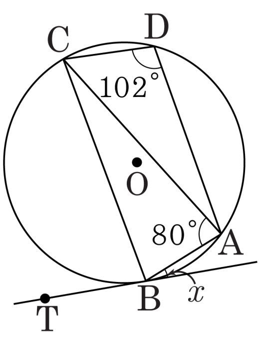
▷ 정답 : $\overline{EF}$

▷ 정답 : $\overline{IJ}$

해설

□ABDC 는 원에 내접하므로
$\angle ABD = \angle DCE$
□CDFE 도 원에 내접하므로
$\angle DCE = \angle EFH$
□EFHG 도 원에 내접하므로
$\angle EFH = \angle HGI$
□GHJI 도 원에 내접하므로
$\angle HGI = \angle IJL$
$\therefore \overline{AB} // \overline{EF} // \overline{IJ}$ ($\because \angle ABD = \angle EFH = \angle IJL$ 으로 동위각의 크기가 같다)

20. □ABCD 는 원 O 에 내접하고 $\overleftrightarrow{BT}$ 는 원 O 의 접선이다. $\angle CAB = 80°$, $\angle ADC = 102°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기로 알맞은 것은?



① 20° ② 21° ③ 22° ④ 23° ⑤ 24°

해설

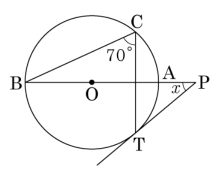
□ABCD 가 원에 내접하므로

$\angle ABC = 180° - 102° = 78°$

$\angle ACB = 180° - 80° - 78° = 22°$

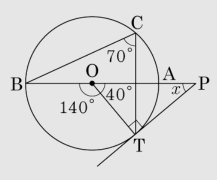
$\therefore \angle x = \angle ACB = 22°$

21. 다음과 같이 $\overrightarrow{PT}$ 가 원 O 의 접선이고, $\angle BCT = 70°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기로 적절한 것은?



① 20° ② 30° ③ 40° ④ 50° ⑤ 60°

해설



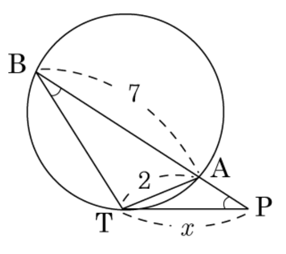
점 O 와 T 를 연결하면

$\angle TOB = 70° \times 2 = 140°$

$\angle AOT = 40°$

$\therefore \angle x = 180° - 90° - 40° = 50°$

22. 다음 그림에서 $\overline{\mathrm{PT}}$ 는 원의 접선이고, $\angle \mathrm{APT} = \angle \mathrm{ABT}$ 라고 할 때, $\overline{\mathrm{PT}}$ 의 길이는 얼마인가?

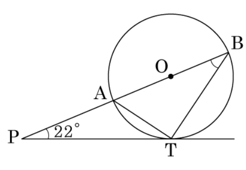


① $\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{2}$ ③ $3\sqrt{2}$
④ $4\sqrt{2}$ ⑤ $5\sqrt{2}$

해설

$\angle \mathrm{PTA} = \angle \mathrm{ABT}$이므로 $\triangle \mathrm{PAT}$ 는 이등변삼각형이다.
$\overline{\mathrm{PA}} = \overline{\mathrm{AT}} = 2,\ x^2 = 2 \times 9$
$x^2 = 18$
$\therefore\ x = 3\sqrt{2}(\because x > 0)$

23. 다음 그림에서 $\angle BPT = 22°$ 일 때, $\angle ABT$ 의 크기를 구하면?



① 30°　② 32°　③ 34°　④ 36°　⑤ 38°

해설

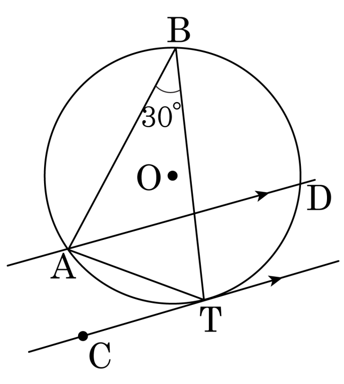
$\angle PTA = \angle x$ 라 하면

$\angle BAT = 22° + \angle x$

$\triangle ABT$ 에서

$$22° + \angle x + \angle x = 90°$$
$$2\angle x = 68°$$
$$\angle x = 34°$$

24. 다음 그림에서 원 O 의 현 AD 와 접선 CT 는 평행하고 $\angle ABT = 30°$ 일 때, $\angle TAD$ 의 크기를 구하여라.



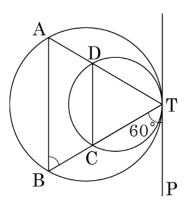
▶ 답 : °

▷ 정답 : 30°

해설

$\angle ATC = \angle ABT = 30°$
$\overline{AD} \,/\!/\, \overline{CT}$ 이므로
$\angle ATC = \angle TAD = 30°$(엇각)

25. 다음 그림에서 직선 PT 는 두 원에 공통으로 접하는 직선이고 $\angle BTP = 60^\circ$, □ABCD 는 원에 내접하는 사각형일 때, $\angle ABT$ 의 크기는?



① 30°　② 40°　③ 50°　④ 60°　⑤ 70°

해설

$\angle CDT = 60^\circ$
□ABCD 가 원에 내접하므로
$\angle ABT = \angle CDT = 60^\circ$