1. 다음 순환소수 중에서 $\frac{3}{5}$ 보다 작은 수는?

① $0.\dot{5}$ ② $0.\dot{6}$ ③ $0.\dot{7}$ ④ $0.\dot{8}$ ⑤ $0.\dot{9}$

해설

$\frac{3}{5} = 0.6$ 이므로 $\frac{3}{5}$ 보다 작은 수는 $0.\dot{5}$ 이다.

2. 다음 두 수의 대소 관계를 옳게 나타낸 것은?

① $0.4\dot{9} = 0.5$ ② $0.83 > 0.\dot{8}\dot{3}$ ③ $0.\dot{9} < 1$

④ $0.4\dot{5} > 0.5$ ⑤ $0.\dot{5}\dot{6} < 0.\dot{5}0\dot{6}$

해설

① $0.4\dot{9} = \frac{49-4}{90} = \frac{45}{90} = 0.5$

3. 다음 두 분수 $\frac{1}{12}$, $\frac{5}{22}$ 를 소수로 나타낼 때, 두 소수의 순환마디를 각각 a , b라 하면 $a+b$ 의 값은?

① 12 ② 22 ③ 27 ④ 30 ⑤ 33

해설

$\frac{1}{12} = 0.083333\cdots$, $\frac{5}{22} = 0.2272727\cdots$

$\therefore a = 3$, $b = 27$

$\therefore a + b = 30$

4. 다음 중 순환소수의 표현이 옳지 <u>않은</u> 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① $1.727272\cdots = \dot{1}.\dot{7}$

② $0.8444\cdots = 0.8\dot{4}$

③ $0.3030\cdots = 0.\dot{3}\dot{0}$

④ $2.123123\cdots = 2.\dot{1}\dot{2}\dot{3}$

⑤ $1.246246\cdots = 1.\dot{2}4\dot{6}$

해설

① $1.\dot{7}\dot{2}$
② $0.8\dot{4}$
③ $0.\dot{3}\dot{0}$
④ $2.\dot{1}2\dot{3}$
⑤ $1.\dot{2}4\dot{6}$

5. 분수 $\frac{17}{6}$ 을 소수로 나타내면?

① $2.80\dot{3}\dot{3}$ ② $2.\dot{8}0\dot{3}$ ③ $2.80\dot{3}$ ④ $2.8\dot{3}$ ⑤ $2.\dot{8}\dot{3}$

해설

$17 \div 6 = 2.83333\cdots = 2.8\dot{3}$

6. 다음 순환소수 중 0.2 와 같은 것은?

① $0.1\dot{5}$ ② $0.\dot{2}$ ③ $0.1\dot{9}$ ④ $0.\dot{1}\dot{9}$ ⑤ $0.\dot{2}\dot{0}$

해설

③ $0.1\dot{9} = \frac{19-1}{90} = \frac{18}{90} = \frac{1}{5} = 0.2$

7. 다음 순환소수 중 0.8 과 같은 것은?

① $0.7\dot{9}$ ② $0.\dot{8}$ ③ $0.8\dot{9}$ ④ $0.\dot{7}\dot{9}$ ⑤ $0.\dot{8}\dot{0}$

해설

① $0.7\dot{9} = \frac{79-7}{90} = \frac{72}{90} = \frac{4}{5} = 0.8$

8. $x = 2.\dot{3}$ 일 때, $x + \dfrac{1}{\dfrac{1}{x} - 1}$ 의 값을 구하면?

① $\dfrac{53}{90}$ ② $\dfrac{12}{45}$ ③ $\dfrac{7}{12}$ ④ $\dfrac{7}{30}$ ⑤ $\dfrac{2}{9}$

해설

$x = \dfrac{21}{9}$

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= x + \frac{1}{\dfrac{1-x}{x}} \\ &= x + \frac{x}{1-x} \\ &= \frac{21}{9} + \frac{\dfrac{21}{9}}{1 - \dfrac{21}{9}} \\ &= \frac{21}{9} - \frac{21}{12} = \frac{84}{36} - \frac{63}{36} \\ &= \frac{21}{36} = \frac{7}{12}\end{aligned}$$

9. 다음 중 순환소수 $x = 1.2\dot{5}\dot{4}$ 를 분수로 나타낼 때, 가장 알맞은 식은?

① $10x - x$ ② $100x - x$ ③ $100x - 10x$
④ $1000x - 10x$ ⑤ $1000x - 100x$

해설

반복되는 순환마디의 차를 이용하여 분수로 나타낸다. 따라서 ④ $1000x - 10x$ 이다.

10. 다음 순환소수를 분수로 나타내는 방법이 바르게 된 것은?

① $0.\dot{2}3\dot{4} = \frac{234}{990}$

② $0.1\dot{3}\dot{5} = \frac{135}{990}$

③ $2.\dot{3}\dot{9} = \frac{239-2}{990}$

④ $0.\dot{5}0\dot{2} = \frac{502}{999}$

⑤ $1.\dot{2}3\dot{5} = \frac{1235-1}{9990}$

해설

① $0.\dot{2}3\dot{4} = \frac{234}{999}$

② $0.1\dot{3}\dot{5} = \frac{135-1}{990}$

③ $2.\dot{3}\dot{9} = \frac{239-2}{99}$

④ $0.\dot{5}0\dot{2} = \frac{502}{999}$

⑤ $1.\dot{2}3\dot{5} = \frac{1235-1}{999}$

11. $\frac{1}{5} < 0.\dot{x} \leq \frac{1}{3}$을 만족하는 자연수 x를 모두 더하면?

① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4　　⑤ 5

해설

$\frac{1}{5} < \frac{x}{9} \leq \frac{1}{3}$

$\frac{9}{45} < \frac{5x}{45} \leq \frac{15}{45}$

$9 < 5x \leq 15$

$\frac{9}{5} < x \leq 3$

만족하는 x의 값은 2, 3이므로 모두 더하면 5이다.

12. $0.\dot{4}x - 0.0\dot{1}x = 0.0\dot{3}$을 계산하여 $x = \frac{1}{b}$로 나타낼 때, b의 값은?

① 11　② 12　③ 13　④ 14　⑤ 15

해설

$0.\dot{4}x - 0.0\dot{1}x = 0.0\dot{3}$

$\frac{4}{9}x - \frac{1}{90}x = \frac{3}{90}$

$\frac{40}{90}x - \frac{1}{90}x = \frac{3}{90}$

$\frac{39}{90}x = \frac{3}{90}$

$x = \frac{3}{90} \times \frac{90}{39} = \frac{1}{13}$

$\therefore\ b = 13$

13. 순환소수 $0.50\dot{2} = 452 \times a$, $0.\dot{3}\dot{2} = 32 \times b$ 일 때, a, b 의 값을 순환소수로 나타낸 것은?

① $a = 0.\dot{0}\dot{1}$, $b = 0.\dot{0}\dot{1}$
② $a = 0.0\dot{1}$, $b = 0.\dot{0}\dot{1}$
③ $a = 0.\dot{1}$, $b = 0.0\dot{1}$
④ $a = 0.00\dot{1}$, $b = 0.\dot{0}\dot{1}$
⑤ $a = 0.00\dot{1}$, $b = 0.00\dot{1}$

해설

$$0.50\dot{2} = \frac{502 - 50}{900} = 452 \times a$$

$$a = \frac{1}{900} = 0.00\dot{1}$$

$$0.\dot{3}\dot{2} = \frac{32}{99} = 32 \times b$$

$$b = \frac{1}{99} = 0.\dot{0}\dot{1}$$

14. 기약분수 A 를 순환소수로 나타내는데, 승연이는 분자를 잘못 보아서 답이 $0.4\dot{1}$ 이 되었고, 승민이는 분모를 잘못 보아서 답이 $0.\dot{3}\dot{1}$ 이 되었다. 이 때, 기약분수 A를 구하면?

① $\frac{31}{90}$ ② $\frac{37}{90}$ ③ $\frac{31}{99}$ ④ $\frac{32}{99}$ ⑤ $\frac{37}{99}$

해설

승연 : $0.4\dot{1} = \frac{37}{90}$,

승민 : $0.\dot{3}\dot{1} = \frac{31}{99}$

따라서 처음의 기약분수는

$\frac{(\text{승민이가 본 분자})}{(\text{승연이가 본 분모})} = \frac{31}{90} = A$ 이다.

15. 순환소수 $1.5\dot{1}$ 에 a 를 곱하면 자연수가 된다고 한다. 이때, a 의 값이 될 수 있는 가장 작은 자연수는?

① 3　　② 15　　③ 45　　④ 90　　⑤ 99

해설

$1.5\dot{1} = \frac{151-15}{90} = \frac{68}{45}$ 이므로 가장 작은 자연수 a 는 45 이다.

16. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① 순환소수는 무한소수이다.

② 0 은 분수로 나타낼 수 없다.

③ 유한소수로 나타낼 수 없는 분수는 순환소수가 된다.

④ 정수가 아닌 유리수는 유한소수로 나타낼 수 없다.

⑤ 순환하지 않는 무한소수는 유리수이다.

해설

② $0 = \frac{0}{1} = \frac{0}{2} = \cdots$ 등 분수로 표현할 수 있다.

④ 정수가 아닌 유리수는 유한소수 또는 순환소수로 나타낼 수 있다. 예) $\frac{1}{3} = 0.333\cdots$

⑤ 순환하지 않는 무한소수는 유리수가 아니다.

17. 분수 $\frac{2}{7}$의 소수 n번째 자리의 수를 X_n이라 할 때, $X_1 + X_2 + \cdots + X_{50}$의 값은?

① 218　② 226　③ 231　④ 238　⑤ 239

해설

$\frac{2}{7} = 0.285714285\cdots = 0.\dot{2}8571\dot{4}$이므로 순환마디의 숫자 6개

$50 = 6 \times 8 + 2$이므로

$X_1 + X_2 + \cdots + X_{50} = (2+8+5+7+1+4) \times 8 + (2+8) = 226$

18. 다음 식을 만족하는 x 의 값을 구하면?

$$\frac{1}{1-\frac{1}{1-\frac{1}{x}}}=0.\dot{1}$$

① $0.\dot{5}$ ② $0.\dot{6}$ ③ $0.\dot{7}$ ④ $0.\dot{8}$ ⑤ $0.\dot{9}$

해설

$$\begin{aligned}\frac{1}{1-\frac{1}{1-\frac{1}{x}}}&=\frac{1}{1-\frac{1}{\frac{x-1}{x}}}\\&=\frac{1}{1-\frac{x}{x-1}}\\&=\frac{1}{\frac{x-1}{x-1}-\frac{x}{x-1}}\\&=\frac{1}{\frac{-1}{x-1}}=-x+1\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}-x+1&=0.\dot{1}\\\therefore\quad x&=1-0.\dot{1}\\&=1-\frac{1}{9}\\&=\frac{8}{9}\\&=0.\dot{8}\end{aligned}$$

19. 기약분수 A 를 순환소수로 나타내는데, 모모는 분자를 잘못 보아서 답이 $0.\dot{2}\dot{6}$ 이 되었고, 미나는 분모를 잘못 보아서 답이 $0.3\dot{2}$ 가 되었다. 이 때, 기약분수 A 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{29}{99}$

해설

모모 : $0.\dot{3}\dot{1} = \frac{26}{99}$,

미나 : $0.3\dot{2} = \frac{32-3}{90} = \frac{29}{90}$

따라서 처음의 기약분수는

$\frac{(\text{미나가 본 분자})}{(\text{모모가 본 분모})} = \frac{29}{99} = A$ 이다.

20. $\frac{11}{111} = x$ 라 할 때, $x \times (999.\dot{9} - 1)$ 의 값은 몇 자리의 자연수인지 구하여라.

▶ 답 : _____ 자리

▷ 정답 : 2 자리

해설

$(\text{준식}) = \frac{11}{111} \times (1000 - 1) = \frac{11}{111} \times 999 = 99$

21. 다음 중 유리수 아닌 것을 모두 고르면?

① $0, 1, 2, 3, \cdots$
② $2.\dot{5}$, $-\frac{5}{9}$
③ 유한소수
④ 무한소수
⑤ $-1.\dot{5}$, $-\frac{1}{3}$, 0, $2.\dot{4}, \pi$

해설

④ 순환하지 않는 무한소수는 유리수가 아니다.
⑤ π는 순환하지 않는 무한소수이다.

22. 자연수 n 에 대하여 a_n 을 2^n 의 일의 자리의 숫자라고 정의하고, b_n 을 3^n 의 일의 자리의 숫자라고 정의할 때, 소수 $0.a_1b_1a_2b_2a_3b_3\cdots a_nb_n\cdots$ 의 순환마디의 각 자릿수의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 40

해설

a_n 에서

$a_1 = 2, a_2 = 4, a_3 = 8, a_4 = 6(\because 2^4 = 16)$,

$a_5 = 2(\because 2^5 = 32), a_6 = 4(\because 2^6 = 64), a_7 = 8(\because 2^7 = 128), a_8 = 6(\because 2^8 = 256)\cdots$

b_n 에서

$b_1 = 3, b_2 = 9, b_3 = 7(\because 3^3 = 27), b_4 = 1(\because 3^4 = 81)$, $b_5 = 3(\because 3^5 = 243), b_6 = 9(\because 3^6 = 729), b_7 = 7(\because 3^7 = 2187), b_8 = 1(\because 3^8 = 6561)\cdots$

따라서 주어진 소수 $0.a_1b_1a_2b_2a_3b_3\cdots a_nb_n\cdots = 0.2349876123498761\cdots = 0.\dot{2}3498761\dot{1}$

$\therefore$ 순환마디 각 자리수의 합 $= 2+3+4+9+8+7+6+1 = 40$

23. 4 개의 숫자 1, 2, 3, 4 를 한 번씩 사용하여 $\frac{abcd}{9999}$ 를 만든다고 한다. 만들 수 있는 모든 수를 각각 소수로 나타내었을 때, 소수점 아래 둘째 자리 숫자의 총합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 60

해설

$\frac{abcd}{9999} = 0.\dot{a}bc\dot{d}$ 에서

소수점 아래 둘째 자리의 숫자 b 가 1 일 경우

나머지 a, c, d 의 자리에 1 을 제외한 3 개의 수(2, 3, 4) 를 일렬로 배열한 것만큼 1 이 있다.

$\therefore\ 3 \times 2 \times 1 = 6$(가지)

b 의 자리에 2, 3, 4 일 경우도 마찬가지로 각각 6 가지씩 있으므로

총 $(1+2+3+4) \times 6 = 60$ 이다.

따라서 소수점 아래 둘째 자리 숫자의 총합은 60 이다.

24. $\frac{15}{13} = x$ 라 할 때 $x \times (10^6 - 1)$ 의 값은 몇 자리 정수인가?

① 4 자리　　② 5 자리　　③ 6 자리

④ 7 자리　　⑤ 8 자리

해설

$\frac{15}{13} = 1.\dot{1}5384\dot{6} = \frac{1153845}{999999}$

$x \times (10^6 - 1) = \frac{1153845}{999999} \times 999999 = 1153845$

25. 분수 $\frac{5}{13}$를 소수 n 번째 자리의 수를 X_n이라 할 때, $X_1+X_2+\cdots+X_{50}$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 227

해설

$\frac{5}{13}=0.\dot{3}8461\dot{5}$이므로 순환마디의 숫자 6개

$50=6\times8+2$이므로

$X_1+X_2+\cdots+X_{50}=(3+8+4+6+1+5)\times8+(3+8)=227$

26. 서로 다른 한 자리 자연수 a, b, c, d 에 대하여 기약분수 $\frac{a}{b} = 0.c\dot{d}$ 일 때, a, b, c, d 의 값을 각각 구하여라.(단, $\frac{a}{b}$ 는 유한소수가 아니다.)

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 5$

▷ 정답 : $b = 6$

▷ 정답 : $c = 8$

▷ 정답 : $d = 3$

해설

$0.c\dot{d}$ 를 분수로 고치면 분모가 90 이므로 b 는 90 의 약수 중 한 자리인 $2, 3, 5, 6, 9$ 이다.
그런데 $\frac{a}{b}$ 는 유한소수가 아니므로 $2, 5$ 는 만족하지 않는다.
또한 분모가 $3, 9$ 이면 $0.\dot{x}$ 의 꼴이어야 하므로 만족하지 않는다.
$\therefore b = 6$
$\frac{a}{b} = 0.c\dot{d} < 1$ 이므로 $a < b$
$b = 6$ 일 때, $a = 1, 2, 3, 4, 5$ 이고, a 와 b 는 서로소이어야 하므로 $a = 1, 5$ 이다.
$a = 1$ 일 때, $\frac{a}{b} = \frac{1}{6} = 0.1\dot{6} = 0.c\dot{d}$ 에서 $a = c, b = d$ 이므로 성립하지 않는다.
$a = 5$ 일 때, $\frac{a}{b} = \frac{5}{6} = 0.8\dot{3} = 0.c\dot{d}$ 에서 a, b, c, d 는 모두 다른 수이므로 성립한다.
따라서 $a = 5, b = 6, c = 8, d = 3$ 이다.

27. $0.abcd\dot{e} = \frac{29947}{99000}$ 일 때, 한 자리 자연수 a, b, c, d, e 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 3$

▷ 정답 : $b = 0$

▷ 정답 : $c = 2$

▷ 정답 : $d = 4$

▷ 정답 : $e = 9$

해설

$\frac{29947}{99000} = 0.3024\dot{9}$ 이므로

$a = 3, b = 0, c = 2, d = 4, e = 9$

28. 1 보다 작은 분수 $\frac{14}{a}$ 를 소수로 나타내면 소수 첫째 자리의 숫자가 3 이고 유한소수가 될 때, 자연수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 40

해설

$0.3 \le \frac{14}{a} < 0.4$

$\frac{3}{10} \le \frac{14}{a} < \frac{4}{10}$

자연수 a 의 범위를 구하면 $35 < a \le 46.\dot{6}$ 이다.

a 는 2 와 5 이외의 인수를 가지지 않으므로 40 이다.

29. 한자리 자연수 $a,\ b,\ c$는 $a < b < c$이고 차례로 1 씩 증가한다고 한다. 이 a, b, c 에 대하여 $0.\dot{a}, 0.\dot{c}\dot{a}, 1.\dot{0}\dot{b}$ 가 차례로 일정한 크기의 수만큼 증가하여 만들어진다고 할 때, a, b, c 의 값을 차례대로 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 6$

▷ 정답 : $b = 7$

▷ 정답 : $c = 8$

해설

$0.\dot{a}, 0.\dot{c}\dot{a}, 1.\dot{0}\dot{b}$ 에 대해 차례로 증가하는 일정한 크기의 수를 k 라고 하면,

$k = \frac{10c + a}{99} - \frac{a}{9} = \frac{100 + b - 1}{99} - \frac{10c + a}{99}$ 이므로

$20c = 9a + b + 99 \cdots$ ㉠

$a < b < c$ 이고 차례로 1 씩 증가하므로 $b = a + 1 \cdots$ ㉡

㉡을 ㉠에 대입하면

$20c = 9a + a + 1 + 99 = 10(a + 10)$

$2c = a + 10$ 이고

$a,\ c$ 는 한자리 자연수이고 $c = a + 2$ 이므로, $a = 6,\ c = 8$

따라서 $a = 6,\ b = 7,\ c = 8$ 이다.

30. $0.\dot{2}\dot{1} = a$ 라 할 때, $(99.\dot{9} - 1) \times a$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 21

해설

$0.\dot{2}\dot{1} = \frac{21}{99} = \frac{7}{33} \quad \therefore\ a = \frac{7}{33}$

$(99.\dot{9} - 1) \times a = (100 - 1) \times \frac{7}{33} = 99 \times \frac{7}{33} = 21$