

1. a 이상 b 이하의 자연수 중에서 2 와 3 의 배수이면서 5 의 배수가 아닌 자연수의 갯수를 $n(a, b)$ 로 나타낸다. $n(100, b) = 1000$ 일 때, $n(1, b)$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1013

해설

$$n(1, b) = n(1, 99) + n(100, b) \text{ 에서}$$

$$n(1, 99) = 16 - 3 = 13$$

$$\therefore n(1, b) = 13 + 1000 = 1013$$

2. 1 부터 50 까지의 자연수를 다음과 같이 연속하는 세 개의 수씩 묶어 차례로 늘어놓았다. (1, 2, 3), (2, 3, 4), (3, 4, 5), \dots , (48, 49, 50) 일 때, 세 수의 합이 12 의 배수인 묶음의 수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 12 개

해설

묶음의 합은 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, \dots , 147 이다.

이 중 12 의 배수는 12, 24, 36, \dots , 144 이므로

가운데 수가 4 의 배수가 되면 묶음의 합은 12 의 배수가 된다.

따라서, $49 = 4 \times 12 + 1$ 에서 12 개이다.

3. 네 유리수 $-\frac{5}{2}$, 3 , -2 , $\frac{7}{3}$ 중에서 서로 다른 세 수를 뽑아 곱할 때, 결과가 가장 큰 수는?

- ① -14 ② $-\frac{35}{2}$ ③ $\frac{35}{3}$ ④ 15 ⑤ 21

해설

$$3 \times (-2) \times \left(-\frac{5}{2}\right) = 15$$

4. 6 개의 유리수 -2 , $-\frac{5}{2}$, $\frac{1}{2}$, -5 , 3 , 4 중에서 세 수를 뽑아 곱한 값 중에서 가장 큰 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 50 또는 +50

해설

$$\text{가장 큰 값은 } (-5) \times 4 \times \left(-\frac{5}{2}\right) = 50$$

$\therefore 50$

6. A역과 B역 사이를 왕복 운행하는 버스가 있다. 같은 시각에 A역에서 출발한 버스가 시속 80km로 B역을 향해 가고 있고, B역에서 출발한 버스가 시속 90km로 A역을 향해 가고 있다. A역과 B역 사이의 거리가 34km일 때, 이 두 버스가 만날 때까지 걸린 시간을 구하여라.

- ① 10 분 ② 11 분 ③ 12 분 ④ 15 분 ⑤ 20 분

해설

A역에서 출발한 버스가 x 시간 동안 이동한 거리는 $80x$ km이고, B역에서 출발한 버스가 x 시간 동안 이동한 거리는 $90x$ km이다. 문제에서, 두 버스가 이동한 거리의 합은 34km이므로 $80x + 90x = 34$ 이다.

이 방정식을 풀면, $170x = 34$, $\therefore x = 0.2$ 이다.

따라서, 두 버스는 $0.2 \times 60 = 12$ (분) 후에 만난다.

7. $[p]$ 는 p 보다 크지 않은 정수 중 가장 큰 정수이다. x 에 대한 방정식 $2x - [x] = 7 - x$ 를 만족하는 해를 $x = a$ 라 할 때, $0 < a < 5$ 라고 한다. a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : $a = \frac{10}{3}$

해설

(1) $0 < a < 1$ 일 때, $[a] = 0$

$$2a - 0 = 7 - a$$

$$a = \frac{7}{3} > 1 \quad (\times)$$

(2) $1 \leq a < 2$ 일 때, $[a] = 1$

$$2a - 1 = 7 - a$$

$$a = \frac{8}{3} > 2 \quad (\times)$$

(3) $2 \leq a < 3$ 일 때, $[a] = 2$

$$2a - 2 = 7 - a$$

$$a = 3 \quad (\times)$$

(4) $3 \leq a < 4$ 일 때, $[a] = 3$

$$2a - 3 = 7 - a$$

$$a = \frac{10}{3} \quad (\bigcirc)$$

(5) $4 \leq a < 5$ 일 때, $[a] = 4$

$$2a - 4 = 7 - a$$

$$a = \frac{11}{3} < 4 \quad (\times)$$

$$\therefore a = \frac{10}{3}$$

8. x 에 관한 일차방정식 $\frac{3x-a}{2} = 0.8-0.1x$ 의 해가 음수가 되도록 하는 정수 a 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -2

해설

주어진 식의 양변에 10 을 곱하면 $15x - 5a = 8 - x$

$$16x = 8 + 5a$$

$$x = \frac{8 + 5a}{16}$$

$$\frac{8 + 5a}{16} < 0 \text{ 이므로 } 8 + 5a < 0$$

$$8 + 5 \times (-1) = 3$$

$$8 + 5 \times (-2) = -2$$

따라서 a 의 최댓값은 -2 이다.

9. 어떤 물통에 물을 가득 채우는 데 A 호스로는 2 시간, B 호스로는 3 시간이 걸리며, 또 가득찬 물을 C 호스로 빼내는 데에는 6 시간이 걸린다고 한다. A, B 호스로 물을 넣음과 동시에 C 호스로 물을 빼내는 경우 물통에 물을 가득 채우는 데 걸리는 시간은?

① 30 분

② 1 시간

③ 1 시간 30 분

④ 2 시간

⑤ 3 시간

해설

전체 물의 양을 1 이라 하면

A 호스로 한 시간에 채울 수 있는 물의 양은 $\frac{1}{2}$,

B 호스로 한 시간에 채울 수 있는 물의 양은 $\frac{1}{3}$,

C 호스로 한 시간에 빼낼 수 있는 물의 양은 $\frac{1}{6}$

(A호스로 채운 물의 양) + (B호스로 채운 물의 양) - (C호스로 빼낸 물의 양) = 1 을 이용하여 식을 세운다.

물을 가득 채우는 데 걸리는 시간을 x 시간 이라고 하면,

$$\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right)x - \frac{1}{6}x = 1$$

$$x = \frac{3}{2}$$

