

1. 약수의 개수가 4 인 자연수 중 가장 작은 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

약수의 개수는 소인수들의 지수에 1 을 더하여 곱한 값이므로
약수의 개수가 4 인 경우는
지수가 3 인 소인수가 한 개인 경우와
지수가 각각 1 인 소인수가 두 개인 경우이다.
두 경우에서 각각 가장 작은 자연수는
 2^3 과 2×3 이고
그중 2×3 이 더 작으므로
약수의 개수가 4 인 가장 작은 자연수는 6 이다.

2. A 가 60의 약수의 모임일 때, A 의 개수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

A 는 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60이므로 A 의 개수는 12개이다.

3. 두 수 a, b 에서 $[a, b] = (a, b \text{ 중 절댓값이 큰 수})$ 로 나타내기로 하자. 예를 들어, $[-4, 7] = 7$ 이다. 이 때, $[-6, [-4, 8]]$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

-4 의 절댓값은 4 이고 8 의 절댓값은 8 이므로 $[-4, 8] = 8$ 이 된다.

또 -6 의 절댓값의 절댓값은 6 이고 8 의 절댓값은 8 이므로 $[-6, 8] = 8$ 이다.

따라서 $[-6, [-4, 8]]$ 의 값은 8 이 된다.

4. 절댓값이 4 이상 6 이하인 정수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-6, -5, -4, 4, 5, 6$

해설

절댓값이 4, 5, 6인 정수는 각각 음의 정수와 양의 정수 2씩 있다.

5. 두 자리의 자연수 중에서 일의 자리의 숫자가 1 인 소수는 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 : 5 개

▷ 정답 : 5 개

해설

두 자리의 자연수 중에서 일의 자리의 숫자가 1 인 소수는 11, 31, 41, 61, 71 의 5 개이다.

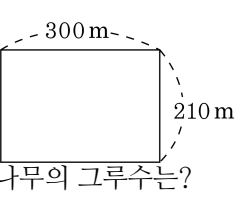
6. 다음 1 보다 큰 자연수 중에서 1 과 그 수 자신만을 약수로 가지는 수가 아닌 것은?

① 7 ② 11 ③ 13 ④ 17 ⑤ 27

해설

1 보다 큰 자연수 중에서 1 과 그 수 자신만을 약수로 가지는 수는 소수이다.
따라서 소수가 아닌 수는 27 이다.

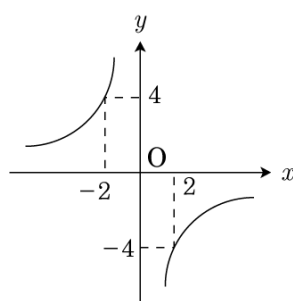
8. 다음 그림과 같이 가로 길이가 300 m, 세로 길이가 210 m 인 직사각형 모양의 땅의 둘레에 일정한 간격으로 나무를 심으려고 한다. 네 모퉁이에는 반드시 나무를 심어야 하고 나무를 가능한 한 적게 심으려고 할 때, 필요한 나무의 그루수는?
- ① 32 그루 ② 34 그루 ③ 36 그루
④ 38 그루 ⑤ 40 그루



해설

나무의 간격은 $300 = 2^2 \times 3 \times 5^2$,
 $210 = 2 \times 3 \times 5 \times 7$ 의 최대공약수 30 (m),
나무 사이의 간격을 30 m 라 할 때,
가로 $300 = 30 \text{ (m)} \times 10 \text{ (그루)}$
세로 $210 = 30 \text{ (m)} \times 7 \text{ (그루)}$
직사각형 모양의 꽃밭의 가장자리에 필요한 나무 그루수는
 $(10 + 7) \times 2 = 34 \text{ (그루)}$

9. $y = \frac{a}{x}$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, a 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : -8

해설

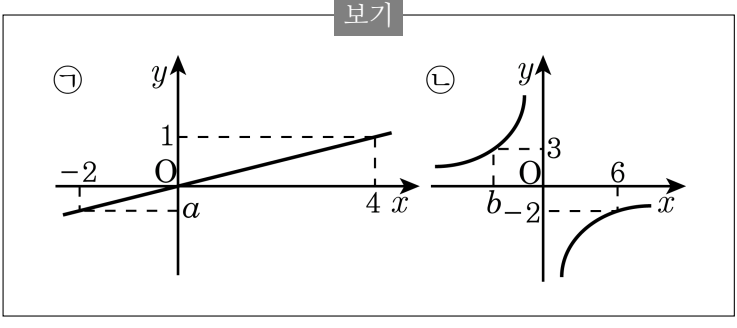
$y = \frac{a}{x} (a \neq 0)$ 형태의 식이며,

$x = -2$ 일 때 $y = 4$ 이고, $x = 2$ 일 때 $y = -4$ 이므로

$$4 = \frac{a}{-2}$$

따라서 $a = -8$ 이다.

10. 다음 보기의 그래프에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?



- ① ㉠의 식은 $y = \frac{1}{4}x$ 이다.
- ② ㉡의 식은 $y = \frac{12}{x}$ 이다.
- ③ a 의 값은 $-\frac{1}{2}$ 이다.
- ④ b 의 값은 -4 이다.
- ⑤ 두 그래프 모두 x 의 값이 증가할 때, y 의 값도 증가한다.

해설

② ㉡ 그래프는 원점에 대하여 대칭인 쌍곡선이므로 $y = \frac{a}{x}$ 에
 $x = 6, y = -2$ 를 대입하면
 $-2 = \frac{a}{6}, a = -12$ 이다.
 $\therefore y = -\frac{12}{x}$

11. a, b 의 최대공약수는 7, 두 수의 곱이 588일 때, (a, b) 의 개수는?

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

a, b 의 최대공약수가 7 이므로
 $a = 7x, b = 7y$ (x, y 는 서로소, $x < y$)라 하면
 $7x \times 7y = 588$ 이다. 따라서 $x \times y = 12$
즉, (x, y) 는 $(1, 12), (3, 4)$ 이므로 (a, b) 는
 $(7, 84), (21, 28)$ 이다. 따라서 2 개이다.

12. a, b 의 최대공약수는 4, 두 수의 곱이 96 일 때, (a, b) 의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▶ 정답 : 2 개

해설

a, b 의 최대공약수가 4 이므로

$a = 4x, b = 4y$ (x, y 는 서로소, $x < y$) 라 하면

$4x \times 4y = 96$ 이다. 따라서 $x \times y = 6$

즉, $(x, y) \leq (1, 6), (2, 3)$ 이므로 $(a, b) \leq$

$(4, 24), (8, 12)$ 이다.

따라서 2 개이다.

13. 1에서 100까지 자연수를 다음과 같이 연속한 세 개의 수씩 묶어 차례로 늘어놓았다. 이 때, 세 수의 합이 12의 배수인 것은 모두 몇 쌍인가?

$(1, 2, 3), (2, 3, 4), (3, 4, 5), \dots, (98, 99, 100)$

- ① 19쌍 ② 24쌍 ③ 30쌍 ④ 32쌍 ⑤ 36쌍

해설

세 수는 $n-1, n, n+1$ 로 이루어져 있으므로 세 수의 합은 $3 \times n$, 12의 배수가 되기 위해서 n 은 4의 배수가 되어야 한다. 즉 가운데 수가 4의 배수인 쌍의 갯수는 $96 = 4 \times 24$ 개이다.

14. 1 부터 50 까지의 자연수를 다음과 같이 연속하는 세 개의 수씩 묶어 차례로 늘어놓았다. (1, 2, 3), (2, 3, 4), (3, 4, 5), $\dots$, (48, 49, 50) 일 때, 세 수의 합이 12 의 배수인 묶음의 수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 12 개

해설

묶음의 합은 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, $\dots$, 147 이다.
이 중 12 의 배수는 12, 24, 36, $\dots$, 144 이므로
가운데 수가 4 의 배수가 되면 묶음의 합은 12 의 배수가 된다.
따라서, $49 = 4 \times 12 + 1$ 에서 12 개이다.

15. 4개의 유리수 $-4, +\frac{1}{3}, -\frac{3}{2}, -2$ 중 서로 다른 세 수를 뽑아 곱한 수 중 가장 큰 수를 A , 가장 작은 수를 B 라 할 때, A, B 를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $A = \frac{8}{3}$

▷ 정답 : $B = -12$

해설

$$A = (-4) \times (-2) \times \left(+\frac{1}{3}\right) = \frac{8}{3}$$

$$B = (-4) \times (-2) \times \left(-\frac{3}{2}\right) = -12$$

$$\therefore A = \frac{8}{3}, B = -12$$

16. 네 유리수 $\frac{1}{3}$, $-\frac{4}{5}$, $\frac{3}{2}$, -6 중에서 서로 다른 두 수를 뽑아 곱한 수 중에서 가장 큰 수를 y , 가장 작은 수를 x 라 할 때, $y - x$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{69}{5}$

해설

$$\text{가장 큰 수는 } \left(-\frac{4}{5}\right) \times (-6) = \frac{24}{5}$$

$$\text{가장 작은 수는 } (-6) \times \frac{3}{2} = -9$$

$$y - x = \frac{24}{5} - (-9) = \frac{69}{5}$$

17. 정림이네 학교에서 소풍을 가는 데 45 인승 버스와 25 인승 버스를 타고 가려고 한다. 빈 좌석 없이 13 대의 버스에 425 명이 탔다면 25 인승 버스는 몇 대인지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8 대

해설

25 인승 버스가 x 대이면 45 인승 버스는 $(13 - x)$ 대이다.

$$25x + 45(13 - x) = 425$$

$$25x + 585 - 45x = 425$$

$$20x = 160$$

$$\therefore x = 8$$

따라서 25 인승 버스는 8 대이다.

18. 승리네 학교 1학년 230명을 15개의 조로 나누려고 한다. 각 조의 인원은 15명, 16명일 때 15명인 조는 몇 개인가?

① 8 개 ② 9 개 ③ 10 개 ④ 11 개 ⑤ 12 개

해설

15명인 조를 x 개라 하면

$$15x + 16(15 - x) = 230$$

$$-x + 240 = 230$$

$$\therefore x = 10$$

따라서 15명인 조는 10 개이다.

19. 진주네 집과 상윤이네 집은 2400m 떨어져 있다. 두 사람이 각자의 집을 출발하여 진주는 분속 120m로, 상윤이는 분속 180m로 서로를 향해 걸어와 만날 때까지 걸린 시간을 구하여라.

▶ 답: 분

▶ 정답 : 8분

해설

진주가 x 분 동안 걷는 거리는 $120x$ m 이고, 상윤이가 x 분 동안 걷는 거리는 $180x$ m이다.

문제에서, 두 사람이 걸은 거리는 모두 2400m 이므로 $120x + 180x = 2400$ 이다.

이 방정식을 풀면 $300x = 2400$, $\therefore x = 8$
따라서 드 사람은 8 박 후에 만난다.

따라서, 두 사람은 8 분 후에 만난다.

20. A역과 B역 사이를 왕복 운행하는 버스가 있다. 같은 시각에 A역에서 출발한 버스가 시속 80km로 B역을 향해 가고 있고, B역에서 출발한 버스가 시속 90km로 A역을 향해 가고 있다. A역과 B역 사이의 거리가 34km일 때, 이 두 버스가 만날 때까지 걸린 시간을 구하여라.

① 10 분 ② 11 분 ③ 12 분 ④ 15 분 ⑤ 20 분

해설

A역에서 출발한 버스가 x 시간 동안 이동한 거리는 $80x$ km 이고, B역에서 출발한 버스가 x 시간 동안 이동한 거리는 $90x$ km 이다. 문제에서, 두 버스가 이동한 거리의 합은 34km 이므로 $80x + 90x = 34$ 이다.

이 방정식을 풀면, $170x = 34$, $\therefore x = 0.2$ 이다.

따라서, 두 버스는 $0.2 \times 60 = 12$ (분) 후에 만난다.

21. $a : b : c = 2 : 5 : 7$ 일 때, x 에 관한 일차방정식 $(a-b)x - \frac{3}{10}b + 2c = 3\left(b - \frac{1}{14}c\right)x + a$ 의 해 $\frac{n}{m}$ 에서 $m+n$ 의 값은? (단, m 과 n 은 서로소)
- ① 8 ② 18 ③ 28 ④ 38 ⑤ 48

해설

a, b, c 를 각각 $2k, 5k, 7k$ ($k \neq 0$) 라고 하면

$$(2k - 5k)x - \frac{3}{2}k + 14k = 3\left(5k - \frac{1}{2}k\right)x + 2k$$
$$-3kx - \frac{3}{2}k + 14k = 15kx - \frac{3}{2}kx + 2k$$
$$-6kx - 3k + 28k = 30kx - 3kx + 4k$$
$$33kx = 21k$$
$$x = \frac{7}{11}$$
$$\therefore m + n = 7 + 11 = 18$$

22. x 에 관한 일차방정식 $\frac{3+2x}{2} - \frac{3a}{4} = 2x - 5 + \frac{(-5a-7)}{8}$ 의 해가 자연수일 때, 자연수 a 의 값은 모두 몇 개인가?

- ① 5개 ② 7개 ③ 9개 ④ 11개 ⑤ 13개

해설

주어진 식의 양변에 8을 곱하면
 $12 + 8x - 6a = 16x - 40 - 5a - 7$
 $8x = 59 - a$
 $x = \frac{59 - a}{8}$
 $59 - a$ 는 8의 배수가 되어야 하므로
 $59 - a = 56, a = 3$
 $59 - a = 48, a = 11$
 $59 - a = 40, a = 19$
 $59 - a = 32, a = 27$
 $59 - a = 24, a = 35$
 $59 - a = 16, a = 43$
 $59 - a = 8, a = 51$
 $a = 51, 43, 35, 27, 19, 11, 3$ 으로 7개이다.

23. A 와 B 가 같이 일을 하면 혼자 할 때보다 40% 효율이 좋아진다. A 가 제품 하나를 완성시키는 데 일주일이 걸리고 A 와 B 가 같이 일을 하여 제품 3개를 완성시키는 데 8일이 걸린다면, B 가 제품 하나를 완성시키는 데 며칠이 걸리는지 구하여라.

▶ 답: 일

▶ 정답 : 8일

해설

A 가 하루에 만드는 제품의 양은 $\frac{1}{7}$ 이므로, B 가 하루에 만드는
제품의 양을 x 라 두면,

$$1.4 \times \left(\frac{1}{7} + x \right) \times 8 = 3$$

$$\frac{7}{5} \times \left(\frac{1}{7} + x \right) \times 8 = 3$$

$$\frac{8}{5} + \frac{56}{5}x = 3$$

$$8 + 56x = 15$$

$$x = \frac{1}{8}$$

∴ B는 제품 하나를 완성하는 데 8일이 걸린다.

24. 물이 얼어서 얼음이 될 때 부피가 $\frac{1}{a}$ 만큼 늘어나면, 이 얼음이 녹아서 물이 되면 부피가 $\frac{1}{b}$ 만큼 감소한다. 이 때 $b-a$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{a+1-a^2}{a}$

해설

부피가 $\frac{1}{a}$ 만큼 늘어났다면, 부피는 $\frac{a+1}{a}$ 배가 된 것이다.

다시 원래대로 되려면 $\frac{a}{a+1}$ 배 해야 한다.

$$\frac{a}{a+1} = \frac{1}{b}$$

$$b = \frac{a+1}{a}$$

$$\therefore b-a = \frac{a+1-a^2}{a}$$