

1. 다음 중 명제가 아닌 것은?

① 한라산은 제주도에 있다.

② 독도는 섬이 아니다.

③ 19 는 짝수이다.

④ 수학 책은 두껍다.

⑤ 삼각형의 세 내각의 크기의 합은 180° 이다.

해설

참인 명제 : ①, ⑤

거짓인 명제 : ②, ③

④의 경우 두껍다는 기준이 모호하므로 명제가 아니다.

2. 명제 ' $a > b$ 이면 $a^2 \geq b^2$ 이다'의 대우를 구하면?

① $a^2 \geq b^2$ 이면 $a > b$ 이다

② $a^2 > b^2$ 이면 $a \geq b$ 이다

③ $a^2 < b^2$ 이면 $a \leq b$ 이다

④ $a \leq b$ 이면 $a^2 < b^2$ 이다

⑤ $a \geq b$ 이면 $a^2 > b^2$ 이다

해설

$p \rightarrow q$ 의 대우는 $\sim q \rightarrow \sim p$ 이다.

$$\therefore a^2 < b^2 \Rightarrow a \leq b$$

3. 전체집합이 $U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

① 조건 ' $x^2 - 6x + 8 = 0$ ' 의 진리집합은 $\{2, 3\}$ 이다.

② 조건 ' x 는 소수이다.'의 진리집합은 $\{1, 3, 5\}$ 이다.

③ 조건 ' x 는 4 의 약수이다.'의 진리집합은 $\{0, 1, 2, 4\}$ 이다.

④ 조건 ' $0 \leq x < 4$ 이고 $x \neq 2$ 이다.'의 진리집합은 $\{0, 1, 3\}$ 이다.

⑤ 조건 ' x 는 6 의 약수이다.'의 진리집합은 $\{1, 2, 3\}$ 이다.

해설

① $x^2 - 6x + 8 = 0 \Leftrightarrow (x-2)(x-4) = 0 \Leftrightarrow x = 2$ 또는 $x = 4$
 , 따라서, 진리집합은 $\{2, 4\}$

② 소수는 2, 3, 5 이므로 진리집합은 $\{2, 3, 5\}$

③ 4 의 약수는 1, 2, 4 이므로 진리집합은 $\{1, 2, 4\}$

④ $x = 0, 1, 2, 3$ 이고 $x \neq 2$ 이므로 진리집합은 $\{0, 1, 3\}$

⑤ 전체집합이 $U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 이고 6 의 약수는 1, 2, 3, 6 이므로 진리집합은 $\{1, 2, 3, 6\}$

4. 다음 중 ‘모든 평화고등학교 학생들은 평화시에 살고 있다.’의 부정인 명제를 고르면?

- ① 평화시에 살고 있지 않으면 평화고등학교 학생이 아니다.
- ② 평화시에 사는 학생은 평화고등학교 학생이다.
- ③ 모든 평화고등학교 학생들은 평화시에 살고 있지 않다.
- ④ 평화시에 살고 있지 않은 평화고등학교 학생이 적어도 한명은 있다.
- ⑤ 어떤 평화고등학교 학생들은 평화시에 살고 있다.

해설

모든 ~ 이다. : (부정) $\Rightarrow$ 어떤 ~ 아니다.
적어도 ~ 아니다.

5. 명제 ‘ x 가 4의 배수가 아니면 x 는 2의 배수가 아니다.’는 거짓이다.
다음 중에서 반례인 것은?

① $x = 1$

② $x = 12$

③ $x = 10$

④ $x = 8$

⑤ $x = 4$

해설

가정을 만족시키면서 결론을 만족시키지 않는 것이 반례가 된다.
즉, $x = 10$ 은 4의 배수가 아니지만 2의 배수가 되므로 반례로 적당하다.

6. 다음 명제의 참, 거짓을 써라. (단, x, y 는 실수)
' $xy \neq 0$ 이면 $x \neq 0$ 또는 $y \neq 0$ 이다.'

▶ 답 :

▷ 정답 : 참

해설

대우가 참이면 주어진 명제도 참이다.

대우 : $x = 0, y = 0 \Rightarrow xy = 0$ (참)

7. 양수 x 에 대하여 명제 ' $ax^2 - a^2x + 2 \neq 0$ 이면 $x \neq 1$ 이다.'가 참이기 위한 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

주어진 명제가 참이므로 대우도 참이다.

' $x = 1$ 이면 $ax^2 - a^2x + 2 = 0$ 이다.'가 참이므로

$$a - a^2 + 2 = 0, \quad a^2 - a - 2 = 0$$

$$(a + 1)(a - 2) = 0$$

$$\therefore a = -1 \text{ 또는 } a = 2$$

$$a > 0 \text{ 이므로 } a = 2$$

8. 우리 학교에서 다음 두 명제는 참이다.

㉠ 우리학교 동아리 회원들은 축제에 참석한다.

㉡ 우리학교 어떤 학생들은 축제에 참석하지 않는다.

이 때, 다음 명제 중 참인 것은?

① 어떤 동아리 회원들은 우리학교 학생이 아니다.

② 우리학교 학생들은 모두 동아리 회원이다.

③ 동아리 회원들은 우리학교 학생이 아니다.

④ 우리학교 어떤 학생들은 동아리 회원이 아니다.

⑤ 우리학교 어떤 학생들은 동아리 회원이다

해설

①, ②, ③은 직관적으로 판단해도 거짓이다. 우리 학교 어떤 학생들은 축제에 참석하지 않았고, 모든 우리학교 동아리 회원들은 축제에 참석하였다고 하였으므로 우리학교 학생 중에는 동아리 회원이 아닌 학생이 있음을 알 수 있다. 따라서 ④는 참이다. 한편 동아리 회원이 한 명도 없는 경우도 주어진 두 조건 ㉠, ㉡를 만족하므로 ⑤번은 거짓이 된다.

∴ 답 ④

9. 실수 x 에 대하여 두 조건 $p : a \leq x \leq 1$, $q : x \geq -1$ 이 있다. 명제 $p \rightarrow q$ 를 참이 되게 하는 상수 a 의 범위는?

① $a > 1$

② $a \leq 1$

③ $-1 \leq a \leq 1$

④ $a \geq -1$

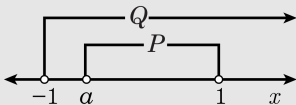
⑤ $a \leq -1$

해설

조건 p, q 의 진리집합을 각각 P, Q 라 하자.

(i) $a > 1$ 일 때, $P = \emptyset$ 이므로 $P \subset Q \therefore a > 1$

(ii) $a \leq 1$ 일 때, 수직선에 나타내면



$$\therefore -1 \leq a \leq 1$$

(i), (ii)에서 $a \geq -1$

10. 다음은 ‘ x, y 가 자연수일 때, xy 가 짝수이면 x 또는 y 가 짝수이다.’를 증명하는 과정이다.(가), (나), (다)에 들어갈 말로 알맞게 짝지어진 것은?

주어진 명제의 대우는 ‘자연수 x, y 에 대하여 x 와 y 가 (가)이면 xy 도 (가)이다.’이다.

$x = 2a - 1, y = 2b - 1$ (a, b 는 자연수)라 하면

$xy = (2a - 1)(2b - 1) = 2(2ab - a - b) + 1$ 이므로 xy 는 (나)가 된다.

따라서, 대우가 (다)이므로 주어진 명제도 (다)이다.

① 짝수, 홀수, 참

② 짝수, 짝수, 참

③ 짝수, 짝수, 거짓

④ 홀수, 홀수, 참

⑤ 홀수, 홀수, 거짓

해설

주어진 명제의 대우는 ‘자연수 x, y 에 대하여 x 와 y 가 홀수이면 xy 도 홀수이다.’이다.

$x = 2a - 1, y = 2b - 1$ (a, b 는 자연수)라 하면

$xy = (2a - 1)(2b - 1) = 2(2ab - a - b) + 1$ 이므로 xy 는 홀수가 된다.

따라서, 대우가 참이므로 주어진 명제도 참이다.