

1. 다음 보기 중 $a^2(x-y) + 2ab(y-x)$ 의 인수를 모두 고른 것은?

보기

㉠ $a(y+x)$

㉡ $a(x-y)(a-b)$

㉢ $a(a-2b)$

㉣ $x(a-2b)$

㉤ $x-y$

㉥ $(x-y)(a-2b)$

① ㉠, ㉢, ㉤

② ㉡, ㉣, ㉤

③ ㉢, ㉣, ㉥

④ ㉢, ㉤, ㉥

⑤ ㉣, ㉤, ㉥

해설

$$\begin{aligned} a^2(x-y) + 2ab(y-x) &= a^2(x-y) - 2ab(x-y) \\ &= a(x-y)(a-2b) \end{aligned}$$

2. $xy^2 + 1 - x - y^2$ 의 일차식 인수들의 총합을 구하여라. (단, x, y 의 계수는 양수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : $x + 2y - 1$

해설

$$\begin{aligned} xy^2 + 1 - x - y^2 &= y^2(x - 1) - (x - 1) \\ &= (x - 1)(y^2 - 1) \\ &= (x - 1)(y + 1)(y - 1) \end{aligned}$$

따라서 일차식 인수들의 총합을 구하면 $(x-1) + (y-1) + (y+1) = x + 2y - 1$ 이다.

3. $2x^3y - 2xy^3$ 를 인수분해하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $2xy(x + y)(x - y)$

해설

$$\begin{aligned} 2x^3y - 2xy^3 &= 2xy(x^2 - y^2) \\ &= 2xy(x + y)(x - y) \end{aligned}$$

4. $(2x-y)(x+y) - 3(2x-y)$ 는 x 와 y 의 계수가 1인 두 일차식의 곱으로 인수분해 된다. 이 때, 두 일차식의 합은?

① 0

② $x + y - 1$

③ $2x + 2y - 3$

④ $3x - 3$

⑤ $3x - 5$

해설

$(2x-y)(x+y) - 3(2x-y)$ 의 공통인수는 $2x-y$ 이므로

$$(2x-y)(x+y) - 3(2x-y) = (2x-y)(x+y-3)$$

따라서 두 일차식 $2x-y$ 와 $x+y-3$ 의 합은 $3x-3$ 이다.

5. 다음 식이 이차함수가 되기 위한 a 의 조건은?

$$y = ax^2 + 3x + 4$$

① $a > 0$

② $a < 0$

③ $a = 0$

④ $a \neq 0$

⑤ $a = 4$

해설

x^2 의 계수가 0 이 아니어야 이차함수이다.

$$\therefore a \neq 0$$

6. $y = ax^2 + bx + c$ 가 이차함수가 되기 위한 조건은?

① $a \neq 0$

② $b \neq 0$

③ $c \neq 0$

④ $b^2 - 4ac = 0$

⑤ $b^2 - 4ac \neq 0$

해설

x^2 의 계수가 0 이 아니어야 이차함수이다.

$\therefore a \neq 0$

7. 다음 중에서 이차함수인 것은?

① $y = x^2 - (x - 1)^2$

② $y = \frac{1}{x} - 1$

③ $y = -\frac{1}{2}x(x - 2) - 5$

④ $y = \frac{1}{x^2}$

⑤ $y = -3x + 5$

해설

①, ⑤은 일차함수이고, ②, ④은 분모에 x 가 있으므로 이차함수는 ③이다.

8. 다음 중 이차함수인 것은 모두 몇 개인지 구하여라.

$$\text{㉠. } y = x(x+1) - 1$$

$$\text{㉡. } y = (x+1)^2 - x^2$$

$$\text{㉢. } y = -\frac{x}{2}(x-3) - 5$$

$$\text{㉣. } y = -\frac{x}{2} - 5x^2$$

$$\text{㉤. } y = -\frac{2^2}{x} + 1$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 3 개

해설

㉠. $y = x(x+1) - 1 = x^2 + x - 1$ 이므로 이차함수이다.

㉡. $y = (x+1)^2 - x^2 = x^2 + 2x + 1 - x^2 = 2x + 1$ 이므로 일차함수이다.

㉢. $y = -\frac{x}{2}(x-3) - 5 = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}x - 5$ 이므로 이차함수이다.

㉣. $y = -\frac{x}{2} - 5x^2$ 이므로 이차함수이다.

따라서 이차함수는 ㉠, ㉢, ㉣의 3 개이다.

9. $x = \frac{\sqrt{5} + \sqrt{7}}{4}, y = \frac{\sqrt{7} - \sqrt{5}}{4}$ 일 때, $\frac{x+y}{\sqrt{7}} + \frac{x-y}{\sqrt{5}}$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$x + y = \frac{\sqrt{5} + \sqrt{7}}{4} + \frac{\sqrt{7} - \sqrt{5}}{4} = \frac{2\sqrt{7}}{4} = \frac{\sqrt{7}}{2}$$

$$x - y = \frac{\sqrt{5} + \sqrt{7}}{4} - \frac{\sqrt{7} - \sqrt{5}}{4} = \frac{2\sqrt{5}}{4} = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

$$(\text{준식}) = \frac{\sqrt{7}}{2} \times \frac{1}{\sqrt{7}} + \frac{\sqrt{5}}{2} \times \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$$

10. $\frac{\sqrt{15}}{\sqrt{8}} \div \frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{2}} \times (-\sqrt{30}) = a\sqrt{10}$ 이고 $\sqrt{2}(2\sqrt{3}-6) - \frac{2-4\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = b\sqrt{2} + c\sqrt{6}$ 일 때, $a+b+c$ 의 값을 구하여라. (단, a, b, c 는 유리수)

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

$$\begin{aligned} & \frac{\sqrt{15}}{\sqrt{8}} \div \frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{2}} \times (-\sqrt{30}) \\ &= \frac{\sqrt{15}}{\sqrt{8}} \times \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{5}} \times (-\sqrt{30}) \\ &= \sqrt{3} \times (-\sqrt{30}) = -\sqrt{90} = -3\sqrt{10} \\ \therefore a &= -3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \sqrt{2}(2\sqrt{3}-6) - \frac{2-4\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \\ &= 2\sqrt{6} - 6\sqrt{2} - \frac{2\sqrt{2}-4\sqrt{6}}{2} \\ &= 2\sqrt{6} - 6\sqrt{2} - \sqrt{2} + 2\sqrt{6} \\ &= -7\sqrt{2} + 4\sqrt{6} \\ \therefore b &= -7, c = 4 \\ \therefore a+b+c &= -6 \end{aligned}$$

11. $a > 0, b > 0, \sqrt{ab} = 3$ 일 때, $a\sqrt{\frac{b}{a}} + b\sqrt{\frac{3a}{b}}$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $3 + 3\sqrt{3}$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= \sqrt{a^2 \times \frac{b}{a}} + \sqrt{b^2 \times \frac{3a}{b}} \\&= \sqrt{ab} + \sqrt{3ab} \\&= \sqrt{ab} + \sqrt{3} \sqrt{ab} \\&= 3 + 3\sqrt{3}\end{aligned}$$

12. $\sqrt{5}(\sqrt{4} - \sqrt{8}) \div \sqrt{2}$ 를 계산하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{10} - 2\sqrt{5}$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{5}(\sqrt{4} - \sqrt{8}) \div \sqrt{2} &= \sqrt{5}(\sqrt{2} - \sqrt{4}) \\ &= \sqrt{5}(\sqrt{2} - 2) \\ &= \sqrt{10} - 2\sqrt{5}\end{aligned}$$

13. 이차방정식 $3x^2 + 4x - 2 = 0$ 의 두 근 중 작은 근을 A 라 할 때, $3A + \sqrt{10}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -2

해설

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \times 3 \times (-2)}}{2 \times 3}$$

$$= \frac{-4 \pm \sqrt{40}}{6}$$

$$= \frac{-2 \pm \sqrt{10}}{3}$$

따라서 작은 근 $A = \frac{-2 - \sqrt{10}}{3}$ 이므로

$$3A + \sqrt{10} = 3 \times \frac{-2 - \sqrt{10}}{3} + \sqrt{10} = -2 \text{ 이다.}$$

14. 이차방정식 $(x - 1)^2 = x + 3$ 을 근의 공식을 이용하여 풀면 근은 $x = \frac{A \pm \sqrt{B}}{2}$ 일 때, 상수 $A + B$ 의 값은?

① -20

② -16

③ 16

④ 20

⑤ 26

해설

식을 정리하면 $x^2 - 3x - 2 = 0$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{9 + 8}}{2} = \frac{3 \pm \sqrt{17}}{2}$$

$$\therefore A = 3, B = 17$$

$$\therefore A + B = 20$$

15. 이차방정식 $ax^2 - 4x - 1 = 0$ 의 근이 $x = \frac{2 \pm \sqrt{b}}{3}$ 라 할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{4+a}}{a} = \frac{2 \pm \sqrt{b}}{3} \text{ 에서}$$

$$a = 3, b = 7$$

$$\therefore a + b = 10$$

16. 다음 이차방정식 $5x^2 - 2x + k$ 의 근이 $x = \frac{1 \pm \sqrt{11}}{5}$ 일 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{1 - 5k}}{5} = \frac{1 \pm \sqrt{11}}{5}$$

$$1 - 5k = 11$$

$$\therefore k = -2$$

17. $a < 0$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

① $-\sqrt{(-a)^2} = -a$

② $-\sqrt{-a^2} = -a$

③ $-\sqrt{a^2} = -a$

④ $\sqrt{(-a)^2} = -a$

⑤ $\sqrt{a^2} = a$

해설

$a < 0$ 인 경우, $\sqrt{a^2} = -a$ 이다.

① $-\sqrt{(-a)^2} = -\sqrt{a^2} = -(-a) = a$

② 음수의 제곱근은 존재하지 않는다.

③ a

⑤ $-a$

18. $a < 0$ 일 때, $-\sqrt{(-a)^2}$ 을 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : a

해설

$$-\sqrt{(-a)^2} = -\sqrt{a^2} = -|a| = a$$

19. $a < 0$ 일 때, 다음을 근호 없이 나타낸 것 중 옳지 않은 것을 모두 골라라.

㉠ $\sqrt{a^2} = -a$

㉡ $-\sqrt{(3a)^2} = -3a$

㉢ $-\sqrt{4a^2} = 2a$

㉣ $-\sqrt{(-5a)^2} = -5a$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉡

▶ 정답 : ㉣

해설

$$\textcircled{\text{㉡}} \quad -\sqrt{(3a)^2} = -\sqrt{9a^2} = -3|a| = 3a$$

$$\textcircled{\text{㉣}} \quad -\sqrt{(-5a)^2} = -\sqrt{25a^2} = -5|a| = 5a$$

20. 다음 중 바르지 않은 것을 고르면?

① $\sqrt{\frac{1}{64}} = \frac{1}{8}$

② $-\sqrt{\frac{64}{121}} = -\frac{8}{11}$

③ $\sqrt{(0.\dot{4})} = \frac{2}{3}$

④ $\sqrt{0.01} = 0.0001$

⑤ $-\sqrt{49} = -7$

해설

$$\sqrt{0.01} = 0.1$$

21. $x^3 + ax^2 - bx + 12$ 가 $(x-1)$ 과 $(x+2)$ 로 나누어 떨어질 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a+b=3$

해설

$$\begin{aligned}
 & x^3 + ax^2 - bx + 12 \\
 &= (x-1)(x+2)(x+k) \\
 &= x^3 + (k+1)x^2 + (k-2)x - 2k \\
 &-2k = 12, \therefore k = -6 \\
 &a = k+1 = -5 \\
 &-b = k-2 = -8, \therefore b = 8 \\
 &\therefore a+b = -5+8 = 3
 \end{aligned}$$

해설

$$\begin{aligned}
 & f(x) = x^3 + ax^2 - bx + 12 \text{ 라 할 때,} \\
 & f(x) \text{ 가 } (x-1) \text{ 와 } (x+2) \text{ 를 인수로 가지면} \\
 & f(1) = 0, f(-2) = 0 \text{ 이므로,} \\
 & 1^3 + a \times 1^2 - b \times 1 + 12 = 0 \cdots \textcircled{㉠} \\
 & (-2)^3 + a \times (-2)^2 - b \times (-2) + 12 = 0 \cdots \textcircled{㉡} \\
 & \textcircled{㉠}, \textcircled{㉡} \text{ 을 연립하여 풀면, } a = -5, b = 8 \\
 & \therefore a+b = -5+8 = 3
 \end{aligned}$$

22. $8x^2 + ax - 15$ 가 $4x - 5$ 로 나누어 떨어질 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 2$

해설

$8x^2 + ax - 15 = (4x - 5)(2x + 3)$ 이므로 x 의 항을 구하면
 $\therefore a = 2$

해설

$8x^2 + ax - 15$ 를 $f(x)$ 라 할 때, $f(x)$ 가 $4x - 5$ 를 인수로 가지면

$f\left(\frac{5}{4}\right) = 0$ 이므로,

$8\left(\frac{5}{4}\right)^2 + a \times \frac{5}{4} - 15 = 0$ 을 풀면, $a = 2$

23. $x^2 - 20x + 84$ 가 17 의 배수일 때, 자연수 x 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$x^2 - 20x + 84 = (x - 6)(x - 14)$ 가 17 의 배수가 되려면

$x - 6$ 또는 $x - 14$ 가 17 의 배수가 되어야 한다.

이때, 0 이 모든 수의 배수이므로 $x - 6 = 0$, $x - 14 = 0$ 일 때,
최솟값을 갖는다.

자연수 x 의 최솟값은

$x - 6 = 0$ 일 때이므로 $x = 6$

24. $f(x) = x^2 - 8x - 48$, $f(x)$ 가 40의 약수를 인수를 가질 때, 자연수 x 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 52

해설

$f(x) = x^2 - 8x - 48 = (x + 4)(x - 12)$ 이고

40의 약수는 1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 40이다.

$f(x) = x^2 - 8x - 48 = (x + 4)(x - 12)$ 이므로

$x + 4$ 또는 $x - 12$ 가 40의 약수가 되어야 한다.

이때, 자연수 x 가 최댓값을 가지려면,

$x - 12 = 40$ 일 때이므로 $x = 52$