

1. 다음 중 반드시 근호를 사용하여 나타내야만 하는 것은?

① $\sqrt{0.49}$

② $\sqrt{121}$

③ $\sqrt{1}$

④ $\sqrt{\frac{1}{16}}$

⑤ $\sqrt{0.4}$

해설

① $\sqrt{0.49} = \sqrt{0.7^2} = 0.7$

② $\sqrt{121} = \sqrt{11^2} = 11$

③ $\sqrt{1} = \sqrt{1^2} = 1$

④ $\sqrt{\frac{1}{16}} = \sqrt{\left(\frac{1}{4}\right)^2} = \frac{1}{4}$

⑤ 0.4 는 제곱수가 아니므로 $\sqrt{0.4}$ 는 반드시 근호를 사용하여 나타낸다.

2. $\sqrt{25-x}=3$ 을 만족하는 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 16$

해설

$$\sqrt{25-x} = \sqrt{9}, \quad 25-x=9 \quad \therefore x=16$$

3. $a < 5$ 일 때, $\sqrt{(a-5)^2} - \sqrt{(-a+5)^2}$ 을 바르게 계산한 것은?

① $-2a - 10$

② $-2a$

③ 0

④ $2a$

⑤ $2a + 10$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{(a-5)^2} - \sqrt{(-a+5)^2} &= -(a-5) - (-a+5) \\ &= -a+5+a-5=0\end{aligned}$$

4. $\sqrt{1029 \times a}$ 가 자연수가 되게 하는 a 의 값 중에서 가장 작은 세 자리의 자연수와 가장 큰 세 자리의 자연수의 차를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 567

해설

$1029 = 7^3 \times 3 = 7^2 \times 21$
 $\sqrt{1029 \times a}$ 가 자연수가 되려면
 $a = 21 \times (\text{제곱수})$ 이어야 한다.
 $21 \times 4 = 84, 21 \times 9 = 189, \dots$
 $21 \times 25 = 525, 21 \times 36 = 756$
 $\therefore 756 - 189 = 567$

5. $\sqrt{11+x}$ 가 자연수가 되도록 하는 자연수 x 의 값 중 가장 큰 두 자리 자연수는?

① 5 ② 70 ③ 81 ④ 89 ⑤ 99

해설

$11+x$ 가 제곱수가 되어야 한다.

$\sqrt{11+x}$ 가 자연수가 되게 하는 가장 큰 두 자리 x 값은

$$\sqrt{11+x} = \sqrt{81} \quad \therefore x = 70$$

$$\sqrt{11+x} = \sqrt{100} \quad \therefore x = 89$$

$$\sqrt{11+x} = \sqrt{121} \quad \therefore x = 110$$

110은 세자리 수 이므로 $x = 89$ 이다.

6. $\sqrt{50-x}$ 의 값이 자연수가 되도록 하는 가장 작은 자연수 x 는?

- ① 1 ② 3 ③ 5 ④ 10 ⑤ 14

해설

$\sqrt{49}$ 이므로 $x = 1$ 이다.

7. $\sqrt{(\sqrt{3}-1)^2} + \sqrt{(\sqrt{3}-2)^2}$ 을 계산하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$\sqrt{3}-1 > 0 \text{ 이므로 } \sqrt{(\sqrt{3}-1)^2} = \sqrt{3}-1$$

$$\sqrt{3}-2 < 0 \text{ 이므로}$$

$$\sqrt{(\sqrt{3}-2)^2} = -(\sqrt{3}-2) = -\sqrt{3}+2$$

$$\therefore \sqrt{(\sqrt{3}-1)^2} + \sqrt{(\sqrt{3}-2)^2}$$

$$= \sqrt{3}-1 - \sqrt{3}+2 = 1$$

8. $15 < \sqrt{6x^3} < 20$ 을 만족하는 자연수 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 4$

해설

$225 < 6x^3 < 400$ 이므로

$37.5 < x^3 < \frac{200}{3} \doteq 66.6$

$3^3 = 27, 4^3 = 64, 5^3 = 125$

$\therefore x = 4$

9. 다음 보기에서 유리수는 몇 개인지 구하여라.

보기

$$-\sqrt{3}, 2.3683\cdots, 0.\dot{1}, \frac{3}{5}, \sqrt{4}, \sqrt{\frac{1}{5}}$$

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 3 개

해설

$0.\dot{1} = \frac{1}{9}, \frac{3}{5}, \sqrt{4} = 2$ 는 유리수이다.

$-\sqrt{3}, 2.3683\cdots, \sqrt{\frac{1}{5}}$ 는 무리수이다.

따라서 유리수는 3 개이다.

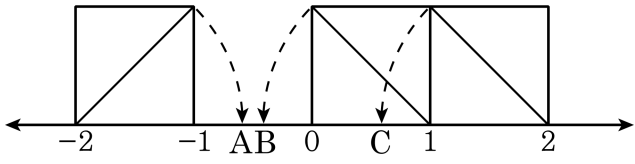
10. 다음 설명 중 옳지 않는 것을 모두 고르면?

- ① 무한소수는 모두 무리수이다.
- ② 근호가 벗겨지는 수는 유리수이다.
- ③ $\sqrt{99} = 33$ 이므로 유리수이다.
- ④ 순환하지 않는 무한소수는 모두 무리수이다.
- ⑤ $\frac{\text{(정수)}}{\text{(0이 아닌 정수)}}$ 꼴로 나타낼 수 있는 수는 모두 유리수이다.

해설

- ① 반례로 $0.\dot{1}\dot{1} = \frac{11}{99} = \frac{1}{9}$ 이므로 유리수이다.
- ③ $\sqrt{99} = 3\sqrt{11}$ 이므로 무리수이다.

11. 다음 그림의 각 사각형은 한 변의 길이가 1 인 정사각형이다. A, B, C 세 점의 좌표를 a, b, c 라 할 때, $a + b + c$ 를 구하면?



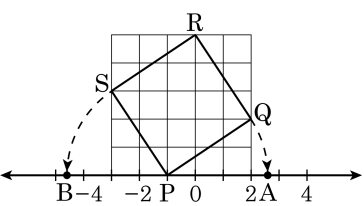
- ① $1 - \sqrt{2}$ ② $2 - \sqrt{2}$ ③ $1 - 2\sqrt{2}$
 ④ $2 - 2\sqrt{2}$ ⑤ $3\sqrt{2}$

해설

$$a = -2 + \sqrt{2}, b = 1 - \sqrt{2}, c = 2 - \sqrt{2}$$

$$\therefore a + b + c = -2 + \sqrt{2} + 1 - \sqrt{2} + 2 - \sqrt{2} = 1 - \sqrt{2}$$

12. 다음 그림에서 $\square PQRS$ 는 정사각형이고, $\overline{PQ} = \overline{PA}$, $\overline{PS} = \overline{PB}$ 이다. 두 점 A, B 의 x 의 좌표를 각각 a, b 라 할 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $a+b = -2$

해설

$\overline{PQ} = \overline{PS} = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13}$
 $A(-1 + \sqrt{13})$, $B(-1 - \sqrt{13})$ 이므로
 $a = -1 + \sqrt{13}$, $b = -1 - \sqrt{13}$
 $\therefore a+b = \sqrt{13} - 1 + (-\sqrt{13} - 1) = -2$ 이다.

13. $y = a\sqrt{x}$ 가 $x = 4$ 일 때, $y = 8$ 이다. 이때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 4$

해설

$$8 = a\sqrt{4}$$

$$8 = a \times 2$$

$$\therefore a = 4$$

14. $\sqrt{28}\sqrt{231} = A\sqrt{33}$, $4\sqrt{3} = \sqrt{B}$ 일 때, $B - A$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $B - A = 34$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{28}\sqrt{231} &= \sqrt{2^2 \times 7} \sqrt{3 \times 7 \times 11} \\ &= \sqrt{2^2 \times 3 \times 7^2 \times 11} = 14\sqrt{33}\end{aligned}$$

$$\therefore A = 14$$

$$4\sqrt{3} = \sqrt{4^2 \times 3} = \sqrt{48}$$

$$\therefore B = 48$$

$$\therefore B - A = 48 - 14 = 34$$

15. $\sqrt{\frac{6}{128}}$ 을 근호 안의 수가 가장 작은 자연수가 되도록 하면 $\frac{\sqrt{a}}{b}$ 가 된다. 이 때, 자연수 a, b 의 합 $a + b$ 의 값은?

① 5 ② 6 ③ 8 ④ 11 ⑤ 16

해설

$$\sqrt{\frac{6}{128}} = \sqrt{\frac{2 \times 3}{2^3 \times 4^2}} = \sqrt{\frac{3}{2^2 \times 4^2}} = \frac{\sqrt{3}}{8}$$

$\therefore a = 3, b = 8$
 $\therefore a + b = 3 + 8 = 11$

16. $\sqrt{2} = a$, $\sqrt{3} = b$ 라 할 때, $\sqrt{72}$ 를 a, b 를 써서 나타내면?

- ① a^3b^2 ② a^2b^3 ③ a^3b ④ a^2b^2 ⑤ ab^3

해설

$$\sqrt{72} = \sqrt{2^3 \times 3^2} = (\sqrt{2})^3 (\sqrt{3})^2 = a^3b^2$$

17. $\frac{\sqrt{15}}{\sqrt{8}} \div \frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{2}} \times (-\sqrt{30}) = a\sqrt{10}$ 이고 $\sqrt{2}(2\sqrt{3}-6) - \frac{2-4\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = b\sqrt{2} + c\sqrt{6}$ 일 때, $a+b+c$ 의 값을 구하여라. (단, a, b, c 는 유리수)

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

$$\begin{aligned} & \frac{\sqrt{15}}{\sqrt{8}} \div \frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{2}} \times (-\sqrt{30}) \\ &= \frac{\sqrt{15}}{\sqrt{8}} \times \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{5}} \times (-\sqrt{30}) \\ &= \sqrt{3} \times (-\sqrt{30}) = -\sqrt{90} = -3\sqrt{10} \\ &\therefore a = -3 \\ & \sqrt{2}(2\sqrt{3}-6) - \frac{2-4\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \\ &= 2\sqrt{6} - 6\sqrt{2} - \frac{2\sqrt{2}-4\sqrt{6}}{2} \\ &= 2\sqrt{6} - 6\sqrt{2} - \sqrt{2} + 2\sqrt{6} \\ &= -7\sqrt{2} + 4\sqrt{6} \\ &\therefore b = -7, c = 4 \\ &\therefore a+b+c = -6 \end{aligned}$$

18. $7 < \sqrt{10x} < 9$ 인 자연수 x 의 개수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$7 < \sqrt{10x} < 9$, $49 < 10x < 81$
따라서 자연수 $x = 5, 6, 7, 8$

19. 제곱근표에서 $\sqrt{15} = 3.873$ 일 때, $\sqrt{a} = 0.3873$ 을 만족하는 a 의 값을 구하면?

① 1500

② 1.5

③ 0.15

④ 0.015

⑤ 0.0015

해설

$$\sqrt{15} = 3.873, \frac{\sqrt{15}}{10} = 0.3873 \text{ 이므로}$$

$$\frac{\sqrt{15}}{10} = \sqrt{\frac{15}{100}}$$

$$\therefore a = \frac{15}{100} = 0.15$$

20. $\sqrt{12}$ 의 정수 부분을 a , 소수 부분을 b 라 할 때, $2a - 3b$ 의 값은?

① $15 + 6\sqrt{2}$

② $15 - 6\sqrt{2}$

③ $15 + 6\sqrt{3}$

④ $15 - 6\sqrt{3}$

⑤ $15 - 5\sqrt{3}$

해설

$$3 < \sqrt{12} < 4 \text{ 이므로}$$

$$a = 3, b = \sqrt{12} - 3$$

$$\begin{aligned}\therefore 2a - 3b &= 2 \times 3 - 3(\sqrt{12} - 3) \\ &= 6 - 3\sqrt{12} + 9 = 15 - 3\sqrt{12} \\ &= 15 - 6\sqrt{3}\end{aligned}$$

21. $\sqrt{32}-2$ 와 $\sqrt{8}+3$ 중 더 작은 수와 $\sqrt{2}+2$ 와 $\sqrt{3}-1$ 중 더 큰 수의 합을 구했더니 $a\sqrt{b}$ 였다. $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a+b=7$

해설

$\sqrt{32}-2-(\sqrt{8}+3)<0$ 이므로

$\sqrt{32}-2<\sqrt{8}+3$

$\sqrt{2}+2-(\sqrt{3}-1)>0$ 이므로

$\sqrt{2}+2>\sqrt{3}-1$

두 수의 합은 $\sqrt{32}-2+\sqrt{2}+2=4\sqrt{2}+\sqrt{2}=5\sqrt{2}$

따라서 $a+b=7$ 이다.

22. 두 수 2 와 5 사이에 있는 수 중에서 $\sqrt{n}$ 의 꼴로 표시되는 무리수의 개수는? (단, n 은 자연수)

① 18 개 ② 19 개 ③ 20 개 ④ 21 개 ⑤ 22 개

해설

$2 < \sqrt{n} < 5$ 이므로

제곱하면 $4 < n < 25$ ㉠

㉠을 만족하는 자연수는 $n = 5, 6, \dots, 24$ 의 20 개, 그런데 이 중에서 9, 16 은 $\sqrt{9} = 3, \sqrt{16} = 4$ 인 유리수이므로 2 개를 제외한 18 개만이 무리수이다.

23. $\sqrt{(5-2\sqrt{5})^2} + \sqrt{(2\sqrt{5}-5)^2}$ 을 간단히 하면 $a+b\sqrt{5}$ 이다. 유리수 a 와 b 의 합은?

① -4

② 0

③ 3

④ 6

⑤ 11

해설

$5 > 2\sqrt{5}$ 이므로

$$\sqrt{(5-2\sqrt{5})^2} + \sqrt{(2\sqrt{5}-5)^2}$$

$$= |5-2\sqrt{5}| + |2\sqrt{5}-5|$$

$$= 5-2\sqrt{5} - (2\sqrt{5}-5)$$

$$= 5-2\sqrt{5} - 2\sqrt{5} + 5$$

$$= 10-4\sqrt{5}$$

$$\therefore a+b = 10-4 = 6$$

24. $\sqrt{32} + \frac{8}{\sqrt{2}} - \sqrt{50} = a\sqrt{2}$, $\sqrt{0.2} \times \sqrt{\frac{4}{5}} \times \sqrt{125} = b\sqrt{5}$ 일 때, $a - b$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

$$4\sqrt{2} + 4\sqrt{2} - 5\sqrt{2} = 3\sqrt{2} \quad \therefore a = 3$$

$$\begin{aligned} \sqrt{\frac{20}{100}} \times \frac{2\sqrt{5}}{5} \times 5\sqrt{5} &= \frac{\sqrt{5}}{5} \times \frac{2\sqrt{5}}{5} \times 5\sqrt{5} \\ &= 2\sqrt{5} \end{aligned}$$

$$\therefore b = 2$$

$$\therefore a - b = 1$$

25. $\frac{k}{\sqrt{3}}(\sqrt{3} - \sqrt{2}) + \frac{\sqrt{8} - 2\sqrt{3} + 6\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$ 의 값이 유리수가 되도록 하는 유리수 k 의 값은?

① 6 ② 4 ③ -4 ④ -6 ⑤ -10

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= k - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}k + \frac{\sqrt{16} - 2\sqrt{6} + 6\sqrt{6}}{2} \\&= k - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}k + 2 + 2\sqrt{6} \\&= -\frac{k}{3}\sqrt{6} + 2\sqrt{6} + k + 2 \\&= \left(-\frac{k}{3} + 2\right)\sqrt{6} + k + 2\end{aligned}$$

값이 유리수가 되려면

$$-\frac{k}{3} + 2 = 0$$

$$\therefore k = 6$$