1. 이차방정식 $x^2 - x - 3 = 0$의 두 근을 a, b라 하고 $3x^2 + 4x + 1 = 0$의 두 근을 c, d라 할 때, $a + b + c + d$의 값은?

① 1 ② $-\frac{1}{2}$ ③ 3 ④ $-\frac{1}{3}$ ⑤ 0

해설

$x^2 - x - 3 = 0$의 두 근을 구하면

$x = \frac{1 \pm \sqrt{13}}{2}$ 이고,

$3x^2 + 4x + 1 = 0$ 의 두 근을 구하면

$x = \frac{-4 \pm 2}{6}$ 이므로

$\therefore x = \frac{1 + \sqrt{13}}{2} + \frac{1 - \sqrt{13}}{2} - \frac{1}{3} - 1 = -\frac{1}{3}$

2. 한 원 위에 n 개의 점을 잡아 n 각형을 만들었다. 새로 만든 도형의 대각선의 총 개수가 35 개 일 때, n 의 값은?

① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

해설

$\frac{n(n-3)}{2} = 35$ 이므로

$n^2 - 3n - 70 = 0$

$(n+7)(n-10) = 0$

$n = 10 (\because n > 0)$

3. 이차방정식 $x^2 - 3x + 1 = 0$ 의 한 근을 a 라 할 때, $a^2 + \frac{1}{a^2}$ 의 값은?

① 2 ② 4 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$x = a$ 를 대입하면 $a^2 - 3a + 1 = 0$

양변을 a 로 나누면 $a - 3 + \frac{1}{a} = 0$

$\therefore\ a + \frac{1}{a} = 3$

$\therefore\ a^2 + \frac{1}{a^2} = \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 2 = 3^2 - 2 = 7$

4. 이차방정식 $2x^2 - 6x - 5 = 0$ 을 풀었더니 $x = \dfrac{A \pm \sqrt{B}}{2}$ 가 되었다.

$A - B$ 의 값은?

① 16 ② −16 ③ 12 ④ −12 ⑤ −10

해설

$2x^2 - 6x - 5 = 0$

$x = \dfrac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 + 10}}{2} = \dfrac{3 \pm \sqrt{19}}{2}$

$A = 3,\ B = 19$

$\therefore A - B = 3 - 19 = -16$

5. $6x^2 - 13xy - 5y^2 = 0$ 일 때, $\frac{y}{x} + \frac{x}{y}$ 의 값은? (단, $xy > 0$)

① $\frac{11}{10}$ ② $\frac{13}{10}$ ③ $\frac{17}{10}$ ④ $\frac{23}{10}$ ⑤ $\frac{29}{10}$

해설

등식을 y^2 으로 나누면, $\frac{6x^2}{y^2} - \frac{13x}{y} - 5 = 0$

$\frac{x}{y} = t$ 로 치환하면 $6t^2 - 13t - 5 = 0$

$(2t - 5)(3t + 1) = 0 \quad \therefore \ t = \frac{5}{2} (\because \ xy > 0)$

$\therefore \ \frac{y}{x} + \frac{x}{y} = \frac{2}{5} + \frac{5}{2} = \frac{29}{10}$

6. 이차방정식 $x^2 - 4x + 2 = 0$ 의 한 근이 a 일 때, $a^2 + \frac{4}{a^2}$ 의 값은?

① 12 ② 13 ③ 15 ④ 16 ⑤ 18

해설

$x = a$ 를 주어진 이차방정식에 대입하면 $a^2 - 4a + 2 = 0$

양변을 a 로 나누면 $a - 4 + \frac{2}{a} = 0$ 이므로 $a + \frac{2}{a} = 4$

$$\therefore a^2 + \frac{4}{a^2} = \left(a + \frac{2}{a}\right)^2 - 4 = 4^2 - 4 = 12$$

7. 이차방정식 $2x^2 + Ax + B = 0$ 의 근이 $-5 \pm \sqrt{23}$ 일 때, 유리수 A, B 의 값은?

① $A : 20,\ B : 4$ ② $A : 20,\ B : 5$ ③ $A : 10,\ B : 4$

④ $A : 10,\ B : -5$ ⑤ $A : 10,\ B : 5$

해설

$2x^2 + Ax + B = 0$ 을 근의 공식으로 풀면

$$x = \frac{-A \pm \sqrt{A^2 - 8B}}{4}$$

주어진 근을 변형하면 $\frac{-20 \pm \sqrt{368}}{4}$

$\therefore\ A = 20,\ 400 - 8B = 368,\ B = 4$

8. $x > y > 0$ 이고, $(x-y)^2 = xy$ 일 때, $\frac{x}{y}$ 의 값은?

① $\sqrt{5}$ ② $1+\sqrt{5}$ ③ $3+\sqrt{5}$

④ $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ ⑤ $\frac{3+\sqrt{5}}{2}$

해설

$(x-y)^2 = xy$

$x^2 - 2xy + y^2 = xy$

$x^2 - 3xy + y^2 = 0$ 의 양변을 y^2 으로 나누면

$\frac{x^2}{y^2} - \frac{3x}{y} + 1 = 0$ 에서 $\frac{x}{y}$ 을 t 로 치환하면

$t^2 - 3t + 1 = 0$

$\therefore\ t = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2} \left(= \frac{x}{y}\right)$

$x > y > 0$ 이므로 $\frac{x}{y} > 1$

$\therefore \frac{x}{y} = \frac{3+\sqrt{5}}{2}$

9. 이차방정식 $x^2 - 2x - 1 = 0$ 의 한 근이 m 일 때, $\dfrac{m^2}{1+2m} - \dfrac{6m}{1-m^2}$ 의 값을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

이차방정식 $x^2 - 2x - 1 = 0$ 에 $x = m$ 을 대입하면,

$m^2 - 2m - 1 = 0$

$1 + 2m = m^2$, $1 - m^2 = -2m$

$\therefore \dfrac{m^2}{1+2m} - \dfrac{6m}{1-m^2} = \dfrac{m^2}{m^2} - \dfrac{6m}{-2m} = 1 + 3 = 4$

10. 이차방정식 $(x-1)^2 = x+3$을 근의 공식을 이용하여 풀면 근은 $x = \dfrac{A \pm \sqrt{B}}{2}$ 일 때, 상수 $A+B$의 값은?

① -20 ② -16 ③ 16 ④ 20 ⑤ 26

해설

식을 정리하면 $x^2 - 3x - 2 = 0$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{9+8}}{2} = \frac{3 \pm \sqrt{17}}{2}$$

$\therefore\ A = 3,\ B = 17$

$\therefore\ A + B = 20$

11. α 가 $x^2+2x=10$ 을 만족할 때, $\dfrac{\alpha^3+2\alpha^2+20}{\alpha+2}$ 의 값은?

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

$\alpha^3+2\alpha^2=\alpha(\alpha^2+2\alpha)=10\alpha$

$\therefore \dfrac{10\alpha+20}{\alpha+2}=\dfrac{10(\alpha+2)}{\alpha+2}=10$