

1. 어떤 수를 6 으로 나누었더니 몫이 3 이고 나머지가 3 이었다. 이 수를 5 로 나누었을 때의 몫을 a , 나머지를 b 라 할 때, $a - b$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

어떤 수를 A 라 하면 $A = 6 \times 3 + 3 = 5 \times 4 + 1$ 이므로 몫이 4, 나머지가 1 이다.

따라서 $a - b = 4 - 1 = 3$ 이다.

2. 어떤 수를 13 으로 나누면 6 이 남는 수 중 200 에 가장 가까운 수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 201

해설

어떤 수를 x 라 하고 몫을 k 라 하면 $x = 13 \times k + 6$ 이다.

$k = 15$ 일 때, $x = 13 \times 15 + 6 = 201$ 이고 $k = 16$ 일 때,

$x = 13 \times 16 + 6 = 214$ 이다.

따라서 200 에 가장 가까운 수는 201 이다.

3. 어떤 자연수를 10 으로 나누었더니, 몫이 7 이고 나머지가 8 이었다. 이 수를 15 로 나누었을 때의 몫을 a , 나머지를 b 라 할 때, $a - b$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

어떤 자연수를 A 라 하면 $A = 10 \times 7 + 8 = 15 \times 5 + 3$ 이다. 따라서 $a = 5, b = 3$ 이므로 $a - b = 5 - 3 = 2$ 이다.

4. 두 자연수 x, y 가 있다. x 를 y 로 나누었더니 몫이 18, 나머지가 3 이었다. x 를 9 로 나누었을 때의 나머지를 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$x = 18 \times y + 3 = 9 \times 2 \times y + 3$ 이다. 따라서 9 로 나누었을 때의 나머지는 3 이다.

5. 두 자연수 x, y 가 있다. x 를 y 로 나누었더니 몫이 16, 나머지가 4 이었다. x 를 8로 나누었을 때의 나머지를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$x = 16 \times y + 4 = 8 \times y \times 2 + 4$ 이다. 따라서 8로 나누었을 때의 나머지는 4 이다.

6. 다음 보기 중 옳은 것을 모두 골라라.

보기

- ㉠ 약수가 1 개뿐인 수를 소수라고 한다.
- ㉡ 133 은 합성수이다.
- ㉢ 소수의 개수는 유한개이다.
- ㉣ 3 과 1123 은 서로소이다.
- ㉤ 십의 자리의 숫자가 p , 일의 자리의 숫자가 q 인 수가 소수이면 pq 도 소수이다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉡

▶ 정답 : ㉣

해설

- ㉠ 약수가 1 과 자기 자신인 수를 소수라고 한다.
- ㉡ 133 의 약수는 1, 7, 19, 133 이므로 합성수이다.
- ㉢ 소수의 개수는 무한개이다.
- ㉣ 3 과 1123 의 최대공약수는 1 이므로 서로소이다.
- ㉤ $p \times q$ 의 약수가 1, p , q , $p \times q$ 이므로 소수가 아니다.

7. 다음 중 3의 배수인 것은?

① 124

② 263

③ 772

④ 305

⑤ 273

해설

3의 배수는 각 자리의 숫자의 합이 3의 배수이다.

⑤ $2 + 7 + 3 = 12$ 가 3의 배수이므로 273은 3의 배수이다.

8. 네 자리 수 $68\square 0$ 이 6의 배수일 때, \square 안에 알맞은 숫자를 모두 구하여라

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 1

▷ 정답: 4

▷ 정답: 7

해설

6은 2와 3의 배수이다.

일의 자리가 0이므로 2의 배수이고 3의 배수이려면 $6+8+\square+0$ 이 3의 배수이어야 한다.

$\therefore \square = 1, 4, 7$

9. 다음 중 거듭제곱의 표현으로 옳지 않은 것은?

① $3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^4$

② $5 \times 5 \times 5 = 5^3$

③ $3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 7 = 3^2 \times 5^2 \times 7$

④ $3 + 3 + 3 + 3 = 3^4$

⑤ $\frac{2 \times 2 \times 2}{3 \times 3 \times 3} = \frac{2^3}{3^3}$

해설

④ $3 + 3 + 3 + 3 = 4 \times 3$

10. $2^5 = a$, $3^b = 243$ 을 만족하는 a , b 의 값을 각각 구하면?

① $a = 16$, $b = 4$

② $a = 16$, $b = 5$

③ $a = 32$, $b = 4$

④ $a = 32$, $b = 5$

⑤ $a = 32$, $b = 6$

해설

$2^5 = 32$, $3^5 = 243$ 이므로 $a = 32$, $b = 5$ 이다.

11. $3^6 = 729$ 를 이용하여 $729 - 3^5 - 3^a = 243$ 을 만족하는 자연수 a 의 값을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$3^6 = 729$ 이고 $3^5 = 243$ 이다.

따라서 $729 - 243 - 3^a = 243$, $3^a = 243$ 이므로 $a = 5$ 이다.

12. $x \times x \times y \times y \times z \times z = x^a \times y^b \times z^c$ 을 만족하는 자연수 a, b, c 에 대하여 $a + b + c$ 의 값은?

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

(준식) = $x^2 \times y^2 \times z^2$ 이므로 $a = 2, b = 2, c = 2$ 이다.

따라서 $a + b + c = 2 + 2 + 2 = 6$ 이다.

13. 다음 1 보다 큰 자연수 중에서 1 과 그 수 자신만을 약수로 가지는 수는?

① 8

② 22

③ 26

④ 100

⑤ 103

해설

1 보다 큰 자연수 중에서 1 과 그 수 자신만을 약수로 가지는 수는 소수이다.

따라서 소수인 것은 103 이다.

14. 다음은 골드바흐가 생각해 낸 소수에 관한 추측이다. 골드바흐의 추측을 가장 잘 설명하고 있는 식은?

보기

[골드바흐의 추측]

2 보다 큰 모든 짝수는 두 소수의 합으로 나타낼 수 있다.

① $7 = 3 + 4$

② $12 = 5 + 7$

③ $14 = 5 + 9$

④ $14 = 2 + 5 + 7$

⑤ $17 = 1 + 5 + 11$

해설

소수는 2, 3, 5, 7, 11, 13, ... 이므로 골드바흐의 추측을 가장 잘 설명한 것은 $12 = 5 + 7$ 이다.

15. 다음 중 52 을 소인수분해한 것으로 알맞은 것은?

① 2×3^3

② $2^3 \times 7$

③ 2×5^2

④ $2^2 \times 13$

⑤ $2^2 \times 3 \times 7$

해설

$$2 \overline{) 52}$$

$$2 \overline{) 26}$$

13

$$52 = 2^2 \times 13$$

16. 600 을 자연수 x 로 나누어 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다.
나누어야 할 가장 작은 자연수를 구하여라.

▶ 답:

▶ 정답: 6

해설

600 을 소인수분해하면 다음과 같다.

$$\begin{array}{r} 2 \overline{)600} \\ 2 \overline{)300} \\ 2 \overline{)150} \\ 3 \overline{)75} \\ 5 \overline{)25} \\ \quad 5 \end{array}$$

$600 = 2^3 \times 3 \times 5^2$ 이므로 $\frac{2^3 \times 3 \times 5^2}{x}$ 가 어떤 자연수의 제곱이 되기 위한 x 의 값 중에서 가장 작은 자연수는 $2 \times 3 = 6$ 이다.

17. 48 에 자연수 x 를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다.
다음에서 x 가 될 수 있는 수를 모두 고르면 (정답 2개)?

① 2

② 3

③ 4

④ 9

⑤ 12

해설

$$48 = 2^4 \times 3$$

곱해야 할 자연수가 x 이고, 어떤 자연수를 y 라 하면 $(2^4 \times 3) \times x = y^2$ 이다.

$$x = 3 \times 1^2, 3 \times 2^2, \dots$$

$$= 3, 12, \dots$$

18. x 는 96의 약수일 때, x 값이 될 수 없는 것은?

① 2

② 2×3

③ $2^2 \times 3$

④ 2×3^3

⑤ 2^5

해설

④ $96 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 = 2^5 \times 3$ 이므로 2×3^3 은 96의 약수가 아니다.

19. 108 과 약수의 개수가 같은 수는?

① 48

② 70

③ 121

④ 72

⑤ 171

해설

108의 약수의 개수는 $(2 + 1) \times (3 + 1) = 12$ (개)

① $48 = 2^4 \times 3$ 이므로 $5 \times 2 = 10$ (개)

② $70 = 2 \times 5 \times 7$ 이므로 $2 \times 2 \times 2 = 8$ (개)

③ $121 = 11^2$ 이므로 3 (개)

④ $72 = 2^3 \times 3^2$ 이므로 $4 \times 3 = 12$ (개)

⑤ $171 = 3^2 \times 19$ 이므로 $3 \times 2 = 6$ (개)

20. 72의 약수의 개수와 $5^x \times 11^2$ 의 약수의 개수가 같을 때, 자연수 x 의 값은?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$72 = 2^3 \times 3^2$ 의 약수의 개수는

$(3 + 1) \times (2 + 1) = 12$ (개)이다.

$5^x \times 11^2$ 의 약수의 개수는

$(x + 1) \times (2 + 1) = 12$ (개)가 되어야 한다.

$\therefore x = 3$

21. 810 의 약수의 개수와 $3 \times 5^x \times 7$ 의 약수의 개수가 같을 때, 자연수 x 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

810 = $2 \times 3^4 \times 5$ 의 약수의 개수가 $3 \times 5^x \times 7$ 의 약수의 개수와 같으므로

$$(1 + 1)(4 + 1)(1 + 1) = (1 + 1)(x + 1)(1 + 1) = 20$$

$$\therefore x = 4$$

22. 882 의 약수의 개수와 $2 \times 5^x \times 7^2$ 의 약수의 개수가 같을 때, 자연수 x 의 값은 ?

① 5

② 4

③ 3

④ 2

⑤ 1

해설

$882 = 2 \times 3^2 \times 7^2$ 의 약수의 개수가 $2 \times 5^x \times 7^2$ 의 약수의 개수와 같으므로

$$(1 + 1)(2 + 1)(2 + 1) = (1 + 1)(x + 1)(2 + 1) = 18$$

$$\therefore x = 2$$

23. 자연수 135 의 약수의 개수와 $3 \times 5^n \times a^m$ 의 약수의 개수가 같을 때, $n + m$ 의 값은? (단, m, n 은 자연수이고, $a \neq 3, 5$ 인 소수)

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$135 = 3^3 \times 5$$

$$(\text{약수의 개수}) = 4 \times 2 = 8(\text{개})$$

$$(1 + 1) \times (n + 1) \times (m + 1) = 8, n = 1, m = 1$$

$$\text{그러므로 } n + m = 1 + 1 = 2$$

24. 소인수가 2개인 어떤 자연수가 있다. 이 자연수를 소인수분해한 결과 $\square \times 5^4$ 이고, 약수의 개수가 20개 일 때, 가장 작은 자연수이다. \square 안에 들어갈 가장 작은 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$\square \times 5^4$ 에서 $\square = a^x$ 이라 하면 약수의 개수는 $(x+1) \times (4+1) = 20$ (개) 이므로

$$(x+1) \times (4+1) = (x+1) \times 5 = 20$$

$$x+1 = 4 \quad \therefore x = 3$$

a 가 될 수 있는 가장 작은 소인수는 2 이므로

$$\square = 2^3 = 8$$

25. $20 \times \square$ 의 약수의 개수가 18개일 때, \square 안에 들어갈 가장 작은 자연수는?

① 4

② 8

③ 9

④ 25

⑤ 49

해설

(i) $\square = 2^a$ 일 때 $18 = (8 + 1) \times (1 + 1)$ 이므로

$$\square = 2^6 = 64$$

(ii) $\square \neq 2^a$ 일 때 $18 = (2 + 1) \times (a + 1) \times (1 + 1)$

$$a = 2, \text{ 가장 작은 자연수는 } 3^2 = 9$$

\therefore (i), (ii)에서 가장 작은 자연수는 9

26. 1 부터 200 까지의 자연수 중에서 약수의 개수가 3개인 자연수는 모두 몇 개인가?

① 5개

② 6개

③ 7개

④ 8개

⑤ 9개

해설

자연수 n 의 약수의 개수가 3 개이기 위해서는
1 과 n 이외에 약수가 한 개만 더 있어야하므로
자연수 n 은 소수의 완전제곱수이어야 한다.

따라서 1 부터 200 까지의 완전제곱수를 구하면

$13^2 = 169 < 200$ 이고 $17^2 = 289 > 200$ 이므로

200 이하인 소수의 완전제곱수는

$2^2, 3^2, 5^2, 7^2, 11^2, 13^2$ 이다.

27. 옛날부터 우리나라에는 십간(☿☿)과 십이지(☿☿☿)를 이용하여 매해에 이름을 붙였다. 십간과 십이지를 차례대로 짝지으면 다음과 같이 그 해의 이름을 만들 수 있다. 다음 표에서 알 수 있듯이 2011년은 신묘년이다. 다음 중 신묘년이 아닌 해는?

정	무	기	경	신	임	계	갑
축	인	묘	진	사	오	미	신
정축	무인	기묘	경진	신사	임오	계미	갑신
1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004
을	병	정	무	기	경	신	
유	술	해	자	축	인	묘	
을유	병술	정해	무자	기축	경인	신묘	
2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	

- ① 1831년 ② 1881년 ③ 1951년
 ④ 2071년 ⑤ 2131년

해설

십간(☿☿)의 10가지와 십이지(☿☿☿)의 12가지를 계속 돌아가면서 조합이 이루어지므로 같은 이름의 년도는 60년 만에 한 번씩 돌아오게 된다. 따라서 2011년이 신묘년이면 1831년, 1891년, 1951년, 2071년, 2131년도 신묘년이다.

28. 13 이하의 자연수의 곱을 소인수분해 했을 때 소인수의 합을 a , 소인수의 지수의 합을 b 라 하자. 이때, $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 21

해설

$$\begin{aligned} & 1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 13 \\ &= 2 \times 3 \times 2^2 \times 5 \times (2 \times 3) \times 7 \times 2^3 \times 3^2 \\ & \quad \times (2 \times 5) \times 11 \times (2^2 \times 3) \times 13 \\ &= 2^{10} \times 3^5 \times 5^2 \times 7 \times 11 \times 13 \\ & a = 2 + 3 + 5 + 7 + 11 + 13 = 41 \\ & b = 10 + 5 + 2 + 1 + 1 + 1 = 20 \\ & \therefore a - b = 41 - 20 = 21 \end{aligned}$$

29. 자연수 180을 소인수분해 하였을 때, 소인수들의 곱을 구하면?

① 15

② 18

③ 24

④ 25

⑤ 30

해설

$$180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$$

소인수는 2, 3, 5이므로 $2 \times 3 \times 5 = 30$

30. 자연수 x, y 에 대하여 $\frac{2^2 \times 5}{x} = y^2$ 을 만족하는 x 의 값을 모두 구하면?

① 1, 4

② 4, 5

③ 5, 20

④ 4, 5, 20

⑤ 1, 2, 4, 5, 20

해설

$\frac{2^2 \times 5}{x} = y^2$ 을 만족하는 자연수 x 는 $5, 5 \times 2^2$ 이다.

31. $96a = b^3$ 을 만족하는 가장 작은 자연수 a, b 를 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $a = 18$

▷ 정답: $b = 12$

해설

$$96a = 2^5 \times 3 \times a = b^3$$

지수가 3 의 배수가 되도록 작은 수를 곱해주어야 한다.

$$\therefore a = 2 \times 3^2 = 18$$

$$2^6 \times 3^3 = (2^2 \times 3)^3 = 12^3$$

$$\therefore b = 12$$

32. $2^a \times 3^b \times 11^c$ 이 132 를 약수로 가질 때, 세 자연수 a, b, c 의 최솟값의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

132 를 소인수분해하면 $132 = 2^2 \times 3 \times 11$ 이다. 한편 $2^a \times 3^b \times 11^c$ 이 132 를 약수로 가지므로 a 는 2 보다 크거나 같고, b 는 1 보다 크거나 같다. 또한 c 도 1 보다 크거나 같다.

따라서 a, b, c 의 최솟값은 각각 2, 1, 1 이므로 구하는 합은 $2 + 1 + 1 = 4$ 이다.

33. 약수의 개수가 12개인 수 중에서 가장 작은 수와 세 번째로 작은 수의 차를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 24

해설

소인수가 1개일 때, $12 = 11 + 1$ 이므로

$$2^{11}, 3^{11}, \dots$$

소인수가 2개일 때, $12 = 4 \times 3 = 6 \times 2$

$$2^3 \times 3^2 = 72, 2^2 \times 3^3 = 108, 2^3 \times 5^2 = 200, \dots$$

$$2^5 \times 3 = 96, 2^5 \times 5 = 160, \dots$$

소인수가 3개일 때, $12 = 3 \times 2 \times 2$

$$2^2 \times 3 \times 5 = 60, 2^2 \times 3 \times 7 = 84, 2 \times 3^2 \times 5 = 90, \dots$$

따라서 가장 작은 수는 60, 세 번째로 작은 수는 84이다.

$$\therefore 84 - 60 = 24$$