

3. 다음 중 약수의 개수가 다른 하나는?

① 3^{11}

② $2^3 \times 3^2$

③ $3^3 \times 7^2$

④ $3^2 \times 5 \times 7$

⑤ $2^5 \times 5^2$

해설

각각의 약수의 개수를 구하면 다음과 같다.

① $11 + 1 = 12$ (개)

② $(3 + 1) \times (2 + 1) = 12$ (개)

③ $(3 + 1) \times (2 + 1) = 12$ (개)

④ $(2 + 1) \times (1 + 1) \times (1 + 1) = 12$ (개)

⑤ $(5 + 1) \times (2 + 1) = 18$ (개)

4. 다음 중 약수의 개수가 가장 많은 것은?

- ① 80 ② 90 ③ 216 ④ 168 ⑤ 180

해설

① $80 = 2^4 \times 5$

$\therefore (4+1) \times (1+1) = 10(\text{개})$

② $90 = 2 \times 3^2 \times 5$

$\therefore (1+1) \times (2+1) \times (1+1) = 12(\text{개})$

③ $216 = 2^3 \times 3^3$

$\therefore (3+1) \times (3+1) = 16(\text{개})$

④ $168 = 2^3 \times 3 \times 7$

$\therefore (3+1) \times (1+1) \times (1+1) = 16(\text{개})$

⑤ $180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$

$\therefore (2+1) \times (2+1) \times (1+1) = 18(\text{개})$

5. 다음 중 $11^3 \times 13^5$ 의 약수가 아닌 것은?

① 11

② 13

③ 11×13^4

④ $11^2 \times 13^3$

⑤ $11^4 \times 13^5$

해설

⑤ $11^4 \times 13^5$ 에서 11^4 은 11^3 의 약수가 아니므로 $11^3 \times 13^5$ 의 약수가 아니다.

6. $3^3 \times 5^2$ 의 약수가 아닌 것은?

- ① 3 ② 5 ③ $3^2 \times 5$
④ $3^2 \times 5^2$ ⑤ 3×5^3

해설

$3^3 \times 5^2$ 의 약수

1	1	5	5^2
3	3	3×5	3×5^2
3^2	3^2	$3^2 \times 5$	$3^2 \times 5^2$
3^3	3^3	$3^3 \times 5$	$3^3 \times 5^2$

7. $2^4 \times 3^2 \times 5$ 의 약수 중에서 두 번째로 큰 수는?

- ① $2^3 \times 3^2 \times 5$ ② $2^3 \times 3^2$ ③ $2^4 \times 3^2 \times 5$
④ $2^4 \times 3 \times 5$ ⑤ $2^4 \times 5$

해설

제일 큰 약수는 자기 자신인 $2^4 \times 3^2 \times 5$ 이고, 두 번째로 큰 수는 가장 작은 소인수인 2 가 한번 덜 곱해진 것이므로, $2^{4-1} \times 3^2 \times 5 = 2^3 \times 3^2 \times 5$ 이다.

8. 자연수 $2^2 \times 3 \times 5^2$ 의 약수 중에서 두 번째로 큰 수는?

- ① $2^2 \times 3^2 \times 5^2$ ② $2 \times 3 \times 5^2$ ③ $2^2 \times 3 \times 5^2$
④ $2 \times 3^2 \times 5^2$ ⑤ $2^2 \times 5^2$

해설

$2^2 \times 3 \times 5^2$ 의 약수 중 가장 큰 수는 $2^2 \times 3 \times 5^2$, 두 번째로 큰 수는 $2 \times 3 \times 5^2$

9. $2^a \times 3^b$ 이 $2^2 \times 3$ 을 약수로 가질 때, 두 자연수 a, b 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $a = 2$

▷ 정답: $b = 1$

해설

$2^a \times 3^b$ 이 $2^2 \times 3$ 을 약수로 가지므로, a 는 2 이상의 자연수, b 는 1 이상의 자연수가 되어야 한다.
그 중 최솟값은 $a = 2, b = 1$ 일 때이다.

10. $3^a \times 5^b$ 이 $3^3 \times 5$ 를 약수로 가질 때, 두 자연수 a, b 의 최솟값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$3^a \times 5^b$ 이 $3^3 \times 5$ 를 약수로 가지므로, a 는 3 이상의 자연수, b 는 1 이상의 자연수가 되어야 한다.

그 중 최솟값은 $a = 3, b = 1$ 일 때이다.

$\therefore a + b = 3 + 1 = 4$

11. 다음에서 $2^4 \times 3^2$ 의 약수가 아닌 것은?

- ① 2^4 ② $2^2 \times 3^2$ ③ 2×3^2
④ 3^3 ⑤ 1

해설

2^4 의 약수는 1, 2, 2^2 , 2^3 , 2^4 이고

3^2 의 약수는 1, 3, 3^2 이므로

$2^4 \times 3^2$ 의 약수는 다음과 같다.

\times	1	2	2^2	2^3	2^4
1	1	1×2	1×2^2	1×2^3	1×2^4
3	3	3×2	3×2^2	3×2^3	3×2^4
3^2	3^2	$3^2 \times 2$	$3^2 \times 2^2$	$3^2 \times 2^3$	$3^2 \times 2^4$

12. 다음에서 $2^3 \times 5$ 의 약수를 찾아 모두 고르면?(정답 2개)

- ① 1 ② 2×5^2 ③ $3^2 \times 5$
④ 2×5 ⑤ 2^5

해설

2^3 의 약수는 1, 2, 2^2 , 2^3 이고
5 의 약수는 1, 5 이므로
 $2^3 \times 5$ 의 약수는 다음과 같다.

\times	1	2	2^2	2^3
1	1	1×2	1×2^2	1×2^3
5	5	5×2	5×2^2	5×2^3

13. 다음 중 약수의 개수가 5 인 자연수 중 가장 작은 자연수는?

- ① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

해설

약수의 개수는 소인수들의 지수에 1 을 더하여 곱한 값이므로
약수의 개수가 5 인 경우는
지수가 4 인 소인수가 하나인 경우 밖에 없다.
따라서 이 경우 이 자연수가 가장 작기 위해서는
소인수가 가장 작아야하므로
소인수는 가장 작은 소수인 2 이고
따라서 약수의 개수가 5 인 가장 작은 자연수는 $2^4 = 16$ 이다.

14. 약수가 12 개인 자연수 중 가장 작은 자연수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 60

해설

$12 = 2 \times 2 \times 3$ 이므로
 $(1+1) \times (1+1) \times (2+1)$ 에서 $2^2 \times 3 \times 5 = 60$

15. $2^2 \times 5 \times 7$ 의 약수의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 12 개

해설

약수의 개수는 $(2 + 1) \times (1 + 1) \times (1 + 1) = 12$ (개)

16. 다음 중 약수의 개수가 가장 적은 것은?

① $2^4 \times 3^2$

② $2^3 \times 5^3$

③ $2^2 \times 5^2$

④ $2 \times 3 \times 5^3$

⑤ 3^4

해설

① $(4+1) \times (2+1) = 15$ (개)

② $(3+1) \times (3+1) = 16$ (개)

③ $(2+1) \times (2+1) = 9$ (개)

④ $(1+1) \times (1+1) \times (3+1) = 16$ (개)

⑤ $(4+1) = 5$ (개)

17. 다음 수 중 약수의 개수가 가장 많은 수는?

- ① $2^2 \times 3 \times 7$ ② $3 \times 5 \times 7 \times 9$ ③ $5 \times 7 \times 11$
④ 13^2 ⑤ 2^{10}

해설

- ① 12 개
② 16 개
③ 8 개
④ 3 개
⑤ 11 개

18. $2^3 \times 3 \times 5^2 \times 7^2$ 의 약수의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 72 개

해설

$$(3 + 1) \times (1 + 1) \times (2 + 1) \times (2 + 1) = 72 \text{ (개)}$$

19. 630의 약수의 개수는?

- ① 8 ② 12 ③ 16 ④ 24 ⑤ 30

해설

$$630 = 2 \times 3^2 \times 5 \times 7$$

$$\text{약수의 개수는 } (1+1) \times (2+1) \times (1+1) \times (1+1) = 24 \text{ (개)}$$