

1. 보기 중에서 무리수인 것을 모두 찾으시오 ?

① $\sqrt{14}$

② $\sqrt{0.1}$

③ 1.3

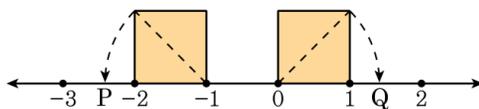
④ $\sqrt{0.04}$

⑤ π

해설

$$\sqrt{0.04} = \sqrt{\frac{4}{10^2}} = \frac{\sqrt{2^2}}{\sqrt{10^2}} = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$$

2. 다음 그림에서 수직선 위의 사각형은 정사각형이다. 이때, 점 $P(a)$, $Q(b)$ 에서 $a - b$ 의 값을 구하면?

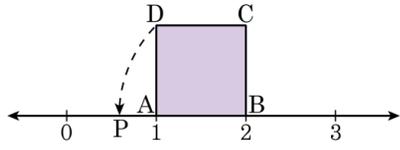


- ① $-1 - 2\sqrt{2}$ ② $-1 + 2\sqrt{2}$ ③ $1 - 2\sqrt{2}$
 ④ $-1 - \sqrt{2}$ ⑤ $-1 + \sqrt{2}$

해설

$P(-1 - \sqrt{2})$, $Q(\sqrt{2})$ 이므로
 $a - b = -1 - \sqrt{2} - \sqrt{2} = -1 - 2\sqrt{2}$

3. 다음은 수직선 위에 정사각형 ABCD 를 그린 것이다. 점 P 에 대응하는 점의 값은 얼마인가?



- ① $1 - \sqrt{2}$ ② $1 - \sqrt{3}$ ③ $2 - \sqrt{2}$
 ④ $2 - \sqrt{3}$ ⑤ $2 - \sqrt{5}$

해설

정사각형 ABCD 의 대각선의 길이는 $\sqrt{2}$
 점 P 의 좌표는 $2 - \sqrt{2}$

4. 다음 보기에서 무리수는 모두 몇 개인가?

보기

$\sqrt{0}$, $\sqrt{2} + \sqrt{3}$, 0.29 , $\sqrt{19.6}$, $\sqrt{8}$, $\sqrt{144}$

- ① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

$\sqrt{0} = 0$ (유리수)
 $\sqrt{2} + \sqrt{3}$: 순환하지 않는 무한소수 (무리수)
 0.29 (유리수)
 $\sqrt{19.6}$: 순환하지 않는 무한소수 (무리수)
 $\sqrt{8}$: 순환하지 않는 무한소수 (무리수)
 $\sqrt{144} = 12$ (유리수)

5. 다음 보기에서 무리수를 모두 고른 것은?

보기

$$\sqrt{0}, \sqrt{3.6}, 0.29, -\frac{2}{5}$$
$$\sqrt{4}, -\sqrt{\frac{1}{10}}, \sqrt{\frac{9}{64}}, \pi$$

① $\sqrt{3.6}, 0.29$

② $-\sqrt{\frac{1}{10}}, \sqrt{\frac{9}{64}}$

③ $\sqrt{3.6}, 0.29, -\frac{2}{5}$

④ $\sqrt{3.6}, -\sqrt{\frac{1}{10}}, \pi$

⑤ $\sqrt{4}, \sqrt{3.6}, -\sqrt{\frac{1}{10}}, \pi$

해설

$$\sqrt{0} = 0, 0.29 = \text{순환소수(유리수)}, -\frac{2}{5} (\text{유리수})$$

$$\sqrt{4} = 2, \sqrt{\frac{9}{64}} = \frac{3}{8}$$

6. 다음 보기 중 순환하지 않는 무한소수는 모두 몇 개인가?

$$\frac{\sqrt{16}}{3}, \sqrt{7}-4, 3.14, 0.2\dot{3}, -\sqrt{0.01}, \sqrt{49}$$

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

순환하지 않는 무한소수는 무리수이다. 즉 무리수가 몇 개인지 고르면 된다.

$$\frac{\sqrt{16}}{3} = \frac{4}{3} \text{ (유리수)}, \sqrt{7}-4 \text{ (무리수)},$$

$$3.14 \text{ (유리수)}, 0.2\dot{3} \text{ (유리수)},$$

$$-\sqrt{0.01} = -0.1 \text{ (유리수)}, \sqrt{49} = 7 \text{ (유리수)}$$

∴ 순환하지 않는 무한소수(무리수)는 1 개

7. 다음 중 유리수가 아닌 수는?

① $(-\sqrt{0.3})^2$ ② $-\sqrt{1}$ ③ $\sqrt{3.9}$

④ $\sqrt{\left(-\frac{2}{7}\right)^2}$ ⑤ $\sqrt{6} - \sqrt{4}$

해설

① $(-\sqrt{0.3})^2 = 0.3$ ② $-\sqrt{1} = -1$

③ $\sqrt{3.9} = \sqrt{\frac{36}{9}} = \sqrt{4} = 2$ ④ $\frac{2}{7}$

8. 다음 중 유리수가 아닌 수는?

① $\sqrt{4} + 1$

② $\sqrt{0.49}$

③ $\sqrt{(-3)^2}$

④ $\sqrt{3} - 1$

⑤ $-\frac{1}{2}$

해설

① $\sqrt{4} + 1 = 2 + 1 = 3$ (유리수)

② $\sqrt{0.49} = 0.7$ (유리수)

③ $\sqrt{(-3)^2} = 3$ (유리수)

⑤ $-\frac{1}{2}$ (유리수)

9. 다음 중 유리수가 아닌 수를 모두 고르면? (정답 2개)

① $-\sqrt{0.16}$

② $\sqrt{0.3}$

③ $\sqrt{2}-1$

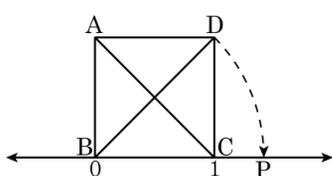
④ 1.27

⑤ $-\sqrt{4}$

해설

$-\sqrt{0.16} = -0.4$, $-\sqrt{4} = -2$ 이므로 유리수이다.

10. 다음 그림에서 사각형 ABCD는 한 변의 길이가 1인 정사각형일 때, 수직선 위의 점 P에 대응하는 수는?



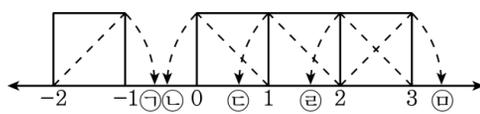
- ① $\sqrt{2}-1$ ② $1-\sqrt{2}$ ③ $\sqrt{2}$
④ $2\sqrt{2}$ ⑤ $\sqrt{2}+1$

해설

$$\overline{BD} = \sqrt{2}$$

점 P는 점 B를 기준으로 오른쪽으로 $\sqrt{2}$ 만큼 이동한 점이므로 $0 + \sqrt{2} = \sqrt{2}$ 이다.

11. 다음 수직선 위의 점 ㉠ ~ ㉥ 중에서 $2 - \sqrt{2}$ 에 대응하는 점은?
(단, 수직선 위의 각 사각형은 한 변의 길이가 1 인 정사각형)

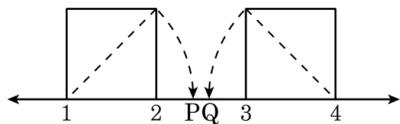


- ① ㉠ ② ㉡ ③ ㉢ ④ ㉣ ⑤ ㉤

해설

대각선의 길이가 $\sqrt{2}$ 이므로 2 에서 대각선의 길이만큼 왼쪽으로 간 지점이 $2 - \sqrt{2}$ 이다.

12. 다음은 수직선 위에 한 변의 길이가 1 인 정사각형을 그린 것이다. 두 점 P, Q 사이의 거리를 구하면?

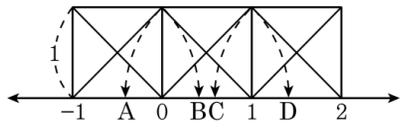


- ① $1 - \sqrt{2}$ ② $1 + 2\sqrt{2}$ ③ $2 - 2\sqrt{2}$
④ $3 - 2\sqrt{2}$ ⑤ $4 - \sqrt{2}$

해설

$P = 1 + \sqrt{2}$, $Q = 4 - \sqrt{2}$ 이므로
두 점 P, Q 사이의 거리는
 $4 - \sqrt{2} - (1 + \sqrt{2}) = 3 - 2\sqrt{2}$ 이다.

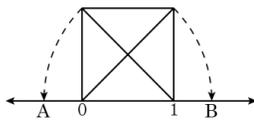
13. 다음 수직선 위에서 무리수 $-1 + \sqrt{2}$ 에 대응하는 점은?



- ① A ② B ③ C
 ④ D ⑤ 알 수 없다.

해설
 B: $-1 + \sqrt{2}$

14. 다음 한 변의 길이가 1인 정사각형에 대해 수직선에 대응하는 점 A, B의 좌표가 각각 $A(a)$, $B(b)$ 라고 할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.



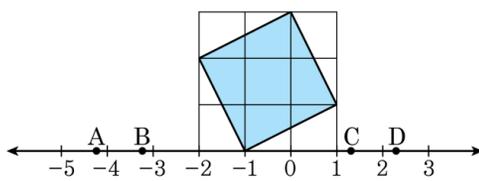
▶ 답:

▷ 정답: $a + b = 1$

해설

정사각형의 한 변의 길이가 1 이므로 대각선의 길이는 $\sqrt{2}$ 이다.
그러므로 $A(1 - \sqrt{2})$, $B(\sqrt{2})$ 이다.
 $\therefore a = 1 - \sqrt{2}$, $b = \sqrt{2}$, $a + b = 1$

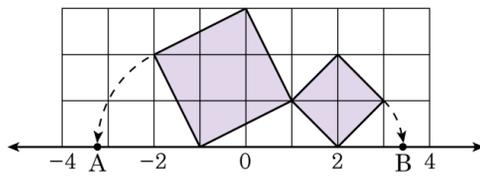
15. 다음 수직선 위에서 무리수 $-1 - \sqrt{5}$ 에 대응하는 점은?



- ① A ② B ③ C
④ D ⑤ 알 수 없다.

해설
 $-3 < -\sqrt{5} < -2$
 $-4 < -1 - \sqrt{5} < -3$

16. 다음 수직선에서 두 점 A, B 에 대응하는 점을 각각 바르게 나타낸 것은?



- ① $A(-1 - \sqrt{5}), B(2 - \sqrt{2})$
 ② $A(-1 + \sqrt{5}), B(2 + \sqrt{2})$
 ③ $A(-1 - \sqrt{5}), B(2 + \sqrt{2})$
 ④ $A(-1 + \sqrt{5}), B(2 - \sqrt{2})$
 ⑤ $A(-1 - \sqrt{7}), B(2 + \sqrt{2})$

해설

$$(\text{큰 정사각형의 넓이}) = 3 \times 3 - 4 \times \left(\frac{1}{2} \times 2 \times 1\right) = 5$$

$$(\text{한 변의 길이}) = \sqrt{5}$$

$$\therefore A(-1 - \sqrt{5})$$

$$(\text{작은 정사각형의 넓이}) = 2 \times 2 - 4 \times \left(\frac{1}{2} \times 1 \times 1\right) = 2$$

$$\text{한 변의 길이} = \sqrt{2}$$

$$\therefore B(2 + \sqrt{2})$$

17. 다음 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① 두 정수 0 과 1 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.
- ② 두 무리수 $\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{3}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.
- ③ 모든 유리수는 수직선 위에 나타낼 수 있다.
- ④ 모든 실수는 수직선 위의 모든 점과 일대일 대응된다.
- ⑤ 수직선은 유리수에 대응하는 점으로 완전히 메워져 있다.

해설

⑤ 수직선은 실수에 대응하는 점으로 완전히 메워져 있다.

18. 다음 보기에서 무리수는 몇 개인지 구하여라.

보기

㉠ $-\frac{1}{4}$

㉡ π

㉢ 0.2

㉣ $\sqrt{2}-1$

㉤ $\sqrt{5}$

㉥ $\sqrt{2^4}$

▶ 답: 개

▶ 정답: 3개

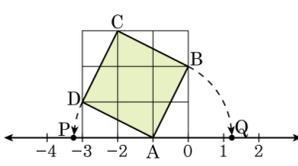
해설

$-\frac{1}{4}$, $0.2 = \frac{2}{9}$, $\sqrt{2^4} = 2^2 = 4$ 는 유리수이다.

π , $\sqrt{2}-1$, $\sqrt{5}$ 는 무리수이다.

따라서 무리수는 3 개이다.

19. 정사각형 ABCD 가 다음 그림과 같을 때, 수직선 위의 점 P, Q 에 대응하는 좌표를 각각 p, q 라 할 때, $p - q$ 의 값이 $a\sqrt{b}$ 이다. $a + b$ 의 값을 구하시오. (단, 모든 한 칸은 한 변의 길이가 1 인 정사각형이다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b = 3$

해설

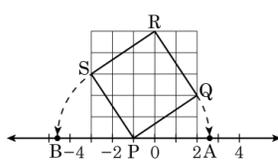
□ABCD 의 면적이 5 이므로 □ABCD 한 변의 길이가 $\sqrt{5}$ 이다.

$$p = -1 - \sqrt{5}, q = -1 + \sqrt{5}$$

$$\therefore p - q = -1 - \sqrt{5} + 1 - \sqrt{5} = -2\sqrt{5} \text{ 이므로}$$

$a + b = 3$ 이다.

20. 다음 그림에서 $\square PQRS$ 는 정사각형이고, $\overline{PQ} = \overline{PA}$, $\overline{PS} = \overline{PB}$ 이다. 두 점 A, B의 x 의 좌표를 각각 a, b 라 할 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.



▶ 답:

▶ 정답: $a+b = -2$

해설

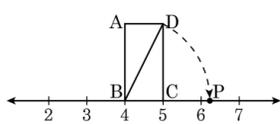
$$\overline{PQ} = \overline{PS} = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13}$$

A($-1 + \sqrt{13}$), B($-1 - \sqrt{13}$) 이므로

$$a = -1 + \sqrt{13}, b = -1 - \sqrt{13}$$

$$\therefore a+b = \sqrt{13} - 1 + (-\sqrt{13} - 1) = -2 \text{이다.}$$

21. 다음 그림과 같은 수직선 위에 가로 길이가 1, 세로 길이가 2인 직사각형 ABCD를 그렸다. 수직선 위의 점 P에 대응하는 값을 구하여라.



▶ 답:

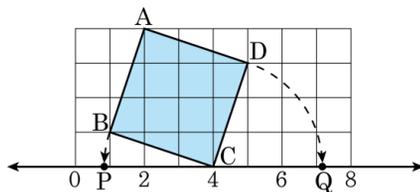
▷ 정답: $4 + \sqrt{5}$

해설

$$1^2 + 2^2 = (\sqrt{5})^2$$

직사각형 대각선의 길이는 $\sqrt{5}$ 이므로 점 P에 대응하는 값은 $4 + \sqrt{5}$ 이다.

22. $\square ABCD$ 는 정사각형이다. 점 P, Q 를 수직선 위에 놓을 때, 좌표 $P(a)$, $Q(b)$ 에 대하여 $a+b$ 의 값을 구하여라.



▶ 답:

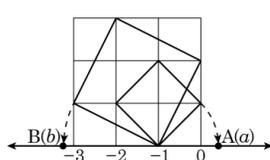
▷ 정답: $a+b=8$

해설

$$P(a) = 4 - \sqrt{10}, Q(b) = 4 + \sqrt{10}$$

$$a + b = 4 - \sqrt{10} + 4 + \sqrt{10} = 8$$

23. 다음 그림을 보고 옳지 않은 것을 고르면?(단, 모든 한 칸은 한 변의 길이가 1 인 정사각형이다.)



- ① a 와 b 사이에는 유리수가 무수히 많다.
- ② a 와 b 사이에는 무리수가 무수히 많다.
- ③ A의 좌표는 $A(-1 + \sqrt{2})$ 이다.
- ④ B의 좌표는 $B(-1 - \sqrt{5})$ 이다.
- ⑤ a 와 b 의 중점의 좌표는 $\frac{\sqrt{5} - \sqrt{2}}{2}$ 이다.

해설

$$a \text{ 와 } b \text{ 의 중점의 좌표는 } \frac{(-1 - \sqrt{5}) + (-1 + \sqrt{2})}{2} = \frac{-2 - \sqrt{5} + \sqrt{2}}{2} \text{ 이다.}$$

24. 다음 보기 중 옳은 것을 모두 골라라.

보기

- ㉠ 두 자연수 2와 3 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.
- ㉡ $\sqrt{3}$ 과 $\sqrt{5}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.
- ㉢ 수직선은 무리수에 대응하는 점으로 완전히 메울 수 있다.
- ㉣ -2와 $\sqrt{2}$ 사이에는 4개의 정수가 있다.
- ㉤ 1과 2 사이에는 2개의 무리수가 있다.
- ㉥ $\sqrt{5}$ 와 $\sqrt{7}$ 사이에는 1개의 자연수가 있다.

▶ 답:

▶ 답:

▶ 정답: ㉠

▶ 정답: ㉡

해설

- ㉠. ○ 두 자연수 2와 3 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.
- ㉡. ○ $\sqrt{3}$ 과 $\sqrt{5}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.
- ㉢. × 수직선은 무리수에 대응하는 점으로 완전히 메울 수 있다.(유리수에 대응하는 점을 메울 수 없다.)
- ㉣. × -2와 $\sqrt{2}$ 사이에는 4개의 정수가 있다.(-1, 0, 1, 3개가 있다.)
- ㉤. × 1과 2 사이에는 2개의 무리수가 있다.(무수히 많은 무리수가 있다.)
- ㉥. × $\sqrt{5}$ 와 $\sqrt{7}$ 사이에는 1개의 자연수가 있다.($\sqrt{5}$ 와 $\sqrt{7}$ 사이에는 자연수가 없다.)

25. 다음 중 옳지 않은 것을 고르면?

- ① 1과 2 사이에는 무수히 많은 무리수가 존재한다.
- ② $\sqrt{4}$ 와 $\sqrt{9}$ 사이에는 정수가 존재하지 않는다.
- ③ 1과 4 사이에는 무리수로 수직선을 모두 메울 수 있다.
- ④ $\sqrt{5}$ 와 $\sqrt{7}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 존재한다.
- ⑤ π 는 3과 4 사이에 존재하는 무리수이다.

해설

- ① ○ 1과 2 사이에는 무수히 많은 무리수가 존재한다.
- ② ○ 2와 3 사이에는 정수가 존재하지 않는다.
- ③ ○ 1과 4 사이에는 유리수도 존재하므로 무리수로 수직선을 모두 메울 수는 없다
- ④ ○ $\sqrt{5}$ 와 $\sqrt{7}$ 사이에는 무한한 유리수가 존재한다.
- ⑤ ○ π 는 3.14... 인 무리수이므로 3과 4 사이에 존재한다.

26. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 서로 다른 두 유리수 사이에는 무한 개의 유리수가 있다.
- ② 서로 다른 두 유리수 사이에는 유한 개의 무리수가 있다.
- ③ 서로 다른 두 무리수 사이에는 무한 개의 유리수가 있다.
- ④ 서로 다른 두 무리수 사이에는 무한 개의 무리수가 있다.
- ⑤ 서로 다른 두 유리수 사이에는 무한 개의 무리수가 있다.

해설

서로 다른 두 유리수나 무리수 사이에는 무수히 많은 유리수와 무리수가 있다.

27. 다음 보기의 설명 중 옳지 않은 것을 모두 고른 것은?

보기

- ㉠ $\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{3}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.
- ㉡ 두 정수 사이에는 또 다른 정수가 있다.
- ㉢ $\sqrt{5}$ 와 $\sqrt{7}$ 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.
- ㉣ 서로 다른 무리수의 합은 항상 무리수이다.
- ㉤ 1 과 2 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.

① ㉠, ㉡

② ㉡, ㉣

③ ㉠, ㉢, ㉣

④ ㉡, ㉣, ㉤

⑤ ㉠, ㉡, ㉣, ㉤

해설

- ㉡ 두 정수 사이에는 또 다른 정수가 있다.
반례) 1 과 2 사이에는 정수가 존재하지 않는다.
- ㉣ 서로 다른 무리수의 합은 항상 무리수이다.
반례) $\sqrt{3} + (-\sqrt{3}) = 0$ 유리수가 되는 경우도 존재한다.

28. 다음 중 옳은 것은 모두 몇 개인가?

- ㉠ 수직선에 나타낼 수 없는 무리수도 있다.
- ㉡ $-\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{2}$ 사이에는 4 개의 정수가 있다.
- ㉢ 수직선은 유리수와 무리수에 대응하는 점들로 완전히 메워져 있다.
- ㉣ 수직선 위에서 오른쪽에 있는 실수가 왼쪽에 있는 실수보다 크다.
- ㉤ 수직선 위에는 유리수에 대응하는 점들만 있는 것이 아니고 무리수에 대응하는 점들도 있다.
- ㉥ 서로 다른 두 무리수의 합은 반드시 무리수이다.
- ㉦ 서로 다른 두 유리수의 합은 반드시 유리수이다.

- ① 7 개 ② 6 개 ③ 5 개 ④ 4 개 ⑤ 3 개

해설

- ㉠ 모든 유리수는 수직선 위에 나타낼 수 있다.
- ㉡ $1 < \sqrt{2} < 2$ 이므로 $-\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{2}$ 사이에는 $-1, 0, 1$ 의 3 개의 정수가 있다.
- ㉢ $(\sqrt{2}) + (-\sqrt{2}) = 0$ 은 유리수이다.

29. a 는 유리수, b 는 무리수일 때, 다음 중 그 값이 항상 무리수인 것은?

① $\sqrt{a} + b$

② $\frac{b}{a}$

③ $a^2 - b^2$

④ ab

⑤ $\frac{b}{\sqrt{a}}$

해설

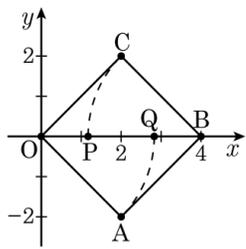
① $a = 2, b = -\sqrt{2}$ 일 때, $\sqrt{2} + (-\sqrt{2}) = 0$ 이므로 유리수이다.

③ $b = \sqrt{2}$ 일 때, $b^2 = 2$ 이므로 $a^2 - b^2$ 는 유리수이다.

④ $a = 0$ 일 때, $ab = 0$ 이므로 유리수이다.

⑤ $a = 2, b = \sqrt{8}$ 일 때, $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}} = 2$ 이므로 유리수이다.

30. 다음그림과 같이 좌표평면 위의 정사각형 OABC 에서 $\overline{OA} = \overline{OQ}$, $\overline{BC} = \overline{BP}$ 이다. 두 점 P, Q 의 x 좌표를 각각 p, q 라 할 때, $p+q$ 의 값을 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: $p+q=4$

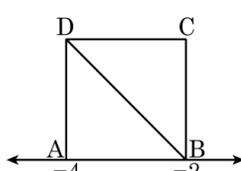
해설

$$p = 4 - 2\sqrt{2}$$

$$q = 0 + 2\sqrt{2} = 2\sqrt{2} \text{ 이므로}$$

$$p+q = 4 - 2\sqrt{2} + 2\sqrt{2} = 4 \text{ 이다.}$$

31. 다음과 같이 수직선 위의 점 $A(-4)$, $B(-2)$ 에 대하여 선분 AB 를 한 변으로 하는 정사각형 $ABCD$ 가 있다. 점 B 를 중심으로 하고, 대각선 BD 를 반지름으로 하는 반원의 넓이를 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: 4π

해설

정사각형 $ABCD$ 의 한 변의 길이가 $(-2) - (-4) = 2$ 이므로 대각선 BD 의 길이는 $2\sqrt{2}$ 이다.
반지름이 $2\sqrt{2}$ 인 반원의 넓이는

$$\frac{1}{2} \times \pi \times (2\sqrt{2})^2 = 4\pi \text{이다.}$$

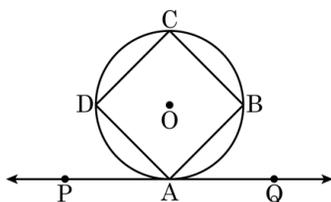
32. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

- ① 순환하는 무한소수는 반드시 유리수이다.
- ② 서로 다른 두 무리수 사이에는 적어도 하나 이상의 자연수가 존재한다.
- ③ 반지름의 길이가 0 이 아닌 실수인 원의 넓이는 반드시 무리수이다.
- ④ 완전제곱수의 제곱근은 항상 유리수이다.
- ⑤ 서로 다른 두 무리수의 곱은 항상 무리수이다.

해설

- ② $\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{3}$ 사이에는 자연수가 존재하지 않는다.
 - ⑤ $\sqrt{2}$ 와 $-\sqrt{2}$ 의 곱은 유리수이다.
- 따라서 옳지 않은 것은 ②, ⑤이다.

33. 다음 그림과 같은 수직선 위의 정사각형 ABCD와 선분 DB를 지름으로 하는 원 O에서 $AD = PA$, $AB = AQ$ 이고 원 O의 넓이는 18π 일 때, PQ 를 지름으로 하는 원의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: 12π

해설

□ABCD의 대각선의 길이는 원의 지름에 해당하고 원의 넓이가 18π 이므로 대각선의 길이는 $6\sqrt{2}$ 이다. 따라서 □ABCD의 한 변의 길이는 6이 되고 선분 PQ의 길이는 12가 된다. 따라서 선분 PQ를 지름으로 하는 원의 둘레의 길이는 $12 \times \pi = 12\pi$ 이다.