

1. 수직선 위의 두 점 $A(a), B(b)(a > b)$ 사이의 거리 $\overline{AB}$ 는 5이고 점 $C(a + b)$ 의 좌표를 -1 이라 할 때, 점 $D(a - b)$ 의 좌표는?

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

$a > b$ 일때, $A(a), B(b)$ 사이의 거리는 $a - b$ 이므로, $a - b = 5$
따라서 $D(a - b)$ 의 좌표는 5

2. 세 점 A (1, 5), B (-4, -7), C (5, 2)가 좌표평면 위에 있다. $\triangle ABC$ 에서 $\angle A$ 의 이등분선이 변 BC와 만나는 점을 D라 할 때, 점 D의 좌표를 구하면?

- ① (0, 0) ② $\left(-\frac{2}{3}, \frac{1}{3}\right)$ ③ $\left(\frac{5}{2}, -\frac{1}{2}\right)$
 ④ $\left(-\frac{4}{3}, \frac{2}{3}\right)$ ⑤ $\left(-\frac{1}{3}, \frac{1}{6}\right)$

해설

$$\overline{AB} = 13, \overline{AC} = 5$$

$$\text{따라서 } \overline{AB} : \overline{AC} = 13 : 5$$

D는 B, C를 13 : 5로 내분한 점

$$\therefore \left(\frac{5}{2}, -\frac{1}{2}\right)$$

3. 좌표평면 위의 세 점 A(4, -2), B(1, 7), C(-2, 1)을 꼭짓점으로 하는 $\triangle ABC$ 는 어떤 삼각형인가?
- ① 정삼각형

② 이등변삼각형

③ 직각삼각형

④ 예각삼각형

⑤ 직각이등변삼각형

해설

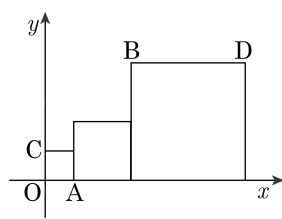
세변의 길이는

$$\overline{AB} = \sqrt{(1-4)^2 + (7-(-2))^2} = \sqrt{90} = 3\sqrt{10}$$
$$\overline{BC} = \sqrt{(-2-1)^2 + (1-7)^2} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$$
$$\overline{CA} = \sqrt{(4-(-2))^2 + (-2-1)^2} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$$

따라서 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB}^2 = \overline{BC}^2 + \overline{AC}^2$ 이고, $\overline{BC} = \overline{CA}$ 이므로 직각이등변삼각형이다.

4. 좌표평면 위에 다음의 그림과 같이 세 개의 정사각형이 있다. 점 $C(0, 4)$, 점 $D(21, 12)$ 일 때, 두 점 A, B 사이의 거리를 구하면?

- ① 11 ② 13 ③ 15
 ④ 17 ⑤ 21



해설

가장 작은 정사각형의 한 변의 길이가 4 이므로
 점 A(4, 0) 가장 큰 정사각형의 한 변의 길이가 12 이므로
 점 B(21 - 12, 12)
 즉, B(9, 12)
 $\therefore \overline{AB} = \sqrt{(9-4)^2 + 12^2} = 13$

5. 두 점 A (-3, 4), B (2, 6)에서 같은 거리에 있는 x 축 위의 점 P와 y 축 위의 점 Q의 좌표는?

- ① $P\left(\frac{3}{2}, 0\right), Q\left(0, \frac{15}{4}\right)$ ② $P\left(\frac{1}{2}, 0\right), Q\left(0, \frac{15}{4}\right)$
③ $P\left(-\frac{3}{2}, 0\right), Q\left(0, \frac{1}{4}\right)$ ④ $P\left(\frac{3}{2}, 0\right), Q\left(0, \frac{7}{4}\right)$
⑤ $P\left(\frac{5}{2}, 0\right), Q\left(0, \frac{15}{2}\right)$

해설

P의 좌표를 $P(a, 0)$ 라 하면

$\overline{AP} = \overline{BP}$ 이므로

$$\sqrt{(a+3)^2 + (-4)^2} = \sqrt{(a-2)^2 + (-6)^2}$$

Q의 좌표를 $Q(0, b)$ 라 하면

$\overline{AQ} = \overline{BQ}$ 에서

$$\sqrt{3^2 + (b-4)^2} = \sqrt{(-2)^2 + (b-6)^2}$$

두 식을 제곱하여 정리하면 $a = \frac{3}{2}, b = \frac{15}{4}$

$$\therefore P\left(\frac{3}{2}, 0\right), Q\left(0, \frac{15}{4}\right)$$

6. 직선 $x + y = 2$ 위에 있고, 두 점 A(0, 6), B(2, 2)에서 같은 거리에 있는 점을 P라 할 때, AP의 길이를 구하면?

① 2 ② $\sqrt{5}$ ③ $2\sqrt{2}$ ④ $\sqrt{10}$ ⑤ 5

해설

$x + y = 2$ 위에 있는 점 P는
 $(\alpha, -\alpha + 2)$ 로 나타낼 수 있다.
 $\overline{AP}^2 = \overline{BP}^2$ 이므로
 $\alpha^2 + (-\alpha - 4)^2 = (\alpha - 2)^2 + (-\alpha)^2$
 $\alpha = -1$
P(-1, 3)
 $\therefore \overline{AP} = \sqrt{(-1)^2 + (-3)^2} = \sqrt{10}$

7. 세 꼭짓점이 A(1, 3), B(p , 3), C(1, q) 인 $\triangle ABC$ 의 외심의 좌표가 (2, 1)일 때 pq 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $pq = -3$

해설

$$(2-1)^2 + (1-3)^2 = (2-p)^2 + (1-3)^2 \text{에서 } (p-2)^2 = 1$$

$$\therefore p = 1, 3$$

그런데 $p = 1$ 일 때 점 A, B가 일치하므로 $p \neq 1 \therefore p = 3$

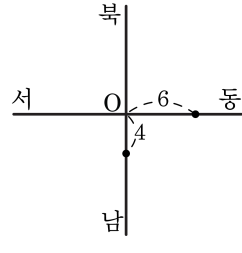
$$(2-1)^2 + (1-3)^2 = (2-1)^2 + (1-q)^2 \text{에서 } (q-1)^2 = 4$$

$$\therefore q = 3, -1$$

그런데 $q = 3$ 일 때 점 A, C가 일치하므로 $q \neq 3$

$$\therefore pq = 3 \times (-1) = -3$$

8. 다음의 그림과 같이 수직으로 만나는 도로가 있다. 교차점에서 A는 동쪽으로 6km, B는 남쪽으로 4km 지점에 있다. 지금 A는 시속 4km의 속도로 서쪽으로, B는 시속 2km의 속도로 북쪽을 향하여 동시에 출발했을 때 A, B 사이의 거리가 가장 짧을 때는 출발 후 몇 시간 후인가?



- ① 1 시간 후 ② 1.2 시간 후 ③ 1.4 시간 후
 ④ 1.6 시간 후 ⑤ 2 시간 후

해설

동서를 x 축, 남북을 y 축으로 잡으면 최초의 A, B 의 위치는 $A(6, 0)$, $B(0, -4)$ 이고 t 시간 후의 A,B 의 좌표는 $A(6 - 4t, 0)$, $B(0, -4 + 2t)$ 이다. 따라서, t 시간 후의 $\overline{AB}$ 의 거리는 s 는 $s = \sqrt{(6 - 4t)^2 + (-4 + 2t)^2} = \sqrt{20t^2 - 64t + 52} = \sqrt{20\left(t^2 - \frac{64}{20}t\right) + 52} = \sqrt{20\left(t - \frac{8}{5}\right)^2 + \frac{4}{5}}$ 이므로 $t = \frac{8}{5}$ 일 때 최소가 된다. $\therefore$ 출발 후 1.6 시간 후이다.

9. 네 점 $A(-2, 3)$, $B(3, a)$, $C(b, 4)$, $D(2, 8)$ 을 꼭짓점으로 하는 $\square ABCD$ 가 마름모가 되도록 하는 a, b 의 합을 구하면?

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$\square ABCD$ 가 마름모이므로
 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$ 이다.
따라서 점 D는 점 A를 x 축 방향으로 4만큼
 y 축 방향으로 5만큼 평행이동한 것이므로
점 C도 점 B를 x 축 방향으로 4만큼
 y 축 방향으로 5만큼 평행이동한 것이다.
 $\therefore (3 + 4, a + 5) = (b, 4)$
 $\therefore a = -1, b = 7$
 $\therefore a + b = 6$

10. $\triangle ABC$ 의 꼭짓점 A의 좌표가 (5, 6)이고 무게중심 G의 좌표가 (3, 4)일 때, 변 BC 의 중점의 좌표는?

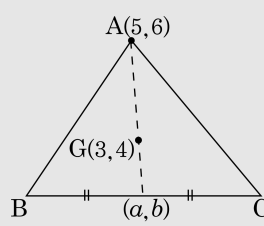
- ① (1, 2) ② (2, 5) ③ (2, 3)
④ (3, 4) ⑤ (4, 5)

해설

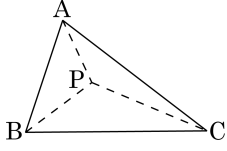
무게중심은 중선을 2 : 1로 내분한다.

$$\therefore G\left(\frac{2a+5}{2+1}, \frac{2b+6}{2+1}\right) = (3, 4)$$

$$\therefore a=2, b=3$$



11. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 의 내부에 넓이가 삼등분이 되는 점 P를 잡았더니 $\overline{AP} = 4$, $\overline{BP} = 3$, $\overline{CP} = 5$ 가 되었다고 한다. 이때, 선분 BC의 길이는?



- ① $4\sqrt{3}$ ② $5\sqrt{3}$ ③ $6\sqrt{3}$ ④ $3\sqrt{13}$ ⑤ $2\sqrt{13}$

해설

$\triangle ABC$ 의 내부에 넓이가 삼등분이 되는 점 P는 삼각형의 무게중심이다. 따라서 $\overline{AP}$ 의 연장선과 $\overline{BC}$ 의 교점을 D라 하면

$$\overline{AP} : \overline{PD} = 2 : 1$$

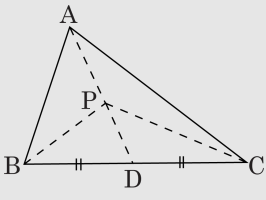
$$\therefore \overline{PD} = 2$$

$\triangle PBC$ 에서 중선 정리를 이용하면

$$\overline{PB}^2 + \overline{PC}^2 = 2(\overline{PD}^2 + \overline{BD}^2)$$

$$3^2 + 5^2 = 2(2^2 + \overline{BD}^2)$$

$$\overline{BD} = \sqrt{13}, \overline{BC} = 2\overline{BD} = 2\sqrt{13}$$



12. 정점 A(4, 2)과 직선 $y = x$ 위를 움직이는 동점 P, x 축 위를 움직이는 동점 Q에 대하여 $\overline{AP} + \overline{PQ} + \overline{QA}$ 가 최소가 되는 거리는?

① $3\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{5}$ ③ $4\sqrt{3}$ ④ $3\sqrt{7}$ ⑤ $2\sqrt{10}$

해설

최솟값은 점 A를 $y = x$ 에 대해 대칭시킨 점과 A를 x 축에 대칭시킨 점 사이의 거리와 같다.

$y = x$ 에 대한 대칭점은 A'(2, 4)

x 축에 대한 대칭점은 A''(4, -2)이므로

$$\overline{AP} + \overline{PQ} + \overline{QA} \geq \overline{A'A''}$$

$$= \sqrt{(2-4)^2 + (4+2)^2} = 2\sqrt{10}$$

13. 점 A(-2, 6)와 점 B(4,4), 그리고 평면 위의 두 점 P, Q에 대하여 AP의 중점이 B, AQ의 중점이 P일 때, 점 Q는 AB를 몇 대 몇으로 외분하는 점인가?

- ① 4 : 3 ② 3 : 4 ③ 2 : 3 ④ 3 : 2 ⑤ 1 : 3

해설

P(x,y) 라 하면 $\frac{-2+x}{2} = 4, \frac{6+y}{2} = 4$ 에서

$x = 10, y = 2, \therefore P(10, 2)$

Q(α, β) 라 하면 $\frac{-2+\alpha}{2} = 10, \frac{6+\beta}{2} = 2$ 에서

$\alpha = 22, \beta = -2$

$\therefore Q(22, -2)$

그리고 점 Q 가 선분 AB 를 $m : n$ (단, $m > 0, n > 0, m \neq n$)

으로 외분한다고 가정하면

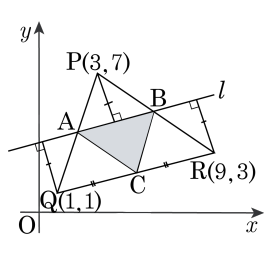
$$\frac{4m+2n}{m-n} = 22 \cdots \textcircled{1},$$

$$\frac{4m-6n}{m-n} = -2 \cdots \textcircled{2}$$

①, ②에서 $3m = 4n \quad \therefore m : n = 4 : 3$

그러므로 점 Q 는 선분 AB 를 4 : 3 으로 외분한다.

14. 다음 그림과 같이 좌표평면 위의 세 점 $P(3, 7)$, $Q(1, 1)$, $R(9, 3)$ 으로부터 같은 거리에 있는 직선 l 이 선분 PQ , PR 과 만나는 점을 각각 A , B 라 하자. 선분 QR 의 중점을 C 라 할 때, $\triangle ABC$ 의 무게중심의 좌표를 $G(x, y)$ 라 하면 $x + y$ 의 값은?



- ① $\frac{16}{3}$ ② 6 ③ $\frac{20}{3}$ ④ $\frac{22}{3}$ ⑤ 8

해설

세 점 P, Q, R 에서 직선 l 에 내린 수선의 발을 각각 P', Q', R' 라 하면 $\triangle PAP' \equiv \triangle QAQ'$ ($\because$ ASA 합동)이므로

점 A 는 선분 PQ 의 중점이다.

마찬가지로 점 B 는 선분 PR 의 중점이다.

따라서, 세 점 A, B, C 는 각각 선분 PQ , 선분 PR , 선분 QR 의 중점이므로 $\triangle ABC$ 의 무게중심은 $\triangle PQR$ 의 무게중심과 일치한다.

$\triangle ABC$ 의 무게중심을 $G(x, y)$ 라 하면

$$x = \frac{3 + 1 + 9}{3} = \frac{13}{3}, y = \frac{7 + 1 + 3}{3} = \frac{11}{3}$$

$$\text{따라서, } x + y = \frac{13}{3} + \frac{11}{3} = 8$$

