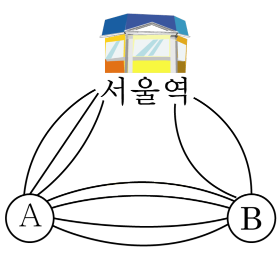
1. 지점 A 에서 서울역으로 가는 길은 3 가지, 서울역에서 지점 B 로 가는 길은 2 가지가 있다. 또, A 에서 서울역을 거치지 않고 B 로 가는 길은 4 가지이다. 서울역을 한 번만 거쳐서 A 와 B 를 왕복하는 방법의 수를 구하시오.(단, A 에서 출발한다.)



▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 48 가지

해설

(i) $A \to$ 서울역 $\to B \to A$

: $3 \times 2 \times 4 = 24$ (가지)

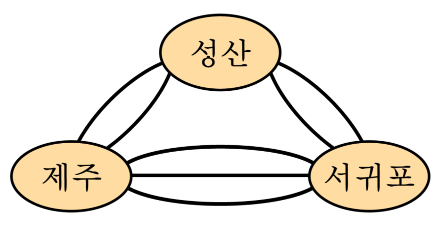
(ii) $A \to B \to$ 서울역 $\to A$

: $4 \times 2 \times 3 = 24$ (가지)

(i), (ii) 이므로

$24 + 24 = 48$ (가지)

2. 다음 그림과 같이 제주와 성산을 잇는 길은 2 개, 성산과 서귀포를 잇는 길은 2 개가 있고, 제주와 서귀포를 잇는 길은 3 개가 있다. 제주에서 서귀포로 갔다가 다시 제주로 돌아올 때, 갈 때는 성산을 거치고, 올 때는 성산을 거치지 않고 오는 방법의 수는?



① 6　　② 8　　③ 9　　④ 12　　⑤ 15

해설

$(2 \times 2) \times 3 = 12$

$\therefore$ 12 가지

3. ${}_5P_0 = a,\ {}_5P_5 = b$라 할 때, $b-a$의 값은?

① 104 ② 111 ③ 115 ④ 119 ⑤ 120

해설
$a = {}_5P_0 = 1$
$b = {}_5P_5 = 5! = 120$
$\therefore\ b - a = 119$

4. 남학생 4 명, 여학생 6 명 중에서 반장 1 명, 부반장 1 명을 뽑는 경우의 수를 구하여라.

▶ 답: ________ 가지

▷ 정답: 90 가지

해설

${}_{10}P_2 = 90$

5. 남자 4명, 여자 3명을 일렬로 세울 때, 남녀 교대로 서는 경우의 수를 구하여라.

① 72 ② 112 ③ 144 ④ 216 ⑤ 288

해설

남자 4명을 줄 세운 다음 그 사이 사이에 여자 3명을 배치한다.
$4! \times 3! = 144$

6. 다섯 개의 숫자 $1, 2, 3, 4, 5$ 에서 서로 다른 세 숫자를 택하여 세 자리의 자연수를 만들 때, 5 의 배수의 개수는?

① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

해설

다섯 개의 숫자 $1, 2, 3, 4, 5$ 에서 서로 다른 세 숫자를 택하여 만든 세 자리의 자연수가 5 의 배수이려면 일의 자리의 수가 5 이어야 한다.
따라서, $1, 2, 3, 4$ 에서 서로 다른 두 숫자를 택하여 백의 자리와 십의 자리에 배열하면 되므로 구하는 5 의 배수의 개수는 ${}_4P_2 = 4 \times 3 = 12$ (개)

7. 빨강, 주황, 노랑, 초록, 파랑, 남색, 보라의 7가지 색 중에서 4가지를 뽑아 그림을 색칠하려고 한다. 초록은 제외하고 노랑은 포함하여 뽑는 경우의 수를 구하여라.

▶ 답 : ＿＿＿＿＿＿ 가지

▷ 정답 : 10가지

해설

부분집합에서 집합의 개수를 구할 때처럼 초록과 노랑을 제외한 5개의 색 중에 3개를 뽑는 경우이므로 ${}_5C_3 = 10$

8. 크기가 서로 다른 오렌지 10 개 중에서 3 개를 선택할 때, 크기가 가장 큰 오렌지 1 개가 반드시 포함되는 경우의 수는?

① 36 ② 40 ③ 44 ④ 48 ⑤ 52

해설

오렌지 9 개 중 2 개를 뽑는 경우의 수와 같다.

$\therefore\ {}_9C_2 = 36$

9. 0, 1, 2, 3, 4, 5 의 6 개의 숫자 중에서 서로 다른 4 개를 택하여 만들 수 있는 네 자리의 정수의 개수는?

① 120 ② 240 ③ 300 ④ 360 ⑤ 400

해설

0 이 포함되는 것과 안 되는 것을 구별하여 구한다.
1) 0 이 포함되는 것 : ${}_5C_3 \times 3 \times 3 \times 2 \times 1 = 180$
2) 0 이 포함되지 않는 것 : ${}_5P_4 = 120$
$\therefore 180 + 120 = 300$

10. 10 명의 학생이 있다. 5 명, 5 명의 두 무리로 나누는 방법은 몇 가지인지 구하여라.

▶ 답 : ________ 가지

▷ 정답 : 126 가지

해설

${}_{10}C_5 \times {}_5C_5 \times \frac{1}{2!} = 126$ (가지) $\Leftarrow$ 5 명씩 2 패

11. 식 $(a+b+c)(x+y+z)$ 를 전개하였을 때, 항의 개수는?

① 6　② 9　③ 12　④ 15　⑤ 18

해설

a, b, c 가 선택할 수 있는 항이 각각 3 가지씩 있으므로 $3+3+3=9$

12. 216 과 360 의 공약수의 개수는 모두 몇 개인가?

① 8 개 ② 9 개 ③ 12 개 ④ 15 개 ⑤ 16 개

해설

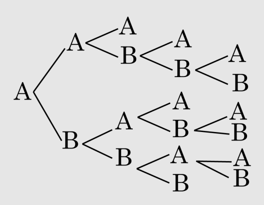
두 수의 공약수는 두 수의 최대공약수의 약수이므로
$216 = 2^3 \times 3^3$,
$360 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5$ 에서
G.C.D. : $2^3 \times 3^2$
따라서 공약수의 개수는 $(3+1) \times (2+1) = 12$

13. A, B 두 사람이 테니스 경기를 하는데, 경기는 5세트 중 3세트 이기는 쪽이 승리한다. A가 먼저 1승을 거둔 상태에서 승부가 결정될 때까지 일어날 수 있는 모든 경우의 수는?

▶ 답 : ______ 가지

▷ 정답 : 10 가지

해설



14. 50 원, 100 원, 500 원짜리 동전만 사용할 수 있는 자동판매기에서 400 원짜리 음료수 3 개를 선택하려고 한다. 세 종류의 동전을 모두 사용하여 거스름돈 없이 자동판매기에 동전을 넣는 방법의 수는? (단, 동전을 넣는 순서는 고려하지 않는다.)

① 3　　② 4　　③ 5　　④ 6　　⑤ 7

해설

500 원을 기준으로 생각한다. 100 원을 A, 50 원을 B 라 하면,
(1) 500 원 1 개 :
$(A, B) = (6, 2),\ (5, 4),\ (4, 6),$
$(3, 8),\ (2, 10),\ (1, 12)$
(2) 500 원 2 개 : $(A, B) = (1, 2)$
$\therefore$ 총 7 가지

15. 5000 원 짜리 지폐가 2 장, 1000 원짜리 지폐가 3 장, 500 원짜리 동전이 4 개 있다. 이 동전의 일부 또는 전부를 사용하여 지불할 수 있는 방법의 수를 구하여라.

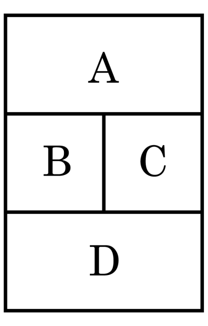
▶ 답: 가지

▷ 정답: 59 가지

해설

5000 원짜리 지폐를 지불하는 방법의 수는 3 가지
1000 원짜리 지폐를 지불하는 방법의 수는 4 가지
500 원짜리 동전을 지불하는 방법의 수는 5 가지
이때 지불하지 않는 경우가 1 가지이므로
구하는 방법의 수는 $3 \times 4 \times 5 - 1 = 59$

16. 원재가 가입한 동아리는 이 동아리를 상징하는 깃발을 검정, 초록, 빨강의 세 가지 색을 모두 사용하여 다음 그림과 같은 네 영역으로 구분하여 칠하려고 한다. 서로 다르게 칠하는 방법의 수를 구하여라.



▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 6가지

해설

A, B, C, D 의 순서대로 색을 칠한다고 할 때, A 의 영역을 칠하는 방법의 수는 검정, 초록, 빨강의 3 가지이다. 이런 각 경우에 대하여 B 의 영역을 칠하는 방법은 3 가지 색 중에서 A 의 영역을 칠한 색을 제외한 2 가지이고, C 의 영역을 칠하는 방법의 수는 A, B 의 두 영역을 칠한 색을 제외한 1 가지이다.

마지막으로 D 의 영역을 칠하는 방법의 수는 B, C 의 두 영역을 칠한 색을 제외한 1 가지 방법이다. 따라서 구하는 방법의 수는 $3 \times 2 \times 1 \times 1 = 6$ (가지)

17. 다음은 ${}_{10}P_5 = (\boxed{\text{가}}) + (\boxed{\text{(나}})$ 임을 보인 것이다.

> 10개의 숫자 1, 2, 3, $\cdots$, 9,10 중에서 서로 다른 5개의 숫자를 뽑아서 만들 수 있는 다섯 자리의 자연수의 개수는 ${}_{10}P_5$ 이다.
> 이 때, 다섯 자리의 자연수 중에서 숫자 2가 들어있는 것의 개수는 $(\boxed{\text{가}})$, 숫자 2가 들어 있지 않은 것의 개수는 $(\boxed{\text{나}})$ 이다.
> 따라서 다음 등식이 성립한다.
> ${}_{10}P_5 = (\boxed{\text{가}}) + (\boxed{\text{나}})$

위의 과정에서 (가), (나) 에 알맞은 것을 순서대로 적으면?

① ${}_9P_4, 5{}_9P_5$ ② $5{}_9P_4,\ {}_9P_5$ ③ ${}_9P_4,\ {}_8P_5$
④ ${}_8P_4,\ 4{}_9P_5$ ⑤ $4{}_9P_4,\ {}_9P_5$

해설

다섯 자리의 자연수 중 2가 들어 있는 것의 개수는 2를 제외한 9개의 숫자중에서
4개를 택하여 나열한 후 2를 추가하면 되므로 ${}_9P_4 \times 5 = 5{}_9P_4$
2가 들어 있지 않은 것의 개수는 2를 제외한 9개의 숫자에서 5개를 택하는 순열의 수와 같으므로 ${}_9P_5$ 이다.
따라서 ${}_{10}P_5 = 5{}_9P_4 + {}_9P_5$

18. n 권의 책이있다.(단, $n \geq 5$) 이 n 권 중에서 2 권의 책을 뽑아 책꽂이에 일렬로 꽂을 때, 그 총 방법의 수가 42 가지였다. n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $n = 7$

해설

n 권에서 2 권을 뽑는 순열의 수는 ${}_nP_2$ 가지이므로
${}_nP_2 = 42$ 곧, $n(n-1) = 42$ $\quad \therefore\ (n+6)(n-7) = 0$
한편, $n \geq 2$ 이므로 $n = 7$

19. 1학년 학생 3명과 2학년 학생 4명을 일렬로 세울때, 1학년 학생끼리 이웃하여 서는 경우의 수는?

① 690 ② 700 ③ 710 ④ 720 ⑤ 730

해설

1학년 3명을 하나로 보면, 5명이 일렬로 세우는 방법과 같다.
$\Rightarrow 5! = 120$
여기에 1학년끼리 위치 바꾸는 방법 3!을 곱한다.
$\therefore\ 120 \times 3! = 720$

20. a, b, c, d, e의 5개의 문자를 일렬로 나열할 때, c가 d보다 앞에 오게 되는 방법의 수는?

① 24 ② 30 ③ 60 ④ 72 ⑤ 120

해설

c와 d를 같은 문자로 생각하여 5개의 문자를 나열하는 방법과 같다.

$\therefore \dfrac{5!}{2!} = 60$

21. 서울의 어떤 지역에서는 국번 4자리를 포함하여 8자리의 전화 번호를 사용하고 있다. 국번에 사용할 수 있는 숫자가 2, 4, 6, 8, 0일 때, 이 지역에서 사용할 수 있는 전화 번호는 몇 개인가? 단, 국번의 첫 번째 자리의 숫자는 0이 아니고, 숫자는 중복하여 사용한다.

① 4500000　② 4999999　③ 5000000
④ 6250000　⑤ 7000000

해설

국번을 먼저 생각하면 첫 번째 자리에 올수 있는 가지수는 4 가지이고
나머진 모두 5 가지 이다.
$\therefore\ 4\times5\times5\times5=500$
뒤의 4 자리는 각각 10 가지씩 가능하다.
$\therefore\ 500\times10\times10\times10\times10=5000000$

22. 남학생 4명, 여학생 6명 중에서 반장 1명, 부반장 1명을 뽑을 때, 반장, 부반장 중에서 적어도 한 명은 여자인 경우의 수를 구하여라.

▶ 답 : ______ 가지

▷ 정답 : 78 가지

해설

전체의 경우에서 모두 남자인 경우의 수를 빼준다.

${}_{10}P_2 - {}_4P_2 = 90 - 12 = 78$

23. 숫자 0, 1, 2, 3, 4, 5를 중복하여 만든 자연수를 크기가 작은 순서로 배열할 때, 1000은 몇 번째 수인가?

① 181 ② 215 ③ 216 ④ 256 ⑤ 257

해설

처음 일의 자리일 때는 5가지가 가능하고 그 다음부터는 6번마다 자리 수가 변경 된다.
100이 되기 전까지 개수 : $(6\times6)-1=35$
$100\sim999$: $(6\times6)\times5=180$
따라서 1000은 $180+35+1=216$ 번째 수이다.

24. 1부터 45까지의 서로 다른 숫자가 각각 적힌 45개의 공 중에서 6개의 공을 뽑을 때, 3이하의 숫자가 적힌 공이 적어도 1개 이상 나오는 방법의 수는?

① ${}_{45}C_6$　② ${}_{45}C_6 - {}_{42}C_3$　③ ${}_{42}C_6$
④ ${}_{45}C_6 - {}_{42}C_6$　⑤ ${}_{45}C_6 + {}_{42}C_3$

해설

전체의 경우에서 3 보다 큰 숫자 중 6 개의 공을 뽑는 경우를 빼준다.
$\therefore\ {}_{45}C_6 - {}_{42}C_6$

25. 한 쪽에는 추만 놓고 다른 쪽에는 물건을 놓아 무게를 재는 양팔저울과 1 g의 추 2개, 3 g의 추 2개, 9 g의 추 1개, 27 g의 추 2개 등 모두 7개의 추가 있다. 이것으로 잴 수 있는 무게는 모두 몇 가지인가? (단, 무게가 0인 경우도 포함한다.)

① 8가지　② 16가지　③ 24가지
④ 36가지　⑤ 54가지

해설

가벼운 추를 모두 올려놓아도 무거운 추 하나보다 가볍기 때문에 계산은 간단해진다.
1 g의 추를 올려놓는 경우의 수는
0, 1, 2개의 3가지,
3 g의 추를 올려놓는 경우의 수는
0, 1, 2개의 3가지,
9 g의 추를 올려놓는 경우의 수는
0, 1개의 2가지,
27 g의 추를 올려놓는 경우의 수는
0, 1, 2개의 3가지
따라서 $3 \times 3 \times 2 \times 3 = 54$가지

26. 소파 12개가 일렬로 놓여 있다. 이 소파에 갑, 을, 병, 정 4 명이 앉을 때, 어느 두 사람도 인접하지 않는 경우의 수는?

① 1860　② 1920　③ 2800　④ 3024　⑤ 3600

해설

12 개의 소파에 4 명이 앉으므로 빈 의자는 8 개이다.

V $\square$ V $\square$ V $\square$ V $\square$ V $\square$ V $\square$ V $\square$ V $\square$ V

따라서, 빈 소파 사이사이와 양 끝의 9 자리에 4 명을 앉히면 되므로 구하는 경우의 수는

${}_9P_4 = 9 \times 8 \times 7 \times 6 = 3024$ (가지)

27. 카드 4장이 있는데, 앞쪽과 뒤쪽에 각각 0과 1, 2와 3, 4와 5, 6과 7이라는 숫자가 하나씩 적혀 있다. 이들 카드 4장을 한 줄로 늘어놓아서 만들 수 있는 네 자리 정수의 개수는?

① 250 ② 270 ③ 272 ④ 336 ⑤ 384

해설

구하는 네자리 정수를 빈 칸으로 하고 카드를 뽑아다 채운다면, 천의 자리는 4장의 카드 앞, 뒷면 8가지 가운데 0을 뺀 7가지이고, 만의 자리는 카드 세 장의 앞, 뒷면이 올 수 있으므로 6가지

□	□	□	□
↑	↑	↑	↑
7	6	4	2
가	가	가	가
지	지	지	지

이와 같은 방법으로 하면 총 경우의 수는
$7 \times 6 \times 4 \times 2 = 336$ (가지)

28. 어느 동물원에서 그림과 같이 번호가 적혀 있는 6 칸의 동물 우리에 호랑이, 사자, 늑대, 여우, 원숭이, 곰을 각각 한 마리씩 넣을 때, 호랑이와 사자는 이웃하지 않게 넣으려고 한다. 예를 들어, <1> 의 경우에는 <2> 와 <4> 가 이웃하는 우리이고, <3>, <5>, <6> 은 이웃하지 않는 우리이다. 이때, 6 마리의 동물들을 서로 다른 우리에 각각 넣는 방법의 수는?

$\langle 1 \rangle$	$\langle 2 \rangle$	$\langle 3 \rangle$
$\langle 4 \rangle$	$\langle 5 \rangle$	
$\langle 6 \rangle$		

① 112 ② 120 ③ 184 ④ 216 ⑤ 432

해설

(호랑이, 사자) 가 이웃하지 않는 경우는 9 가지

즉, $(1,3), (1,5), (1,6), (2,4), (2,6), (3,4), (3,5)$, $(3,6), (5,6)$ 이고

서로 바꾸는 경우의 수가 2가지 이므로 구하는 방법의 수는

$9 \times 2 \times 4! = 432$

29. ${}_nP_r = 360,\ {}_nC_r = 15$ 일 때, $n + r$ 의 값은?

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

$${}_nP_r = \frac{n!}{(n-r)!}{}_n C_r = \frac{n!}{(n-r)!r!}$$

$\Rightarrow r! = 24, r = 4$

$${}_nP_4 = \frac{n!}{(n-4)!} = n(n-1)(n-2)(n-3) = 360$$

$\Rightarrow 360 = 6 \times 5 \times 4 \times 3$

$\therefore n = 6$

따라서 $n + r = 10$

30. 십이각형의 서로 다른 대각선의 교점 중 세 선분이 교차하는 점이 없다고 할 때 대각선의 교점은 몇 개인지 구하여라. (단 꼭짓점은 제외한다.)

▶ 답 : ______ 개

▷ 정답 : 495 개

해설

대각선의 교점은 두 대각선에 의해 결정되고 두 대각선은 4 개의 점에 의해 결정되므로 십이각형의 대각선의 교점의 최대 개수는 ${}_{12}C_4 = 495$

31. 6 명이 타고 있는 승강기가 1 층부터 4 층까지의 4 개 층에서 선다. 각각 2 명씩 3 개 층에서 모두 내리게 되는 경우의 수는?

① 60　　② 120　　③ 180　　④ 240　　⑤ 360

해설

6 명을 2 명씩 3 조로 나누는 방법은

${}_6C_2 \times {}_4C_2 \times \frac{1}{3!} = 15$,

4 개 층 중 3 개 층에 내리므로, $15 \times {}_4P_3 = 360$ (가지)

32. 3 자리 정수 $100,\ 101, \cdots, 999$ 중에서 증가 또는 감소하는 서로 다른 세 개의 숫자로 이루어진 수의 개수는?

① 120 ② 168 ③ 204 ④ 216 ⑤ 240

해설

증가하는 숫자 순으로 배열된 서로 다른 3 자리의 정수는 $\{1,\ 2,\ 3,\ \cdots,\ 9\}$ 에서 서로 다른 3 개의 수를 뽑는 조합의 수와 같다.

${}_9C_3 = 84$

감소하는 숫자 순으로 배열된 서로 다른 3 자리의
정수는 $\{0,\ 1,\ 2,\ 3,\ \cdots,\ 9\}$ 에서 서로 다른 3 개의 수를 뽑는 조합의 수이다.

${}_{10}C_3 = 120$

따라서 구하는 수의 개수는 $84 + 120 = 204$

33. 정수는 대학생이 되면 해외로 배낭여행을 하기로 하고, 가고 싶은 나라를 대륙별로 아래 표와 같이 적어보았다. 정수는 두 대륙을 여행하되 먼저 방문하는 대륙에서는 3개국을 여행하고, 두 번째 방문하는 대륙에서는 2개국을 여행하기로 하였다. 정수가 계획할 수 있는 배낭여행의 경우의 수를 구하여라. (단, 방문국의 순서는 고려하지 않는다.)

대륙	가고 싶은 나라
아시아	일본, 중국, 인도, 태국
유럽	프랑스, 이탈리아, 스페인, 그리스
아메리카	미국, 멕시코, 브라질
아프리카	이집트, 리비아, 튀니지

▶ 답 : ______ 가지

▷ 정답 : 126 가지

해설

(i) 4 개국이 있는 2 대륙을 여행하는 경우 :

$2 \times {}_4C_3 \times {}_4C_2 = 2 \times 4 \times 6 = 48$

(ii) 3 개국이 있는 2 대륙을 여행하는 경우 :

$2 \times {}_3C_3 \times {}_3C_2 = 2 \times 1 \times 3 = 6$

(iii) 4 개국이 있는 대륙과 3 개국이 있는 대륙을 여행하는 경우 :

$4 \times ({}_4C_3 \times {}_3C_2 + {}_3C_3 \times {}_4C_2) = 72$

이상을 정리하면 126

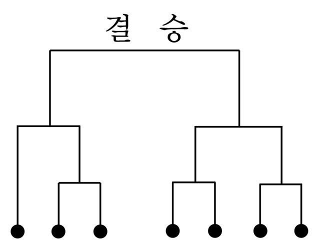
34. 평면 위에 11 개의 서로 다른 점이 있다. 이들 점 중에서 서로 다른 두 개의 점을 이어 만든 직선이 53개일 때, 11 개의 점 중에서 서로 다른 3개의 점으로 만들 수 있는 삼각형의 개수를 구하면?

① 161 ② 162 ③ 163 ④ 164 ⑤ 165

해설

${}_{11}C_2 = 55$ 이므로 3개의 점 이상이 한 직선위에 존재하는 경우가 있다.
3개의 점이 한 직선위에 있다면 ${}_3C_2 = 3$에서 실제 존재하는 한개의 직선 외로 2 개가 중복으로 세어졌다.
즉, $55 - 2 = 53$ 이다.
그러므로 11 개의 점 중에서
한 직선인 점이 3 개 있으므로, 이들 3 점이 뽑힌 경우는 삼각형이 아니다. 따라서 전체 삼각형의 개수는 ${}_{11}C_3 - 1 = 164$

35. 7 개의 팀이 아래 그림과 같이 한 개 팀에게 부전승을 허용하여 토너먼트 방식으로 경기를 하려고 한다. 시합을 하는 방법의 수는?



① 315 ② 378 ③ 396 ④ 412 ⑤ 446

해설

7 개의 팀을 4 팀, 3 팀으로 나누는 경우의 수는

${}_7C_4 \times {}_3C_3 = 35$ (가지)

아래 왼쪽 조를 완성하는 방법의 수는

${}_3C_2 \times {}_1C_1 = 3$ (가지)

아래 오른쪽 조를 완성하는 방법의 수는

${}_4C_2 \times {}_2C_2 \times \frac{1}{2!} = 3$ (가지)

따라서 구하는 방법의 수는 $35 \times 3 \times 3 = 315$ (가지)