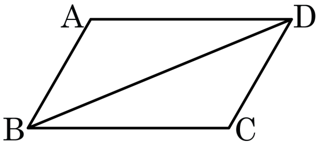
1. 다음은 '평행사변형에서 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.' 를 증명한 것이다. □ 안에 들어갈 알맞은 것은?



평행사변형 ABCD에 점 B와 점 D를 이으면

$\triangle ABD$ $\triangle CDB$에서

$\overline{AB} = \overline{CD} \cdots$ ㉠,

$\overline{AD} = \boxed{} \cdots$ ㉡,

$\overline{BD}$는 공통 $\cdots$ ㉢

㉠, ㉡, ㉢에 의해서 $\triangle ABD \equiv \triangle CDB$ (SSS 합동)

$\therefore\ \angle A = \angle C,\ \angle B = \angle D$

① $\overline{CB}$ ② $\overline{AB}$ ③ $\overline{CD}$ ④ $\overline{AD}$ ⑤ $\overline{BD}$

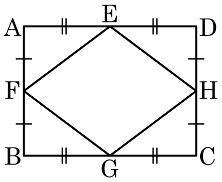
해설

$\triangle ABD$ $\triangle CDB$에서

$\overline{AB} = \overline{CD}$, $\overline{AD} = \overline{CB}$, $\overline{BD}$ 는 공통이므로

$\triangle ABD \equiv \triangle CDB$ (SSS 합동)이다.

2. 다음 그림은 직사각형 ABCD 의 각 변의 중점을 연결하여 □EFGH 를 만들었다. □EFGH 의 성질로 옳지 않은 것을 모두 고르면?(정답 2개)



① 한 내각의 크기가 90° 이다.

② 두 대각선의 길이가 같다.

③ 두 대각선이 서로 이등분한다.

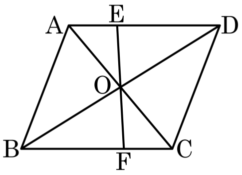
④ 두 대각선이 서로 수직 이등분한다.

⑤ 네 변의 길이가 모두 같다.

해설

직사각형의 각 변의 중점을 연결하면 마름모가 된다. 마름모는 네 변의 길이가 모두 같고, 두 대각선이 서로 직교한다.

3. 다음 그림에서 평행사변형 ABCD 의 넓이가 64cm^2 일 때, $\triangle$OAE 와 $\triangle$OBF 의 넓이의 합은?



① 14cm^2 ② 16cm^2 ③ 18cm^2

④ 24cm^2 ⑤ 32cm^2

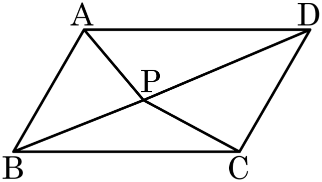
해설

$\triangle\text{AOE} \equiv \triangle\text{COF}$ (ASA 합동) 이므로

$\triangle\text{OAE} + \triangle\text{OBF} = \triangle\text{OBC}$

$\triangle\text{OBC} = \frac{1}{4}\square\text{ABCD} = \frac{1}{4} \times 64 = 16\ (\text{cm}^2)$

4. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD에 대하여 $\triangle ABP = 18\text{cm}^2$, $\triangle PBC = 16\text{cm}^2$, $\triangle PCD = 20\text{cm}^2$일 때, $\triangle APD$의 넓이는?



① 17cm^2 ② 22cm^2 ③ 25cm^2

④ 30cm^2 ⑤ 35cm^2

해설

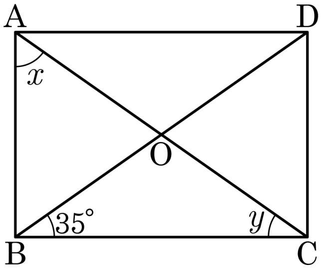
내부의 한 점 P에 대하여 $\frac{1}{2}\square ABCD = \triangle ABP + \triangle PCD = \triangle APD + \triangle PBC$이다.

$\triangle ABP = 18\text{cm}^2$, $\triangle PBC = 16\text{cm}^2$, $\triangle PCD = 20\text{cm}^2$이므로

$18 + 20 = \triangle APD + 16$이다.

$\therefore\ \triangle PAD = 22\text{cm}^2$

5. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 $\angle DBC = 35°$ 일 때, $\angle x + \angle y$ 의 크기는?



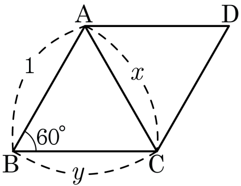
① 55° ② 65° ③ 90° ④ 100° ⑤ 120°

해설

$\overline{AD} // \overline{BC}$ 므로 $\angle ACB = \angle CAD = \angle y$

$\therefore \angle x + \angle y = 90°$

6. □ABCD 가 마름모일 때, $x+y$ 의 값을 구하여라.



① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$\overline{AB} = \overline{BC}$

$\angle BAC = \angle BCA = 60°$

따라서 $\triangle ABC$ 는 정삼각형, $x = y = 1,\ x + y = 2$

7. 다음 조건에 알맞은 사각형을 모두 구하면?

'대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.'

① 평행사변형, 등변사다리꼴, 마름모, 정사각형

② 등변사다리꼴, 평행사변형, 마름모

③ 마름모, 정사각형

④ 평행사변형, 직사각형, 마름모, 정사각형

⑤ 등변사다리꼴, 직사각형, 정사각형

해설

대각선이 서로 다른 것을 이등분하는 것은 평행사변형, 직사각형, 마름모, 정사각형이다.

8. 다음 조건에 알맞은 사각형을 모두 구하면?

대각선이 서로 다른 것을 수직이등분한다.

① 마름모, 정사각형

② 평행사변형, 마름모

③ 직사각형, 마름모, 정사각형

④ 등변사다리꼴, 직사각형, 정사각형

⑤ 평행사변형, 등변사다리꼴, 마름모, 정사각형

해설

두 대각선이 서로 다른 것을 수직이등분하는 사각형은 마름모, 정사각형이다.

9. 사각형 ABCD 에서 $\overline{AB} = 4x + 3y$, $\overline{BC} = 13$, $\overline{CD} = 6$, $\overline{DA} = 3x - 2y$ 일 때, □ABCD 가 평행사변형이 되도록 하는 x, y 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 3$

▷ 정답 : $y = -2$

해설

$\overline{AB} = \overline{CD}$, $\overline{BC} = \overline{DA}$ 이므로

$$\begin{cases} 4x + 3y = 6 & \cdots ㉠ \\ 3x - 2y = 13 & \cdots ㉡ \end{cases}$$

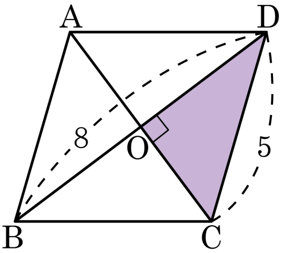
㉠ $\times 2 +$ ㉡ $\times 3$ 을 계산하면

$17x = 51,\ x = 3$

$x = 3$ 을 대입하면

$4 \times 3 + 3y = 6,\ 3y = -6,\ y = -2$

10. 다음 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{BD}=8$, $\overline{CD}=5$ 이고, $\triangle COD$ 의 넓이가 6 일 때, $\overline{AO}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 3

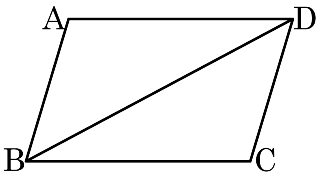
해설

$\triangle COD$ 의 넓이는 $\frac{1}{2}\times\overline{OD}\times\overline{OC}$ 이므로

$\frac{1}{2}\times 4\times\overline{CO}=6$, $\overline{CO}=3$ 이다.

$\therefore\ \overline{AO}=3$

11. 다음 그림과 같은 □ABCD 에서 $\overline{AB} = \overline{CD}$, $\overline{AD} = \overline{CB}$ 이면 □ABCD 는 평행사변형임을 설명하는 과정이다. ㉠~㉤ 중 옳지 <u>않은</u> 것을 기호로 써라.



대각선 BD를 그어보면
대각선 BD는
㉠ <u>삼각형ABD와 삼각형CDB 의 공통부분이 된다.</u>
㉡$\underline{\overline{AB} = \overline{CD}}$ 이고
㉢$\underline{\overline{AD} = \overline{CB}}$ 이므로
$\triangle ABD \equiv \triangle CDB$ (㉣<u>SAS 합동</u>)
$\angle ABD = \angle CDB$, $\angle ADB = \angle CBD$ (㉤<u>엇각</u>)
$\therefore \overline{AB} \mathbin{/\!/} \overline{CD}$, $\overline{AD} \mathbin{/\!/} \overline{CB}$
따라서 두 쌍의 대변이 각각 평행하므로 □ABCD 는 평행사변형이다.

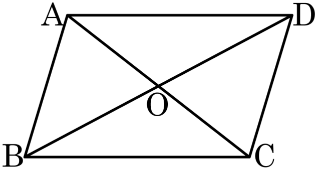
▶ 답 :

▷ 정답 : ㉣

해설

㉣ SSS 합동

12. 다음 조건을 만족하는 □ABCD 중에서 평행사변형인 것을 모두 고르면? (정답 2 개)



① $\angle A = 50°,\ \angle B = 130°,\ \angle C = 50°$

② $\overline{AB} // \overline{BC},\ \overline{AB} // \overline{DC}$

③ $\overline{AB} = 5\text{cm},\ \overline{BC} = 5\text{cm},\ \overline{DC} = 7\text{cm}, \overline{AD} = 7\text{cm}$

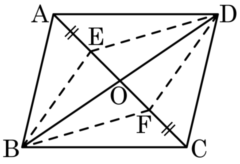
④ $\overline{AB} = \overline{DC},\ \overline{AD} = \overline{BC}$

⑤ $\overline{AB} = \overline{BC},\ \overline{AC} \perp \overline{BD}$

해설

① $\angle A = \angle C = 50°, \angle B = \angle D = 130°$ 두 쌍의 대각의 크기가 같으므로 평행사변형이다.
④ 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같으므로 평행사변형이다.

13. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 의 대각선 $\overline{AC}$ 위에 $\overline{AE} = \overline{CF}$ 가 되도록 두 점 E, F 를 잡으면, □BEDF 는 평행사변형이다. 이 것을 증명할 때, 사용되는 평행사변형이 되는 조건은? (단, 삼각형의 합동조건은 사용하지 않는다.)



① 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.

② 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.

③ 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.

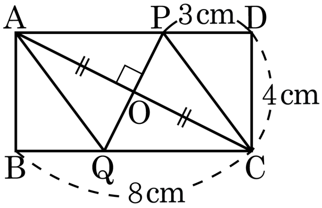
④ 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.

⑤ 한 쌍의 대변이 평행하고, 그 길이가 같다.

해설

□ABCD 는 평행사변형이므로 $\overline{AO} = \overline{CO}$ 이므로
$\overline{EO} = \overline{AO} - \overline{AE} = \overline{CO} - \overline{FC} = \overline{FO}$, $\overline{BO} = \overline{DO}$ 이다.

14. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 $\overline{PQ}$ 는 대각선 AC 의 수직이등분선이다. □AQCP 의 넓이는?



① $16\,cm^2$ ② $18\,cm^2$ ③ $20\,cm^2$

④ $24\,cm^2$ ⑤ $28\,cm^2$

해설

□AQCP 는 마름모이므로

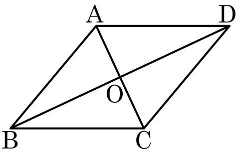
$\triangle ABQ \equiv \triangle CDP$ (RHS)

$$\square AQCP = \square ABCD - 2\triangle ABQ$$

$$= 8 \times 4 - 2 \times \frac{1}{2} \times 3 \times 4$$

$$= 32 - 12 = 20(\,cm^2)$$

15. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 가 마름모가 되는 조건이 <u>아닌</u> 것을 모두 고르면? (2 개)



① $\overline{AC} = \overline{BD}$ ② $\overline{AB} = \overline{AD}$

③ $\angle BCD = \angle CDA$ ④ $\angle ABD = \angle DBC$

⑤ $\overline{AC} \perp \overline{BD}$

해설

① 직사각형의 성질

③ $\angle BCD = \angle CDA = \dfrac{180°}{2} = 90°$ 이므로 직사각형이 된다.

16. 다음 중 정사각형이 아닌 것을 모두 고르면?

① 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하는 마름모

② 한 내각이 90° 인 등변사다리꼴

③ 두 대각선의 길이가 서로 같은 마름모

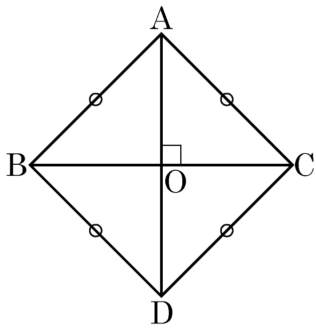
④ 두 대각선이 직교하는 직사각형

⑤ 두 대각선이 직교하는 평행사변형

해설

①, ⑤는 마름모

17. 다음 그림의 마름모 ABCD 가 정사각형이 되기 위한 조건을 보기에서 모두 찾아라.



보기

㉠ $\overline{AB} // \overline{CD}$	㉡ $\overline{AD} = \overline{BC}$
㉢ $\angle B + \angle D = 180°$	㉣ $\overline{BC} = \overline{CD}$
㉤ $\angle ABO = \angle CBD$	㉥ $\angle A = 90°$

▶ 답 :

▶ 답 :

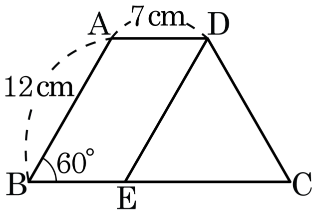
▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉥

해설

마름모가 정사각형이 될 조건
두 대각선의 길이가 같다. → ㉡ $\overline{AC} = \overline{BD}$
한 내각이 90° 이다. → ㉥ $\angle A = 90°$

18. 다음 그림의 □ABCD는 $\overline{AD} // \overline{BC}$인 등변사다리꼴이다. $\overline{AB} // \overline{DE}$일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?



① $\overline{DE} = 12\text{cm}$

② $\overline{BC} = 19\text{cm}$

③ △DEC는 정삼각형

④ △DEC의 둘레의 길이는 21cm

⑤ □ABCD의 둘레의 길이는 50cm

해설

$\angle B = \angle C = 60°$, $\overline{AB} = \overline{DC} = \overline{DE} = 12\text{cm}$이므로 △DEC는 이등변삼각형이다.

$\angle C = \angle DEC = 60°$

따라서 △DEC는 내각이 모두 60°이므로 정삼각형이다. $\therefore \overline{EC} = 12(\text{cm})$

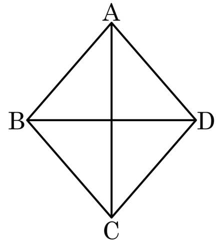
$\angle B = \angle DEC$이므로 $\overline{AB} // \overline{DE}$이고, $\overline{AB} = \overline{DE} = 12\text{cm}$이므로 □ABED는 평행사변형이다.

$\overline{AD} = \overline{BE} = 7\text{cm}$

$\therefore \overline{BC} = \overline{BE} + \overline{EC} = 7 + 12 = 19$

따라서 □ABCD 둘레의 길이는 $7 + 12 \times 2 + 19 = 50(\text{cm})$이다.

19. 다음 그림의 마름모 ABCD 의 각 변의 중점을 연결하여 만든 사각형의 성질이 아닌 것을 보기에서 모두 골라라.



보기

㉠ 두 대각선의 길이가 서로 같다.

㉡ 두 대각선이 서로 수직으로 만난다.

㉢ 네 변의 길이가 모두 같다.

㉣ 네 각의 크기가 모두 직각이다.

㉤ 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.

▶ 답 :

▶ 답 :

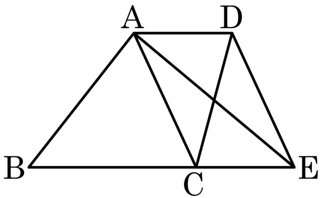
▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉢

해설

마름모의 중점을 연결하여 만든 사각형은 직사각형이 된다.
두 대각선이 서로 수직으로 만나는 것과 네 변의 길이가 모두 같은 것은 마름모의 성질이다.

20. 다음 그림에서 □ABCD의 넓이는 20cm^2이고, △ACE의 넓이는 8cm^2이다. $\overline{AC} \,/\!/\, \overline{DE}$일 때, △ABC의 넓이는?



① 8cm^2 ② 9cm^2 ③ 10cm^2

④ 11cm^2 ⑤ 12cm^2

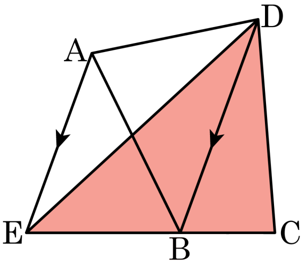
해설

△ACE = △ADE = △ADC = △CED이고

△ABC = □ABCD − △ACD이므로

△ABC = 20 − 8 = 12(cm^2)

21. 다음 그림에서 $\overline{AE} // \overline{DB}$ 이고, $\square ABCD = 12\,cm^2$ 일 때, $\triangle DEC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\quad cm^2}$

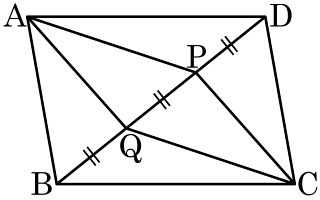
▷ 정답 : $12\,\underline{cm^2}$

해설

$$\begin{aligned}\triangle DEC &= \triangle DEB + \triangle DBC \\ &= \triangle ABD + \triangle DBC \\ &= \square ABCD\end{aligned}$$

$\therefore\ \triangle DEC = 12(\,cm^2)$

22. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD의 대각선 DB를 삼등분하는 점을 각각 P, Q라고 하자. $\square ABCD = 900\text{cm}^2$일 때, $\square APCQ$의 넓이를 구하여라. (단, 단위는 생략한다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : 300

해설

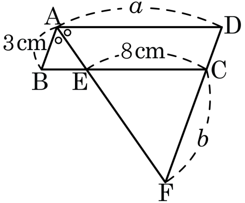
$$\triangle APQ = \frac{1}{3}\triangle ABD = \frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\square ABCD = \frac{1}{6}\square ABCD$$

$$\triangle CPQ = \frac{1}{3}\triangle CDB = \frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\square ABCD = \frac{1}{6}\square ABCD$$

$$\square APCQ = \triangle APQ + \triangle CPQ = \frac{1}{6}\square ABCD + \frac{1}{6}\square ABCD = \frac{1}{3}\square ABCD$$

$$\therefore \square APCQ = 300(\text{cm}^2)$$

23. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $a+b$ 의 값은?



① 19cm ② 20cm ③ 21cm

④ 22cm ⑤ 23cm

해설

$\angle\mathrm{DAF} = \angle\mathrm{CEF}$ ($\because$ 동위각)

$\angle\mathrm{BAE} = \angle\mathrm{CFE}$ ($\because$ 엇각)

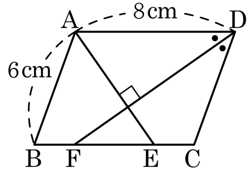
$\triangle\mathrm{CEF}$ 는 이등변삼각형이 되어 $\overline{\mathrm{CE}} = \overline{\mathrm{CF}}$, $b = 8\mathrm{cm}$

$\triangle\mathrm{DAF}$ 도 이등변삼각형이 되고, $\square\mathrm{ABCD}$ 에서 $\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{DC}}$ 이므로

$\overline{\mathrm{AD}} = \overline{\mathrm{DF}} = a = b + \overline{\mathrm{DC}} = 8 + 3 = 11\mathrm{cm}$

$\therefore\ a + b = 11 + 8 = 19(\mathrm{cm})$

24. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{\mathrm{DF}}$ 는 $\angle \mathrm{D}$ 의 이등분선이고, $\overline{\mathrm{AE}} \perp \overline{\mathrm{DF}}$ 일 때, $\overline{\mathrm{FE}}$ 의 길이를 구하여라. (단, 단위는 생략한다.)



▶ **답 :** ______ cm

▷ **정답 :** 4 cm

해설

□ABCD 가 평행사변형이므로

$\angle \mathrm{A} = \angle \mathrm{C},\ \angle \mathrm{B} = \angle \mathrm{D}$ 이므로

$\angle \mathrm{A} + \angle \mathrm{D} = 180^\circ \rightarrow \frac{1}{2}\angle \mathrm{A} + \frac{1}{2}\angle \mathrm{D} = 90^\circ$ 인데

$\angle \mathrm{FDA} + \angle \mathrm{DAE} = 90^\circ$ 이므로

$\overline{\mathrm{AE}}$ 는 $\angle \mathrm{A}$ 의 이등분선이다.

$\therefore \angle \mathrm{DAE} = \angle \mathrm{EAB}$

$\overline{\mathrm{AD}} = \overline{\mathrm{BC}} = 8\mathrm{cm}$, $\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{DC}} = 6\mathrm{cm}$ 에서

$\overline{\mathrm{AD}} /\!/ \overline{\mathrm{BC}}$ 이므로,

$\angle \mathrm{DAE} = \angle \mathrm{BEA}$ (엇각)

$\angle \mathrm{ADF} = \angle \mathrm{CFD}$ (엇각)

즉, $\triangle \mathrm{ABE}$ 와 $\triangle \mathrm{DCF}$ 는 이등변삼각형이므로

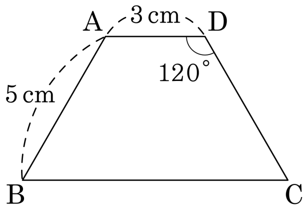
$\overline{\mathrm{BE}} = \overline{\mathrm{AB}} = 6\mathrm{cm}$, $\overline{\mathrm{CF}} = \overline{\mathrm{DC}} = 6\,\mathrm{cm}$

$\overline{\mathrm{BC}} = \overline{\mathrm{BE}} + \overline{\mathrm{CF}} - \overline{\mathrm{EF}}$ 이므로

$8 = 6 + 6 - \overline{\mathrm{EF}}$

$\therefore \overline{\mathrm{EF}} = 4\mathrm{cm}$

25. 다음 그림과 같이 $\overline{AD}//\overline{BC}$인 등변사다리꼴 ABCD에서 $\angle D = 120°$일 때, □ABCD의 둘레의 길이를 구하여라.

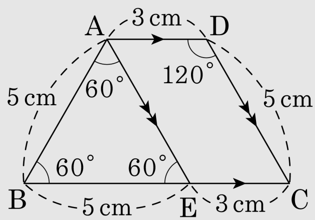


▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 21 cm

해설

다음 그림과 같이 $\overline{AE}//\overline{DC}$가 되도록 변 BC 위에 점 E를 잡으면 □AECD는 평행사변형이고 △ABE는 정삼각형이다.



$\overline{BE} = \overline{AB} = 5\,\text{cm}$이고

$\overline{EC} = \overline{AD} = 3\,\text{cm}$이므로

$\overline{BC} = 5 + 3 = 8(\text{cm})$

$\therefore$ (□ABCD의 둘레의 길이)

$= \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} + \overline{AD}$

$= 5 + 8 + 5 + 3$

$= 21(\text{cm})$