

1. 다음 식에 대한 설명으로 옳지 않은 것을 고르면?

$$-2ax^2y^2 + xy - 3$$

- ① 항이 모두 3개로 이루어진 식이다.
- ② x 에 대한 내림차순으로 정리된 식이다.
- ③ y 에 대한 내림차순으로 정리된 식이다.
- ④ x 에 관한 4차식이다.
- ⑤ xy 의 계수는 1이다.

해설

- ④ x 에 관한 2차식이다.

2. 두 다항식 A, B 에 대하여 $A + 3B = 2x^2 - 7x - 1$, $B - A = 2x^2 - 5x - 7$ 일 때, $A + B$ 는?

① $-x + 3$

② $x - 3$

③ $x^2 + x + 3$

④ $x^2 - x - 3$

⑤ $x^2 - x + 3$

해설

$$A = -x^2 + 2x + 5, B = x^2 - 3x - 2$$

$$A + B = (-x^2 + 2x + 5) + (x^2 - 3x - 2) = -x + 3$$

해설

$$\begin{cases} A + 3B = 2x^2 - 7x - 1 \\ B - A = 2x^2 - 5x - 7 \end{cases}$$

3. 다항식 $(x^2 + 1)^4(x^3 + 1)^3$ 의 차수는?

① 5차

② 7차

③ 12차

④ 17차

⑤ 72차

해설

$(x^2 + 1)^4$ 는 8차식, $(x^3 + 1)^3$ 은 9차식

따라서 $(x^2 + 1)^4 (x^3 + 1)^3$ 은
 $8 + 9 = 17$ 차 다항식이다.

4. 다음 중 $(x-y)^2(x+y)^2$ 을 전개한 식은?

① $x^4 - y^4$

② $x^2 - y^2$

③ $x^4 - 2x^2y^2 + y^4$

④ $x^4 - x^2y^2 + y^4$

⑤ $x^4 - 4x^2y^2 + y^4$

해설

$$\begin{aligned}(x-y)^2(x+y)^2 &= \{(x-y)(x+y)\}^2 \\ &= (x^2 - y^2)^2 \\ &= x^4 - 2x^2y^2 + y^4\end{aligned}$$

5. 다항식 $(x^2 + 2x - 3)(3x^2 + x + k)$ 의 전개식에서 일차항의 계수가 15 일 때, 상수 k 의 값은?

① -3

② 0

③ 3

④ 6

⑤ 9

해설

상수항과 일차항만의 곱을 구하면,

$$-3x + 2kx = 15x$$

$$\therefore k = 9$$

6. 다항식 $(5x^2 + 3x + 1)^2$ 을 전개하였을 때, x^2 의 계수는?

① 10

② 13

③ 16

④ 19

⑤ 25

해설

$(5x^2 + 3x + 1)(5x^2 + 3x + 1)$ 에서

i) (일차항)×(일차항)의 경우 $9x^2$

ii) (이차항)×(상수항)의 경우 $2 \times 5x^2$

즉, $5x^2 + 5x^2 + 9x^2 = 19x^2$

∴ 19

7. 다항식 $2x^3 + x^2 + 3x$ 를 $x^2 + 1$ 로 나눈 나머지는?

① $x - 1$

② x

③ 1

④ $x + 3$

⑤ $3x - 1$

해설

직접 나누어보면

$$(2x + 1) + \frac{x - 1}{x^2 + 1}$$

몫 : $2x + 1$, 나머지 : $x - 1$

8. 다항식 $f(x)$ 를 $2x^2 + 3x + 2$ 로 나누었더니 몫이 $3x - 4$ 이고, 나머지가 $2x + 5$ 이었다. 이 때, $f(1)$ 의 값은?

① -1

② 0

③ 1

④ 3

⑤ 5

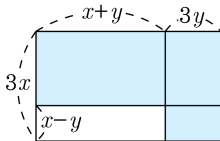
해설

$$\begin{aligned}f(x) &= (2x^2 + 3x + 2)(3x - 4) + (2x + 5) \\&= 6x^3 + 9x^2 + 6x - 8x^2 - 12x - 8 + 2x + 5 \\&= 6x^3 + x^2 - 4x - 3 \\ \therefore f(1) &= 6 + 1 - 4 - 3 = 0\end{aligned}$$

해설

$$\begin{aligned}f(x) &= (2x^2 + 3x + 2)(3x - 4) + (2x + 5) \\f(1) &= (2 + 3 + 2)(3 - 4) + (2 + 5) = -7 + 7 = 0\end{aligned}$$

9. 다음 그림의 직사각형에서 색칠한 부분의 넓이를 나타내는 식을 세워 전개하였을 때, y^2 항의 계수는?



① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$\begin{aligned}(x+4y)(3x) - (x+y)(x-y) \\&= 3x^2 + 12xy - x^2 + y^2 \\&= 2x^2 + 12xy + y^2\end{aligned}$$

10. 다음 곱셈공식을 전개한 것 중 바른 것은?

① $(x - y - 1)^2 = x^2 + y^2 + 1 - 2xy - 2x - 2y$

② $(a + b)^2(a - b)^2 = a^4 - 2a^2b^2 + b^4$

③ $(-x + 3)^3 = x^3 - 9x^2 + 27x - 27$

④ $(a - b)(a^2 + ab - b^2) = a^3 - b^3$

⑤ $(p - 1)(p^2 + 1)(p^4 + 1) = p^{16} - 1$

해설

① $(x - y - 1)^2 = x^2 + y^2 + 1 - 2xy - 2x + 2y$

③ $(-x + 3)^3 = -x^3 + 9x^2 - 27x + 27$

④ $(a - b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$

⑤ $(p - 1)(p + 1)(p^2 + 1)(p^4 + 1) = p^8 - 1$

11. $(x+y)^n$ 을 전개할 때 항의 개수는 $n+1$ 개이다. 다항식 $\{(2a-3b)^3(2a+3b)^3\}^4$ 을 전개할 때, 항의 개수를 구하면 ?

① 7개

② 8개

③ 12개

④ 13개

⑤ 64개

해설

$$\{(2a-3b)^3(2a+3b)^3\}^4$$

$$= \{(4a^2-9b^2)^3\}^4$$

$$= (4a^2-9b^2)^{12}$$

$\therefore (4a^2-9b^2)^{12}$ 의 항의 개수는 13개이다.

12. 세 다항식 $A = x^2 + 3x - 2$, $B = 3x^2 - 2x + 1$, $C = 4x^2 + 2x - 3$ 에 대하여

$3A - \{5A - (3B - 4C)\} + 2B$ 를 간단히 하면?

① $3x^2 + 12x - 13$

② $-3x^2 + 24x + 21$

③ $3x^2 - 12x + 21$

④ $-3x^2 - 24x + 21$

⑤ $x^2 + 12x + 11$

해설

$$3A - \{5A - (3B - 4C)\} + 2B$$

$$= -2A + 5B - 4C$$

$$= -2(x^2 + 3x - 2) + 5(3x^2 - 2x + 1) - 4(4x^2 + 2x - 3)$$

$$= -3x^2 - 24x + 21$$

13. 다항식 $f(x)$ 를 다항식 $g(x)$ 로 나눈 나머지를 $r(x)$ 라 할 때, $f(x) - g(x) - 2r(x)$ 를 $g(x)$ 로 나눈 나머지는?

① $-2r(x)$

② $-r(x)$

③ 0

④ $r(x)$

⑤ $2r(x)$

해설

$f(x)$ 를 $g(x)$ 로 나눈 몫을 $Q(x)$ 라 하면

$$f(x) = g(x)Q(x) + r(x)$$

$$\therefore f(x) - g(x) - 2r(x)$$

$$= g(x)Q(x) + r(x) - g(x) - 2r(x)$$

$$= g(x) \{Q(x) - 1\} - r(x)$$

여기서 $g(x)$ 의 차수는 $-r(x)$ 의 차수보다 높으므로 구하는 나머지는 $-r(x)$ 이다.

14. x 에 대한 다항식 $x^3 + ax^2 + bx + 2$ 를 $x^2 - x + 1$ 로 나눈 나머지가 $x + 3$ 이 되도록 a, b 의 값을 정할 때, ab 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $ab = -6$

해설

검산식을 사용

$$x^3 + ax^2 + bx + 2 = (x^2 - x + 1) \cdot A + (x + 3)$$

$$A = (x + p)$$

$$x^3 + ax^2 + bx + 2 - (x + 3) = (x^2 - x + 1)(x + p)$$

$$x^3 + ax^2 + (b - 1)x - 1 = (x^2 - x + 1)(x - 1) \quad \therefore p = -1$$

우변을 정리하면

$$\therefore a = -2, b = 3$$

$$\therefore ab = -6$$

15. 다항식 $f(x)$ 를 $x + \frac{1}{3}$ 으로 나누었을 때, 몫과 나머지를 $Q(x)$, R 라고 한다. 이 때, $f(x)$ 를 $3x + 1$ 으로 나눈 몫과 나머지를 구하면?

① $Q(x)$, R

② $3Q(x)$, $3R$

③ $3Q(x)$, R

④ $\frac{1}{3}Q(x)$, R

⑤ $\frac{1}{3}Q(x)$, $\frac{1}{3}R$

해설

$$f(x) = Q(x) \left(x + \frac{1}{3} \right) + R = \frac{1}{3}Q(x)(3x + 1) + R$$

16. 다음 식을 전개한 것 중 옳은 것을 고르면?

① $(x - y - z)^2 = x^2 - y^2 - z^2 - 2xy + 2yz - 2zx$

② $(3x - 2y)^3 = 27x^3 - 54x^2y + 18xy^2 - 8y^3$

③ $(x + y)(x - y)(x^2 + xy - y^2)(x^2 - xy + y^2) = x^9 - y^9$

④ $(x^2 - 2xy + 2y^2)(x^2 + 2xy + 2y^2) = x^4 + 4y^4$

⑤ $(x + y - 1)(x^2 + y^2 - xy + 2x + 2y + 1) = x^3 + y^3 - 3xy - 1$

해설

① $(x - y - z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 - 2xy + 2yz - 2zx$

② $(3x - 2y)^3 = 27x^3 - 54x^2y + 36xy^2 - 8y^3$

③ $(x + y)(x - y)(x^2 + xy + y^2)(x^2 - xy + y^2)$
 $= x^6 - y^6$

⑤ $(x + y - 1)(x^2 + y^2 - xy + x + y + 1)$
 $= x^3 + y^3 - 3xy - 1$

17. 두 다항식 $(1 + 2x + 3x^2 + 4x^3)^3$, $(1 + 2x + 3x^2 + 4x^3 + 5x^4)^3$ 의 x^3 의 계수를 각각 a , b 라 할 때, $a - b$ 의 값을 구하면?

① -21

② -15

③ -5

④ -1

⑤ 0

해설

$(1 + 2x + 3x^2 + 4x^3 + 5x^4)^3$ 의 전개식에서 x^4 항의 계수는 x^3 의 계수와는 관계가 없다.

따라서 $(1 + 2x + 3x^2 + 4x^3)^3$ 의 전개식에서 x^3 의 계수와 $(1 + 2x + 3x^2 + 4x^3 + 5x^4)^3$ 의 전개식에서 x^3 의 계수는 같다.

$\therefore a = b \quad \therefore a - b = 0$

18. 모든 모서리의 합이 36, 겹넓이가 56인 직육면체의 대각선의 길이는?

① 5

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

직육면체의 가로, 세로, 높이를 각각 a , b , c 라 하자.

$$4(a + b + c) = 36, \quad 2(ab + bc + ca) = 56$$

$$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca)$$

$$a^2 + b^2 + c^2 = 81 - 56 = 25$$

$$\begin{aligned} \therefore (\text{대각선의 길이}) &= \sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \\ &= \sqrt{25} = 5 \end{aligned}$$

19. $a^2 - b^2 = 2$ 일 때, $\{(a+b)^n + (a-b)^n\}^2 - \{(a+b)^n - (a-b)^n\}^2$ 의 값은?

① 2^n

② 2^{n+1}

③ 2^{n+2}

④ 2^{n+3}

⑤ 2^{n+4}

해설

$$(a+b)^n = A, (a-b)^n = B$$

$$(\text{준식}) = (A^2 + 2AB + B^2) - (A^2 - 2AB + B^2)$$

$$= 4AB$$

$$= 4 \{(a+b)(a-b)\}^n$$

$$= 4 \times 2^n$$

$$= 2^{n+2}$$

20. $2^{16} - 1$ 은 1과 10사이의 어떤 두 수로 나누어떨어진다. 이 때, 이 두 수의 합은?

① 4

② 6

③ 8

④ 10

⑤ 12

해설

$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$ 임을 이용하여 $2^{16} - 1$ 을 인수분해하면

$$2^{16} - 1 = (2^8)^2 - 1^2$$

$$= (2^8 + 1)(2^8 - 1)$$

$$= (2^8 + 1)(2^4 + 1)(2^4 - 1)$$

$$= (2^8 + 1)(2^4 + 1)(2^2 + 1)(2^2 - 1)$$

$$= (2^8 + 1)(2^4 + 1)(2^2 + 1)(2 + 1)(2 - 1)$$

$$= 257 \cdot 17 \cdot 5 \cdot 3$$

따라서 $2^{16} - 1$ 을 나누었을 때 나누어 떨어지는 1과 10사이의 수

즉, 인수는 3과 5이고 이 두 수의 합은 8이다.

21. 삼각형의 세 변의 길이 a, b, c 에 대하여 $(a+b-c)(a-b+c) = b(b+2c) + (c+a)(c-a)$ 가 성립할 때, 이 삼각형은 어떤 삼각형인가?

- ① 직각삼각형 ② 이등변삼각형 ③ 정삼각형
④ 예각삼각형 ⑤ 둔각삼각형

해설

$(a+b-c)(a-b+c) = b(b+2c) + (c+a)(c-a)$ 에서

$$\{a + (b-c)\} \{a - (b-c)\} = b^2 + 2bc + c^2 - a^2$$

$$a^2 - (b-c)^2 = -a^2 + b^2 + c^2 + 2bc$$

$$2a^2 = 2b^2 + 2c^2$$

$$\therefore a^2 = b^2 + c^2$$

따라서, 이 삼각형은 빗변의 길이가 a 인 직각삼각형이다.

22. 실수 x 가 $x^2 - 3x + 1 = 0$ 을 만족할 때, $x^3 + \frac{1}{x^3}$ 의 값을 구하면?

① 18

② 19

③ 20

④ 21

⑤ 22

해설

준식의 양변을 x 로 나누면

$$x + \frac{1}{x} = 3$$

$$\begin{aligned} x^3 + \frac{1}{x^3} &= \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3\left(x + \frac{1}{x}\right) \\ &= 3^3 - 3 \times 3 = 18 \end{aligned}$$

23. $a^2 + b^2 + c^2 = ab + bc + ca$ 이고 $abc = 1$ 일 때, $(a^3 + b^3 + c^3)^2$ 의 값을 계산하면?

① 1

② 4

③ 9

④ 16

⑤ 25

해설

$$\begin{aligned} & a^3 + b^3 + c^3 \\ &= (a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca) + 3abc \\ &= (a + b + c) \times 0 + 3abc = 0 + 3 \cdot (1) = 3 \\ &\therefore (a^3 + b^3 + c^3)^2 = 9 \end{aligned}$$

해설

$$\begin{aligned} & a^2 + b^2 + c^2 = ab + bc + ca \quad a^2 + b^2 + c^2 - (ab + bc + ca) = 0 \\ & \frac{1}{2} (a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2 \} = 0 \\ & \therefore a = b = c \rightarrow abc = a^3 = b^3 = c^3 = 1 \\ & (a^3 + b^3 + c^3)^2 = (1 + 1 + 1)^2 = 9 \end{aligned}$$

24. 대각선의 길이가 28이고, 모든 모서리의 길이의 합이 176인 직육면체의 겉넓이를 구하려 할 때, 다음 중에서 사용되는 식은 ?

$$\textcircled{1} (x-a)(x-b)(x-c)$$

$$= x^3 - (a+b+c)x^2 + (ab+bc+ca)x - abc$$

$$\textcircled{2} \frac{1}{2} \{(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2\}$$

$$= a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca$$

$$\textcircled{3} (a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$$

$$\textcircled{4} (x+a)(x+b)(x+c)$$

$$= x^3 + (a+b+c)x^2 + (ab+bc+ca)x + abc$$

$$\textcircled{5} (a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)$$

$$= a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$$

해설

직육면체의 가로의 길이, 세로의 길이, 높이를 각각 a , b , c 라 하면 대각선의 길이는

$$\sqrt{a^2 + b^2 + c^2} = 28$$

$$\therefore a^2 + b^2 + c^2 = 28^2 \dots \textcircled{㉠}$$

또, 모든 모서리의 길이의 합은 176이므로

$$4(a+b+c) = 176$$

$$\therefore a+b+c = 44 \dots \textcircled{㉡}$$

이 때, 직육면체의 겉넓이는 $2(ab+bc+ca)$ 이므로

$$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab+bc+ca) \dots \textcircled{㉢}$$

따라서 $\textcircled{㉠}$, $\textcircled{㉡}$ 을 $\textcircled{㉢}$ 에 대입하여 겉넓이를 구하면 1152이다.

25. $x + y = 2$, $x^3 + y^3 = 14$ 일 때, $x^5 + y^5$ 의 값을 구하면?

① 12

② 32

③ 52

④ 82

⑤ 102

해설

$$x^5 + y^5 = (x^2 + y^2)(x^3 + y^3) - x^2y^2(x + y) \cdots (*)$$

$$x^3 + y^3 = (x + y)^3 - 3xy(x + y)$$

$$\therefore 14 = 8 - 6xy$$

$$\therefore xy = -1 \cdots \cdots ①$$

$$x^3 + y^3 = 14 \cdots \cdots ②$$

$$x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 2xy = 4 - 2(-1) = 6 \cdots \cdots ③$$

①, ②, ③을 (*)에 대입하면

$$x^5 + y^5 = 6 \times 14 - 2 = 82$$