1. $\sqrt{18a}$가 정수가 되기 위한 가장 작은 자연수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

근호 안의 수가 제곱수가 되어야 한다. $\sqrt{18a} = \sqrt{3^2 \times 2 \times a}$ 이므로 $a = 2$ 이다.

2. 다음은 $a = \sqrt{5} - 2$, $b = \sqrt{5} - \sqrt{3}$ 의 대소를 비교하는 과정이다. □ 안에 알맞은 부등호를 고르면?

$a \,\square\, b$

① $\geq$ ② $>$ ③ $\leq$ ④ $<$ ⑤ $=$

해설

2 는 $\sqrt{4}$이므로 a를 $\sqrt{5} - \sqrt{4}$로 바꾸어 비교해 보면 된다.
$a - b = \left(\sqrt{5} - 2\right) - \left(\sqrt{5} - \sqrt{3}\right) = -2 + \sqrt{3} = -\sqrt{4} + \sqrt{3}$이므로
$\therefore a - b < 0$

3. 제곱근표에서 $\sqrt{2.41} = 1.552$, $\sqrt{24.1} = 4.909$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $\sqrt{241} = 15.52$

② $\sqrt{0.241} = 0.4909$

③ $\sqrt{2410} = 49.09$

④ $\sqrt{24100} = 155.2$

⑤ $\sqrt{0.0241} = 0.01552$

해설

⑤ $\sqrt{0.0241} = \sqrt{2.41 \times 0.01}$
$= 0.1\sqrt{2.41} = 0.1 \times 1.552$
$= 0.1552$

4. 한 변의 길이가 각각 $\sqrt{7}\,\mathrm{cm}$, $\sqrt{10}\,\mathrm{cm}$ 인 정사각형 두 개가 있다. 이 두 정사각형의 넓이를 합하여 하나의 큰 정사각형으로 만들 때, 큰 정사각형의 한 변의 길이를 구하여라.

▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : $\sqrt{17}$ cm

해설

$(\sqrt{7})^2 + (\sqrt{10})^2 = 17$ 이다.
따라서 큰 정사각형의 한 변의 길이는 17 의 양의 제곱근인 $\sqrt{17}(\mathrm{cm})$ 이다.

5. $A=\sqrt{81}-\sqrt{(-3)^2}-\left(-\sqrt{2}\right)^2$, $B=\sqrt{50}-\left(-\sqrt{3}\right)^2-\dfrac{10}{\sqrt{2}}$ 일 때, $\dfrac{10B}{A}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -7.5

해설

$A=\sqrt{81}-\sqrt{(-3)^2}-\left(-\sqrt{2}\right)^2=9-3-2=4$

$B=\sqrt{50}-\left(-\sqrt{3}\right)^2-\dfrac{10}{\sqrt{2}}=5\sqrt{2}-3-5\sqrt{2}=-3$

따라서 $\dfrac{10B}{A}=-\dfrac{30}{4}=-7.5$ 이다.

6. 두 실수 a, b 에 대하여 $a > 0, b < 0$ 일 때, $\sqrt{a^2} - |b| + \sqrt{(a-b)^2}$ 을 간단히 하면?

① 0 ② $2a$ ③ $2b$

④ $a-b$ ⑤ $2a-2b$

해설

$a > 0$ 이므로 $\sqrt{a^2} = a$

$a > 0,\ b < 0$ 이므로 $\sqrt{(a-b)^2} = a - b$

$\therefore$ (준식) $= a + b + a - b = 2a$

7. 다음 세 수 a, b, c 의 대소 비교를 하여라.

$$a = 2\sqrt{3} - 1,\ b = 3\sqrt{2} - 1,\ c = 9 - 3\sqrt{3}$$

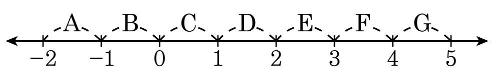
▶ 답 :

▷ 정답 : $a < b < c$

해설

$a = 2\sqrt{3} - 1 = \sqrt{12} - 1$
$b = 3\sqrt{2} - 1 = \sqrt{18} - 1$
$c = 9 - 3\sqrt{3} = 9 - \sqrt{27}$
$c - b = 9 - 3\sqrt{3} - 3\sqrt{2} + 1$
$= 10 - 3(\sqrt{3} + \sqrt{2}) > 0 \quad \therefore\ c > b$
$\therefore\ c > b > a$

8. 다음 수들이 위치하는 구간과 바르게 연결된 것은?



① $2+\sqrt{3}$: G ② $5-\sqrt{2}$: F ③ $2\sqrt{3}+1$: E

④ $\sqrt{6}-3$: A ⑤ $\dfrac{\sqrt{3}+4}{2}$: B

해설

① $\sqrt{1}<\sqrt{3}<\sqrt{4}$ 에서 $3<2+\sqrt{3}<4$: 점 F

② $-\sqrt{4}<-\sqrt{2}<-\sqrt{1}$ 에서 $3<5-\sqrt{2}<4$: 점 F

③ $\sqrt{9}<2\sqrt{3}<\sqrt{16}$ 에서 $4<2\sqrt{3}+1<5$: 점 G

④ $\sqrt{4}<\sqrt{6}<\sqrt{9}$ 에서 $-1<\sqrt{6}-3<0$: 점 B

⑤ $5<\sqrt{3}+4<6$ 에서 $\dfrac{5}{2}<\dfrac{\sqrt{3}+4}{2}<3$: 점 E

9. 다음 중 옳은 것은?

① (무리수) + (유리수) = (무리수)
② (무리수) × (무리수) = (무리수)
③ (유리수) ÷ (무리수) = (무리수)
④ (무리수) + (무리수) = (무리수)
⑤ (유리수) × (무리수) = (무리수)

해설

② $\sqrt{3} \times \sqrt{3} = 3$: 유리수
③ $\dfrac{0}{\sqrt{3}} = 0$: 유리수
④ $\sqrt{3} + (-\sqrt{3}) = 0$: 유리수
⑤ $0 \times \sqrt{3} = 0$: 유리수

10. 두 수 2 와 5 사이에 있는 수 중에서 $\sqrt{n}$ 의 꼴로 표시되는 무리수의 개수는? (단, n 은 자연수)

① 18 개 ② 19 개 ③ 20 개 ④ 21 개 ⑤ 22 개

해설

$2 < \sqrt{n} < 5$ 이므로
제곱하면 $4 < n < 25$ ⋯⋯ ㉠
㉠을 만족하는 자연수는 $n = 5, 6, \cdots\cdots, 24$ 의 20개, 그런데 이 중에서 9, 16 은 $\sqrt{9} = 3$, $\sqrt{16} = 4$ 인 유리수이므로 2개를 제외한 18개만이 무리수이다.

11. $\sqrt{(5-2\sqrt{5})^2}+\sqrt{(2\sqrt{5}-5)^2}$ 을 간단히 하면 $a+b\sqrt{5}$ 이다. 유리수 a 와 b 의 합은?

① -4　② 0　③ 3　④ 6　⑤ 11

해설

$5>2\sqrt{5}$이므로

$\sqrt{(5-2\sqrt{5})^2}+\sqrt{(2\sqrt{5}-5)^2}$

$=|5-2\sqrt{5}|+|2\sqrt{5}-5|$

$=5-2\sqrt{5}-(2\sqrt{5}-5)$

$=5-2\sqrt{5}-2\sqrt{5}+5$

$=10-4\sqrt{5}$

$\therefore\ a+b=10-4=6$

12. a, b 가 유리수일 때, $(\sqrt{3}-1)a+2b=0$ 을 만족하는 a, b 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a=0$

▷ 정답 : $b=0$

해설

동류항끼리 정리하면 $\sqrt{3}a+(-a+2b)=0$ 이므로 $a=0$, $b=0$

13. 두 부등식 $\sqrt{5} < \sqrt{2x} < 2\sqrt{7}$, $3 \le \sqrt{y-1} < 5\sqrt{2}$ 을 만족하는 정수 x, y 에 대해 $x+y$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

$\sqrt{5} < \sqrt{2x} < 2\sqrt{7}$ 이므로 $5 < 2x < 28$, 즉 $2.5 < x < 14$
$3 \le \sqrt{y-1} < 5\sqrt{2}$ 이므로 $9 \le y-1 < 50$, 즉 $10 \le y < 51$
두 정수 x, y 는 양수이므로 $x+y$ 의 최솟값은 x 의 최솟값, y 의 최솟값의 합이다.
따라서 $x = 3, y = 10$ 일 때, $x+y$ 는 최솟값 13 을 갖는다.

14. 연립방정식 $\begin{cases} \sqrt{2}x + \sqrt{3}y = 5\sqrt{6} \\ \sqrt{3}x - 2\sqrt{2}y = -2 \end{cases}$ 를 풀면?

① $x = \frac{17}{7}\sqrt{3},\ y = \frac{18}{7}\sqrt{2}$
② $x = \frac{18}{7}\sqrt{2},\ y = \frac{17}{7}\sqrt{3}$
③ $x = \frac{17}{7}\sqrt{2},\ y = \frac{18}{7}\sqrt{3}$
④ $x = \frac{18}{7}\sqrt{3},\ y = \frac{17}{7}\sqrt{2}$
⑤ $x = \frac{17}{7}\sqrt{3},\ y = \frac{18}{7}\sqrt{3}$

해설

$$\begin{cases} \sqrt{2}x + \sqrt{3}y = 5\sqrt{6} \cdots ㉠ \\ \sqrt{3}x - 2\sqrt{2}y = -2 \cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠ $\times 2\sqrt{2} +$ ㉡ $\times \sqrt{3}$ 을 하면

$$\begin{array}{rl} & 4x + 2\sqrt{6}y = 20\sqrt{3} \\ +) & 3x - 2\sqrt{6}y = -2\sqrt{3} \\ \hline & 7x \qquad\qquad = 18\sqrt{3} \end{array}$$

$\therefore x = \frac{18}{7}\sqrt{3}$

㉡에 $x = \frac{18}{7}\sqrt{3}$ 을 대입하면

$\frac{54}{7} - 2\sqrt{2}y = -2,\ \ \sqrt{2}y = \frac{34}{7}$

$y = \frac{17}{7}\sqrt{2}$

15. $[a]$ 는 a 를 넘지 않는 최대의 정수를 나타낸다. 예를 들면 $[3] = 3$, $[3.4] = 3$ 이다.

$a = 3 + \sqrt{5}$ 일 때, $\dfrac{[a]+5}{a-3} + \dfrac{3a}{[a]-a}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-33 - 13\sqrt{5}$

해설

$[3 + \sqrt{5}] = 5$ 이므로

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= \frac{10}{\sqrt{5}} + \frac{3\left(3+\sqrt{5}\right)}{5-\left(3+\sqrt{5}\right)} \\ &= \frac{10\sqrt{5}}{5} + \frac{3\left(3+\sqrt{5}\right)\left(2+\sqrt{5}\right)}{4-5} \\ &= 2\sqrt{5} - 3\left(6+5\sqrt{5}+5\right) \\ &= -33 - 13\sqrt{5}\end{aligned}$$