

1. 다음 중 x 에 관한 이차방정식인 것은?

① $2x - 1 = 0$

② $(x - 2)^2 = (x - 3)^2$

③ $x^2 + x = x^2 - 1$

④ $3x = x^2 + x - 1$

⑤ $2x^2 + x - 1 = x(2x - 1)$

해설

이차방정식은 $ax^2 + bx + c = 0(a \neq 0)$ 꼴이어야 한다.

① $2x - 1 = 0$: 일차방정식

② $2x - 5 = 0$: 일차방정식

③ $x + 1 = 0$: 일차방정식

⑤ $2x - 1 = 0$: 일차방정식

2. 두 근이 2, -5 이고 x^2 의 계수가 1 인 이차방정식의 상수항은?

- ① 10 ② -10 ③ 3 ④ -3 ⑤ -5

해설

$$(x-2)(x+5)=0$$

$$x^2+3x-10=0$$

3. 이차방정식 $x^2 - 3x - 1 = 0$ 의 두 근 사이에 있는 정수의 개수는?

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{9+4}}{2} = \frac{3 \pm \sqrt{13}}{2}$$

$$\frac{3 + \sqrt{13}}{2} = 3. \times \times \times$$

$$\frac{3 - \sqrt{13}}{2} = -0. \times \times \times$$

따라서 정수의 개수는 0, 1, 2, 3 의 4 개이다.

4. 이차방정식 $\left(\frac{1}{2}x+1\right)\left(x-\frac{1}{3}\right)=1$ 의 두 근의 합은?

- ① $-\frac{5}{3}$ ② -2 ③ $-\frac{7}{3}$ ④ $-\frac{8}{3}$ ⑤ -3

해설

$$\frac{1}{2}x^2 + \frac{5}{6}x - \frac{1}{3} - 1 = 0$$

양변에 6을 곱하면 $3x^2 + 5x - 8 = 0$ 이다.

$$(3x+8)(x-1) = 0$$

$$\therefore x=1 \text{ 또는 } x=-\frac{8}{3}$$

따라서 두 근의 합은 $-\frac{5}{3}$ 이다.

5. 다음 중 $x^2 - 6x + 2a + 4 = 0$ 이 해를 갖기 위한 a 의 값으로 적당하지 않은 것은?

① -3 ② $-\frac{1}{2}$ ③ 0 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

해설

$$D = (-6)^2 - 4(2a + 4) \geq 0$$

$$9 - 2a - 4 \geq 0, 2a \leq 5$$

$$\therefore a \leq \frac{5}{2}$$

6. 이차방정식 $mx^2 + (2m + 3)x + m + 7 = 0$ 의 근이 없을 때, 상수 m 의 값의 범위는?

① $m > \frac{9}{16}$

② $m \geq \frac{9}{16}$

③ $m = \frac{9}{16}$

④ $m \leq \frac{9}{16}$

⑤ $m < \frac{9}{16}$

해설

$$D = (2m + 3)^2 - 4m(m + 7) < 0$$

$$4m^2 + 12m + 9 - 4m^2 - 28m = -16m + 9 < 0$$

$$\therefore m > \frac{9}{16}$$

7. 이차방정식 $x^2 + (x+2)^2 = 7x + 3$ 의 두 근이 $a, b(a > b)$ 일 때,
이차방정식 $x^2 - 2bx - 2a = 0$ 의 두 근의 곱은?

① 0 ② 1 ③ -1 ④ 2 ⑤ -2

해설

전개하여 정리하면

$$2x^2 - 3x + 1 = 0$$

$$(x-1)(2x-1) = 0$$

$$\therefore x = 1 \text{ 또는 } \frac{1}{2}$$

두근이 $a, b(a > b)$ 이므로

$$a = 1, b = \frac{1}{2}$$

$x^2 - 2bx - 2a = 0$ 에 대입하면

$$x^2 - x - 2 = 0$$

$$(x+1)(x-2) = 0$$

$$\therefore x = -1 \text{ 또는 } x = 2$$

따라서 두 근의 곱은 -2 이다.

8. 다음 중 이차방정식과 해가 잘못 짝지어진 것은?

- ① $(x+1)^2 = 5 \rightarrow x = -1 \pm \sqrt{5}$
② $3x^2 - 6x - 5 = 0 \rightarrow x = 1 \pm \frac{\sqrt{6}}{2}$
③ $\frac{1}{2}x^2 - 3 = 0 \rightarrow x = \pm\sqrt{6}$
④ $\frac{1}{2}x^2 - x - 1 = 0 \rightarrow x = 1 \pm \sqrt{3}$
⑤ $2(x-5)^2 - 1 = 0 \rightarrow x = 5 \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$

해설

$$\textcircled{2} \quad 3x^2 - 6x - 5 = 0, 3(x^2 - 2x) = 5$$

$$3(x^2 - 2x + 1) = 5 + 3$$

$$3(x-1)^2 = 8$$

$$\therefore x = 1 \pm \frac{2\sqrt{6}}{3}$$

9. 다음은 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 을 푸는 과정이다. ① ~ ⑤에 들어갈 식이 바르지 못한 것은?

$$\begin{aligned} ax^2 + bx + c &= 0 \\ x^2 + \frac{b}{a}x &= -\frac{c}{a} \\ x^2 + \frac{b}{a}x + \textcircled{1} &= -\frac{c}{a} + \textcircled{1} \\ (x + \textcircled{2})^2 &= \textcircled{3} \\ x &= \textcircled{4} \pm \textcircled{5} \end{aligned}$$

- ① $\frac{b^2}{4a^2}$
- ② $\frac{b}{2a}$
- ③ $\frac{b^2 - 4ac}{2a}$
- ④ $-\frac{b}{2a}$
- ⑤ $\frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

해설

$$\begin{aligned} ax^2 + bx + c &= 0 \leftarrow \text{양변을 } a \text{ 로 나눈다.} \\ x^2 + \frac{b}{a}x &= -\frac{c}{a} \leftarrow \text{양변에 } \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2}{4a^2} \text{ 을 더한다.} \\ x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} &= -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{4a^2} \\ \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 &= \frac{b^2 - 4ac}{4a^2} \leftrightarrow x + \frac{b}{2a} = \pm \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}} \\ x &= -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \\ \therefore \textcircled{3} \text{ 이 잘못되었다.} \end{aligned}$$

10. 이차방정식 $x^2 - x - 3 = 0$ 의 두 근을 a, b 라 하고 $3x^2 + 4x + 1 = 0$ 의 두 근을 c, d 라 할 때, $a + b + c + d$ 의 값은?

- ① 1 ② $-\frac{1}{2}$ ③ 3 ④ $-\frac{1}{3}$ ⑤ 0

해설

$x^2 - x - 3 = 0$ 의 두 근을 구하면

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{13}}{2} \text{ 이고,}$$

$3x^2 + 4x + 1 = 0$ 의 두 근을 구하면

$$x = \frac{-4 \pm 2}{6} \text{ 이므로}$$

$$\therefore x = \frac{1 + \sqrt{13}}{2} + \frac{1 - \sqrt{13}}{2} - \frac{1}{3} - 1 = -\frac{1}{3}$$

11. x^2 의 계수가 1인 이차방정식을 A , B 두 사람이 푸는데, A 는 일차항의 계수를 잘못 보고 -3 또는 8 을 해로 얻었고, B 는 상수항을 잘못 보고 3 또는 -5 를 해로 얻었다. 이 때, 원래 주어진 이차방정식의 올바른 해는?

① $x = -2$ 또는 $x = 5$

② $x = -3$ 또는 $x = -5$

③ $x = -4$ 또는 $x = 6$

④ $x = 4$ 또는 $x = -6$

⑤ $x = 3$ 또는 $x = -8$

해설

구하는 이차방정식을 $x^2 + bx + c = 0$ 이라 하자.

A 는 일차항의 계수를 잘못 봤으므로

$$c = (-3) \times 8 = -24$$

B 는 상수항을 잘못 보았으므로

$$-b = 3 + (-5) = -2, b = 2$$

따라서 처음 식은 $x^2 + 2x - 24 = 0$, $(x - 4)(x + 6) = 0$

$$\therefore x = 4 \text{ 또는 } x = -6$$

12. $3\left(x + \frac{1}{3}\right)^2 - 2\left(x + \frac{1}{3}\right) - 1 = 0$ 의 두 근의 합은?

- ① 0 ② 1 ③ $\frac{1}{2}$ ④ $-\frac{5}{6}$ ⑤ $-\frac{1}{3}$

해설

$x + \frac{1}{3} = A$ 로 치환하면

$$3A^2 - 2A - 1 = (3A + 1)(A - 1) = 0$$

$$A = -\frac{1}{3} \text{ 또는 } A = 1$$

$$x = -\frac{2}{3} \text{ 또는 } x = \frac{2}{3}$$

따라서 두 근의 합은 $-\frac{2}{3} + \frac{2}{3} = 0$ 이다.

13. 이차방정식 $x^2 + 2x + A = 0$ 의 근이 $x = 2$ 또는 $x = -4$ 일 때, A 의 값을 구하여라.

① -8 ② -6 ③ -2 ④ 6 ⑤ 8

해설

$$\begin{aligned}(x - 2)(x + 4) &= 0 \\ x^2 + 2x - 8 &= 0, A = -8\end{aligned}$$

14. $x(x-3) = 0$ 을 $(ax+b)^2 = q$ 의 꼴로 바꾸었을 때, abq 의 값을 구하면?

- ① $\frac{27}{8}$ ② $-\frac{27}{8}$ ③ $\frac{-25}{8}$ ④ $\frac{25}{8}$ ⑤ $\frac{23}{8}$

해설

$$\begin{aligned}x(x-3) &= 0 \\x^2 - 3x &= 0 \\x^2 - 3x + \frac{9}{4} &= \frac{9}{4} \\ \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 &= \frac{9}{4} \\a = 1, b = -\frac{3}{2}, q &= \frac{9}{4} \\\therefore abq &= -\frac{27}{8}\end{aligned}$$

15. 이차방정식 $x^2 + ax + 9b = 0$ 이 중근을 가질 때, a 의 값이 최대가 되도록 b 의 값을 정하려고 한다. 이 때, a 의 값은? (단, a, b 는 두 자리의 자연수)

① 18

② 27

③ 36

④ 45

⑤ 54

해설

$x^2 + ax + 9b = 0$ 이 중근을 가지려면

$$D = 0, \quad a^2 - 4 \times 9b = 0$$

$$\therefore a^2 = 36b = 6^2b$$

따라서 b 는 제곱수이어야 하고, b 가 최대일 때 a 가 최대가 된다.

두 자리의 자연수 중 가장 큰 제곱수는 81 이므로 $b = 81$ 이다.

$$\therefore a^2 = 6^2 \times 81 = (6 \times 9)^2 = 54^2$$

$$\therefore a = 54 \quad (\because a \text{ 는 자연수})$$