

1. 다음 중  $x$  에 관한 이차방정식인 것은?

①  $2x - 1 = 0$

②  $(x - 2)^2 = (x - 3)^2$

③  $x^2 + x = x^2 - 1$

④  $3x = x^2 + x - 1$

⑤  $2x^2 + x - 1 = x(2x - 1)$

해설

이차방정식은  $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$  꼴이어야 한다.

①  $2x - 1 = 0$  : 일차방정식

②  $2x - 5 = 0$  : 일차방정식

③  $x + 1 = 0$  : 일차방정식

⑤  $2x - 1 = 0$  : 일차방정식

2. 두 근이 2, -5 이고  $x^2$  의 계수가 1 인 이차방정식의 상수항은?

① 10

② -10

③ 3

④ -3

⑤ -5

해설

$$(x - 2)(x + 5) = 0$$

$$x^2 + 3x - 10 = 0$$

3. 이차방정식  $x^2 - 3x - 1 = 0$  의 두 근 사이에 있는 정수의 개수는?

① 1개

② 2개

③ 3개

④ 4개

⑤ 5개

해설

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{9+4}}{2} = \frac{3 \pm \sqrt{13}}{2}$$

$$\frac{3 + \sqrt{13}}{2} = 3. \times \times \times$$

$$\frac{3 - \sqrt{13}}{2} = -0. \times \times \times$$

따라서 정수의 개수는 0, 1, 2, 3 의 4개이다.

4. 이차방정식  $\left(\frac{1}{2}x + 1\right)\left(x - \frac{1}{3}\right) = 1$ 의 두 근의 합은?

①  $-\frac{5}{3}$

②  $-2$

③  $-\frac{7}{3}$

④  $-\frac{8}{3}$

⑤  $-3$

해설

$$\frac{1}{2}x^2 + \frac{5}{6}x - \frac{1}{3} - 1 = 0$$

양변에 6을 곱하면  $3x^2 + 5x - 8 = 0$ 이다.

$$(3x + 8)(x - 1) = 0$$

$$\therefore x = 1 \text{ 또는 } x = -\frac{8}{3}$$

따라서 두 근의 합은  $-\frac{5}{3}$ 이다.

5. 다음 중  $x^2 - 6x + 2a + 4 = 0$  이 해를 갖기 위한  $a$  의 값으로 적당하지 않은 것은?

- ①  $-3$       ②  $-\frac{1}{2}$       ③  $0$       ④  $\frac{5}{2}$       ⑤  $3$

해설

$$D = (-6)^2 - 4(2a + 4) \geq 0$$

$$9 - 2a - 4 \geq 0, 2a \leq 5$$

$$\therefore a \leq \frac{5}{2}$$

6. 이차방정식  $mx^2 + (2m + 3)x + m + 7 = 0$ 의 근이 없을 때, 상수  $m$ 의 값의 범위는?

①  $m > \frac{9}{16}$

②  $m \geq \frac{9}{16}$

③  $m = \frac{9}{16}$

④  $m \leq \frac{9}{16}$

⑤  $m < \frac{9}{16}$

해설

$$D = (2m + 3)^2 - 4m(m + 7) < 0$$

$$4m^2 + 12m + 9 - 4m^2 - 28m = -16m + 9 < 0$$

$$\therefore m > \frac{9}{16}$$

7. 이차방정식  $x^2 + (x+2)^2 = 7x + 3$  의 두 근이  $a, b(a > b)$  일 때,  
이차방정식  $x^2 - 2bx - 2a = 0$  의 두 근의 곱은?

① 0

② 1

③ -1

④ 2

⑤ -2

### 해설

전개하여 정리하면

$$2x^2 - 3x + 1 = 0$$

$$(x-1)(2x-1) = 0$$

$$\therefore x = 1 \text{ 또는 } \frac{1}{2}$$

두근이  $a, b(a > b)$  이므로

$$a = 1, b = \frac{1}{2}$$

$x^2 - 2bx - 2a = 0$  에 대입하면

$$x^2 - x - 2 = 0$$

$$(x+1)(x-2) = 0$$

$$\therefore x = -1 \text{ 또는 } x = 2$$

따라서 두 근의 곱은 -2 이다.

8. 다음 중 이차방정식과 해가 잘못 짝지어진 것은?

①  $(x+1)^2 = 5 \rightarrow x = -1 \pm \sqrt{5}$

②  $3x^2 - 6x - 5 = 0 \rightarrow x = 1 \pm \frac{\sqrt{6}}{2}$

③  $\frac{1}{2}x^2 - 3 = 0 \rightarrow x = \pm \sqrt{6}$

④  $\frac{1}{2}x^2 - x - 1 = 0 \rightarrow x = 1 \pm \sqrt{3}$

⑤  $2(x-5)^2 - 1 = 0 \rightarrow x = 5 \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$

해설

$$\textcircled{2} \quad 3x^2 - 6x - 5 = 0, 3(x^2 - 2x) = 5$$

$$3(x^2 - 2x + 1) = 5 + 3$$

$$3(x-1)^2 = 8$$

$$\therefore x = 1 \pm \frac{2\sqrt{6}}{3}$$

9. 다음은 이차방정식  $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$  을 푸는 과정이다. ① ~ ⑤에 들어갈 식이 바르지 못한 것은?

$$\begin{aligned}
 ax^2 + bx + c &= 0 \\
 x^2 + \frac{b}{a}x &= -\frac{c}{a} \\
 x^2 + \frac{b}{a}x + \text{①} &= -\frac{c}{a} + \text{①} \\
 (x + \text{②})^2 &= \text{③} \\
 x &= \text{④} \pm \text{⑤}
 \end{aligned}$$

①  $\frac{b^2}{4a^2}$

②  $\frac{b}{2a}$

③  $\frac{b^2 - 4ac}{2a}$

④  $-\frac{b}{2a}$

⑤  $\frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

해설

$ax^2 + bx + c = 0 \leftarrow$  양변을  $a$  로 나눈다.

$x^2 + \frac{b}{a}x = -\frac{c}{a} \leftarrow$  양변에  $\left(\frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2}{4a^2}$  을 더한다.

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} = -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{4a^2}$$

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2} \leftrightarrow x + \frac{b}{2a} = \pm \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}}$$

$$x = -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$\therefore$  ③이 잘못되었다.

10. 이차방정식  $x^2 - x - 3 = 0$ 의 두 근을  $a, b$ 라 하고  $3x^2 + 4x + 1 = 0$ 의 두 근을  $c, d$ 라 할 때,  $a + b + c + d$ 의 값은?

- ① 1      ②  $-\frac{1}{2}$       ③ 3      ④  $-\frac{1}{3}$       ⑤ 0

해설

$x^2 - x - 3 = 0$ 의 두 근을 구하면

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{13}}{2} \text{ 이고,}$$

$3x^2 + 4x + 1 = 0$ 의 두 근을 구하면

$$x = \frac{-4 \pm 2}{6} \text{ 이므로}$$

$$\therefore x = \frac{1 + \sqrt{13}}{2} + \frac{1 - \sqrt{13}}{2} - \frac{1}{3} - 1 = -\frac{1}{3}$$

11.  $x^2$ 의 계수가 1인 이차방정식을 A, B 두 사람이 푸는데, A는 일차항의 계수를 잘못 보고  $-3$  또는  $8$ 을 해로 얻었고, B는 상수항을 잘못 보고  $3$  또는  $-5$ 를 해로 얻었다. 이 때, 원래 주어진 이차방정식의 올바른 해는?

①  $x = -2$  또는  $x = 5$

②  $x = -3$  또는  $x = -5$

③  $x = -4$  또는  $x = 6$

④  $x = 4$  또는  $x = -6$

⑤  $x = 3$  또는  $x = -8$

### 해설

구하는 이차방정식을  $x^2 + bx + c = 0$ 이라 하자.

A는 일차항의 계수를 잘못 봤으므로

$$c = (-3) \times 8 = -24$$

B는 상수항을 잘못 보았으므로

$$-b = 3 + (-5) = -2, b = 2$$

따라서 처음 식은  $x^2 + 2x - 24 = 0, (x - 4)(x + 6) = 0$

$$\therefore x = 4 \text{ 또는 } x = -6$$

12.  $3\left(x + \frac{1}{3}\right)^2 - 2\left(x + \frac{1}{3}\right) - 1 = 0$  의 두 근의 합은?

① 0

② 1

③  $\frac{1}{2}$

④  $-\frac{5}{6}$

⑤  $-\frac{1}{3}$

해설

$x + \frac{1}{3} = A$ 로 치환하면

$$3A^2 - 2A - 1 = (3A + 1)(A - 1) = 0$$

$$A = -\frac{1}{3} \text{ 또는 } A = 1$$

$$x = -\frac{2}{3} \text{ 또는 } x = \frac{2}{3}$$

따라서 두 근의 합은  $-\frac{2}{3} + \frac{2}{3} = 0$ 이다.

13. 이차방정식  $x^2 + 2x + A = 0$  의 근이  $x = 2$  또는  $x = -4$  일 때,  $A$  의 값을 구하여라.

① -8

② -6

③ -2

④ 6

⑤ 8

해설

$$(x - 2)(x + 4) = 0$$

$$x^2 + 2x - 8 = 0, A = -8$$

14.  $x(x - 3) = 0$  을  $(ax + b)^2 = q$  의 꼴로 바꾸었을 때,  $abq$  의 값을 구하면?

①  $\frac{27}{8}$

②  $-\frac{27}{8}$

③  $-\frac{25}{8}$

④  $\frac{25}{8}$

⑤  $\frac{23}{8}$

해설

$$x(x - 3) = 0$$

$$x^2 - 3x = 0$$

$$x^2 - 3x + \frac{9}{4} = \frac{9}{4}$$

$$\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}$$

$$a = 1, b = -\frac{3}{2}, q = \frac{9}{4}$$

$$\therefore abq = -\frac{27}{8}$$

15. 이차방정식  $x^2 + ax + 9b = 0$  이 중근을 가질 때,  $a$  의 값이 최대가 되도록  $b$  의 값을 정하려고 한다. 이 때,  $a$  의 값은? (단,  $a, b$  는 두 자리의 자연수)

① 18

② 27

③ 36

④ 45

⑤ 54

해설

$x^2 + ax + 9b = 0$  이 중근을 가지려면

$$D = 0, \quad a^2 - 4 \times 9b = 0$$

$$\therefore a^2 = 36b = 6^2b$$

따라서  $b$  는 제곱수이어야 하고,  $b$  가 최대일 때  $a$  가 최대가 된다.

두 자리의 자연수 중 가장 큰 제곱수는 81 이므로  $b = 81$  이다.

$$\therefore a^2 = 6^2 \times 81 = (6 \times 9)^2 = 54^2$$

$$\therefore a = 54 \quad (\because a \text{ 는 자연수})$$