

2. 두 분수 $\frac{1}{12}$ 과 $\frac{1}{15}$ 의 어느 것에 곱해도 자연수가 되는 가장 작은 수는?

- ① 40 ② 50 ③ 60 ④ 70 ⑤ 80

해설

두 분수에 곱하여 자연수가 되게 하는 n 은 12와 15의 공배수이다.
공배수 중 가장 작은 수는 두 수의 최소공배수이다.
 n 의 값 중 가장 작은 수는 60이다.

3. $\frac{n}{18}, \frac{n}{24}$ 을 자연수가 되게 하는 n 의 값 중 가장 작은 자연수를 구하는 과정이다.
다음 안에 알맞은 것을 써넣어라.
- ㉠ 두 분수가 자연수가 되려면 n 은 18 과 24 의 이어야 한다.
 - ㉡ 공배수 중 가장 작은 수는 두 수의 이다.
 - ㉢ n 의 값 중 가장 작은 수는 이다.

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 공배수

▷ 정답: 최소공배수

▷ 정답: 72

해설

- ㉠ 두 분수가 자연수가 되려면, n 은 18과 24의 공배수이어야 한다.
- ㉡ 공배수 중 가장 작은 수는 두 수의 최소공배수이다.
- ㉢ n 의 값 중 가장 작은 수는 72이다.

4. $\frac{n}{20}, \frac{n}{30}$ 을 자연수가 되게 하는 n 의 값 중 가장 작은 수는?

- ① 10 ② 30 ③ 40 ④ 50 ⑤ 60

해설

두 분수가 자연수가 되려면, n 은 20과 30의 공배수이어야 한다.
공배수 중 가장 작은 수는 두 수의 최소공배수이다.
 n 의 값 중 가장 작은 수는 60이다.

5. 두 분수 $\frac{1}{24}$, $\frac{1}{36}$ 중 어느 것을 곱해도 자연수가 되는 가장 작은 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 72

해설

구하는 수는 24 와 36 의 최소공배수이므로 72 이다.

6. 두 자연수 3, 4 중 어느 수로 나누어도 나머지가 1 인 가장 작은 자연 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

3, 4 의 최소공배수는 12 이므로 구하는 자연수는 $12 + 1 = 13$

8. 한 업체가 고객들에게 사과 56 개, 배 84 권, 귤 70 개를 모두 나누어주려고 한다. 각 고객들에게 똑같이 나누어주고자 할 때, 최대 몇 명의 사람들에게 나누어 줄 수 있는가?

① 15 명 ② 14 명 ③ 13 명 ④ 12 명 ⑤ 11 명

해설

$$56 = 2^3 \times 7, 84 = 2^2 \times 3 \times 7, 70 = 2 \times 5 \times 7$$

$$56, 84, 70 \text{의 최대공약수는 } 2 \times 7 = 14$$

9. 두 수 $4 \times x$, $5 \times x$ 의 최소공배수가 80 일 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$4 \times x$, $5 \times x$ 의 최소공배수는 $2^2 \times 5 \times x = 80$
따라서 $x = 4$ 이다.

10. 두 수 $2 \times x$, $7 \times x$ 의 최소공배수가 42 일 때, x 의 값은?

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$2 \times x$, $7 \times x$ 의 최소공배수는 $2 \times 7 \times x = 42$ 이다.
따라서 $x = 3$ 이다.

11. 두 자연수 $6 \times x$, $10 \times x$ 의 최소공배수가 90 일 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$6 \times x = 2 \times 3 \times x$, $10 \times x = 2 \times 5 \times x$ 의 최소공배수는 $2 \times 3 \times 5 \times x = 90$ 따라서 $x = 3$ 이다.

13. 안에 알맞은 수를 차례로 나열한 것은?

$$18 \text{의 소인수분해} : \boxed{2} \times \boxed{3} \times \square$$

$$24 \text{의 소인수분해} : \boxed{2} \times \square \times \boxed{2} \times \boxed{3}$$

$$\text{최대공약수} : \boxed{2} \times \square$$

- ① 2, 1, 2 ② 2, 3, 3 ③ 3, 1, 2 ④ 3, 2, 2 ⑤ 3, 2, 3

해설

$$18 \text{의 소인수분해} : 2 \times 3 \times 3$$

$$24 \text{의 소인수분해} : 2 \times 2 \times 2 \times 3$$

$$\text{최대공약수} : 2 \times 3$$

14. $2^2 \times \square$ 는 약수의 개수가 12 개인 자연수이다. 다음 중 \square 안에 알맞은 수 중 가장 작은 자연수는?

- ① 4 ② 8 ③ 15 ④ 30 ⑤ 32

해설

$12 = (2+1) \times (1+1) \times (1+1)$ 이므로

$\square = a \times b$ (a, b 는 소수),

$a \neq 2, b \neq 2$ 이므로 가장 작은 소수는 3×5 ,

$\therefore \square = 15$

15. $\square \times 3^3$ 은 약수의 개수가 8 개인 자연수이다. 다음 중 \square 안에 알맞은 수 중 가장 작은 것을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$8 = (3+1) \times (1+1)$ 이므로

$\square = a$ (a 는 소수),

가장 작은 소수는 2,

$\therefore \square = 2$

16. $2^4 \times \square$ 의 약수의 개수가 15 개일 때, \square 안에 들어갈 수 있는 가장 작은 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$$15 = 5 \times 3 = (4 + 1) \times (2 + 1)$$

\square 에 알맞은 가장 작은 자연수는 $3^2 = 9$

$\therefore 9$

17. $5^6 \times \square$ 의 약수의 개수가 21 개일 때, \square 안에 들어갈 수 있는 자연수 중 가장 작은 것은?

- ① 1 ② 4 ③ 9 ④ 16 ⑤ 25

해설

$$21 = 7 \times 3 = (6 + 1) \times (2 + 1)$$

\square 에 알맞은 가장 작은 자연수는 $2^2 = 4$

$\therefore 4$

18. 서로 맞물려 도는 두 톱니바퀴 A, B 가 있다. A 의 톱니바퀴의 수는 36 개, B 의 톱니의 수는 48 개일 때, 두 톱니바퀴가 같은 톱니에서 처음으로 다시 맞물리는 것은 A 가 몇 바퀴 돈 후인가?

- ① 4 바퀴 ② 5 바퀴 ③ 6 바퀴
④ 7 바퀴 ⑤ 8 바퀴

해설

$36 = 2^2 \times 3^2$, $48 = 2^4 \times 3$ 의
최소공배수는 $2^4 \times 3^2 = 144$ 이다.
 \therefore A 가 돈 회수는 $\frac{144}{36} = 4$ (바퀴) 이다.

19. 두 자연수 $2^a \times 3$ 과 $2^3 \times 3^b \times 5$ 의 최소공배수가 $2^4 \times 3^2 \times 5$ 일 때, $a+b$ 의 값은?

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

최소공배수가 $2^4 \times 3^2 \times 5$ 이므로, $a = 4$, $b = 2$ 이다.
 $\therefore a + b = 4 + 2 = 6$

20. 두 수 $2^2 \times 3 \times 5$ 와 $2^a \times 3^b \times c$ 의 최소공배수가 $2^3 \times 3^3 \times 5 \times 7$ 일 때, $a + b + c$ 의 값을 구하면?

- ① 13 ② 12 ③ 10 ④ 8 ⑤ 7

해설

최소공배수가 $2^3 \times 3^3 \times 5 \times 7$ 이므로
 $2^a = 2^3$, $3^b = 3^3$, $c = 7$ 이다.
 $\therefore a = 3$, $b = 3$, $c = 7$ 에서 $a + b + c = 13$

21. $3^x \times 5^2 \times 20$ 의 약수의 개수가 72 일 때, x 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$3^x \times 5^2 \times 20 = 2^2 \times 3^x \times 5^3$ 이므로
약수의 개수는
 $(2+1) \times (x+1) \times (3+1) = 72$ (개)
 $\therefore x = 5$

22. 자연수 $A = 2^2 \times 3^n$ 의 약수의 개수가 24 일 때, n 의 값을 구하면?

- ① 2 ② 5 ③ 7 ④ 8 ⑤ 12

해설

$$(2+1)(n+1) = 24$$

$$n+1 = 8$$

$$\therefore n = 7$$

23. 자연수 $2^3 \times 3^a$ 의 약수의 개수가 12 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$(3+1)(a+1) = 12$$

$$a+1 = 3$$

$$\therefore a = 2$$

24. 자연수 $3^a \times 5^4 \times 7^5$ 의 약수의 개수가 120 이다. 이때, a 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$(a+1)(4+1)(5+1) = 120$$

$$a+1 = 4$$

$$\therefore a = 3$$

26. $48 \times x = y^2$ 을 만족하는 가장 작은 자연수 x, y 에 대하여 $\frac{x}{y}$ 의 값은?

- ① 3 ② 4 ③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{1}{4}$

해설

$$2^4 \times 3 \times x = y^2$$

가장 작은 $x = 3$,

$$2^4 \times 3 \times 3 = 2^4 \times 3^2 = y^2$$

$$y = 2^2 \times 3 = 12$$

$$\frac{x}{y} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

27. 135 에 가장 작은 수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 어떤 수를 곱하면 되는가?

- ① 6 ② 10 ③ 12 ④ 15 ⑤ 18

해설

$$135 = 3^3 \times 5$$

곱해야 할 가장 작은 자연수는 $3 \times 5 = 15$

28. 자연수 a, b 에 대하여 $2^2 \times 5 \times a = b^2$ 을 만족하는 b 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$2^2 \times 5 \times a = b^2$ 을 만족하려면 $2^2 \times 5 \times a$ 를 소인수분해했을 때 각 소인수의 지수가 짝수여야 한다. 따라서 만족하는 자연수 b 의 최솟값은 $a = 5$ 일 때 $2 \times 5 = 10$ 이다.

29. $96 \times m = n^2$ 을 만족하는 가장 작은 자연수 m, n 에 대하여 $m+n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

$$\begin{aligned} 96 &= 2^5 \times 3 \text{ 이므로 } m = 2 \times 3 \\ 2^5 \times 3 \times (2 \times 3) &= 2^6 \times 3^2, n = 2^3 \times 3 = 24 \\ m &= 6, n = 24 \\ \therefore m + n &= 30 \end{aligned}$$

30. $\frac{360}{n}$ 이 어떤 자연수의 제곱이 되게 하는 자연수 n 은 모두 몇 개인가?

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

$$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5,$$

$\frac{360}{n}$ 이 어떤 자연수의 제곱이 되기 위해서

$n = 2 \times 5, n = 2 \times 3^2 \times 5, 2^3 \times 5, 2^3 \times 3^2 \times 5$ 의 4 개이다.

31. 600 을 자연수 x 로 나누어 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 나누어야 할 가장 작은 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

600 을 소인수분해하면 다음과 같다.

$$\begin{array}{r} 2)600 \\ 2)300 \\ 2)150 \\ 3)75 \\ 5)25 \\ 5 \end{array}$$

$600 = 2^3 \times 3 \times 5^2$ 이므로 $\frac{2^3 \times 3 \times 5^2}{x}$ 가 어떤 자연수의 제곱이 되기 위한 x 의 값 중에서 가장 작은 자연수는 $2 \times 3 = 6$ 이다.

32. $600 = a^x \times b^y \times c^z$ 로 소인수분해될 때, $(a+b+c) \times (x+y+z)$ 의 값은? (단, $a < b < c$)

- ① 12 ② 24 ③ 36 ④ 48 ⑤ 60

해설

$600 = 2^3 \times 3 \times 5^2 = a^x \times b^y \times c^z$ 이므로

$a = 2, b = 3, c = 5, x = 3, y = 1, z = 2$

$\therefore (a+b+c) \times (x+y+z) = (2+3+5) \times (3+1+2) = 10 \times 6 = 60$

33. 140 을 소인수분해하면 $2^a \times 5^b \times 7^c$ 일 때, 세 수 a, b, c 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 2$

▷ 정답 : $b = 1$

▷ 정답 : $c = 1$

해설

140 을 소인수분해하면 $140 = 2^2 \times 5 \times 7$

34. 다음 중 소인수분해한 것으로 옳은 것은?

① $28 = 2^2 \times 7^2$

② $140 = 2^2 \times 3^2 \times 5$

③ $80 = 2^3 \times 10$

④ $63 = 3^2 \times 7$

⑤ $200 = 4 \times 10^2$

해설

① $2^2 \times 7$

② $2^2 \times 5 \times 7$

③ $2^4 \times 5$

⑤ $2^3 \times 5^2$

35. n 이 자연수일 때, $\frac{18}{n}$ 도 자연수가 된다. 이러한 n 의 값의 합은?

- ① 20 ② 21 ③ 33 ④ 39 ⑤ 49

해설

18의 약수는 1, 2, 3, 6, 9, 18이다.
따라서 n 의 값의 합은 $1+2+3+6+9+18=39$

36. $\frac{18}{n}$ 과 $\frac{24}{n}$ 를 자연수로 만드는 n 중에서 가장 큰 수는?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 6 ⑤ 9

해설

$\frac{18}{n}$, $\frac{24}{n}$ 를 자연수로 만드는 n 중에서 가장 큰 수는 18과 24의 최대공약수인 6 이다.

37. 다음 중 두 수 $2^2 \times 3$, $2^3 \times 3 \times 5^2$ 의 최대공약수와 최소공배수를 차례로
바르게 나타낸 것은?

① 2×3 , $2^3 \times 3 \times 5^2$

② $2^2 \times 3$, $2^3 \times 3 \times 5^2$

③ $2^3 \times 3$, $2^3 \times 3^2 \times 5^2$

④ $2^2 \times 3$, $2^3 \times 3^2 \times 5^2$

⑤ 2×3 , $2 \times 3 \times 5$

해설

최대공약수는 공통인 소인수 중 지수가 같거나 작은 쪽을 택한다.
따라서 최대공약수는 $2^2 \times 3$ 이다.
최소공배수는 공통인 소인수 중 지수가 같거나 큰 쪽을 택하고,
공통이 아닌 소인수는 모두 택하여 곱한다. 따라서 최소공배수는
 $2^3 \times 3 \times 5^2$ 이다.

38. 두 수 $A = 2^a \times 3^2 \times 5$, $B = 2^4 \times 3^b$ 의 최대공약수는 $2^2 \times 3^2$ 이고
최소공배수는 $2^4 \times 3^3 \times 5$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$$A = 2^a \times 3^2 \times 5, B = 2^4 \times 3^b$$

$$\text{최대공약수: } 2^2 \times 3^2$$

$$\text{최소공배수: } 2^4 \times 3^3 \times 5$$

$$a = 2, b = 3$$

$$a + b = 2 + 3 = 5$$

39. 두 수 $2 \times a \times 7^2$ 과 $b \times 5 \times 7 \times 13$ 의 최대공약수가 $2 \times 5 \times 7$ 이고, 최소공배수가 $2^3 \times 5 \times 7^2 \times 13$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

- ① 7 ② 8 ③ 9 ④ 13 ⑤ 14

해설

최대공약수가 $2 \times 5 \times 7$ 이므로 $a = 5$,
최소공배수가 $2^3 \times 5 \times 7^2 \times 13$ 이므로 $b = 2^3 = 8$
따라서 $a + b = 13$ 이다.

40. 가로 길이가 16cm, 세로 길이가 12cm, 높이가 24cm 인 직육면체 모양의 벽돌이 있다. 이것을 같은 방향으로 놓이도록 쌓아서 정육면체를 만들 때, 이러한 정육면체 중 가장 작은 것의 한 모서리의 길이는?

- ① 36cm ② 48cm ③ 72cm
④ 96cm ⑤ 144cm

해설

가장 작은 정육면체의 한 모서리의 길이는 16, 12, 24의 최소공배수이므로 48cm 이다.

41. 두 수 $2^4 \times 5^4$, $2^3 \times 5^m \times 7$ 의 최대공약수가 $2^3 \times 5^3$ 일 때, m 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

최대공약수가 $2^3 \times 5^3$ 이고
 $2^4 \times 5^4$ 에서 5 의 지수가 4 이므로
 $2^3 \times 5^m \times 7$ 에서 5 의 지수가 3 이어야 한다.
따라서 $m = 3$

42. 다음 중 소수인 것은 모두 몇 개인가?

13 32 57 83 97 171

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

소수인 것은 13, 83, 97 이다. 따라서 3 개이다.

43. 다음 중 소수는 모두 몇 개인가?

1, 19, 29, 39, 49, 51, 59, 89

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

1 의 약수 : 1

39 의 약수 : 1, 3, 13, 39

49 의 약수 : 1, 7, 49

51 의 약수 : 1, 3, 17, 51

따라서 소수는 19, 29, 59, 89 의 4개이다.

44. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $3^3 = 27$

② $2 \times 2 \times 2 = 2^3 = 8$

③ $3 \times 3 \times 5 \times 5 = 3^2 \times 5^2 = 9 \times 25 = 225$

④ $\frac{1}{2 \times 2 \times 2 \times 2} = \frac{1}{2^4} = \frac{1}{16}$

⑤ $\frac{1}{2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5} = \frac{1}{2 \times 3^2 \times 5^2} = \frac{1}{540}$

해설

⑤ $\frac{1}{2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5} = \frac{1}{2 \times 3^2 \times 5^2} = \frac{1}{450}$

45. $2^2 \times 3^3 \times 5$ 와 $2^2 \times 3 \times 5^2 \times 7$ 의 최대공약수와 최소공배수를 바르게 나타낸 것을 골라라.

① 최대공약수 : $2^2 \times 3^2$, 최소공배수 : $2^2 \times 3^3 \times 5 \times 7$

② 최대공약수 : $2^2 \times 3^2$, 최소공배수 : $2^3 \times 3^3 \times 5 \times 7$

③ 최대공약수 : $2^2 \times 3 \times 5$, 최소공배수 : $2^2 \times 3^3 \times 5^2 \times 7$

④ 최대공약수 : $2^2 \times 3$, 최소공배수 : $2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7$

⑤ 최대공약수 : $2^2 \times 3^3 \times 5$, 최소공배수 : $2^3 \times 3^3 \times 5 \times 7$

해설

$$\begin{array}{r} 2^2 \times 3^3 \times 5 \\ 2^2 \times 3 \times 5^2 \times 7 \\ \hline \text{최대공약수 : } 2^2 \times 3 \times 5 \\ \text{최소공배수 : } 2^2 \times 3^3 \times 5^2 \times 7 \end{array}$$