

1. 평행이동 $(x,y) \rightarrow (x+1,y-1)$ 에 의하여 원점으로 옮겨지는 점은?

- ① $(-1,1)$ ② $(0,0)$ ③ $(1,-1)$
④ $(1,1)$ ⑤ $(-1,-1)$

해설

(a,b) 라 하면
 $(a+1,b-1) = (0,0)$
 $\therefore (a,b) = (-1,1)$

2. 다음 중 직선 $x + 2y - 1 = 0$ 을 x 축의 방향으로 3, y 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동시킨 직선 위에 있는 점은?

① $(1, 2)$

② $(2, 1)$

③ $(3, 0)$

④ $(4, -1)$

⑤ $(5, -2)$

해설

$x + 2y - 1 = 0$ 에 x 대신 $x - 3$,

y 대신 $y + 1$ 을 대입하면

$$(x - 3) + 2(y + 1) - 1 = 0$$

$$\therefore x + 2y - 2 = 0$$

따라서 직선 $x + 2y - 2 = 0$ 위에

있는 점은 $(4, -1)$ 이다.

3. 직선 $2x - y + 1 = 0$ 을 x 축의 방향으로 3 만큼, y 축의 방향으로 a 만큼 평행 이동한 식이 $2x - y - 4 = 0$ 이다. 이 때, a 의 값을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} 2(x-3) - (y-a) + 1 &= 0 \\ 2x - y - 5 + a &= 0 \\ \therefore a &= 1 \end{aligned}$$

4. 점 $A(-1, 2)$ 을 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동한 점을 B라 할 때, B의 좌표를 구하면?

① $B(1, 2)$

② $B(1, -2)$

③ $B(-1, -2)$

④ $B(2, -1)$

⑤ $B(-2, 1)$

해설

$y = x$ 대칭은 x 좌표를 y 좌표로,
 y 좌표를 x 좌표로 바꾸면 된다.

5. 점 $(-2, 5)$ 를 원점에 대하여 대칭이동한 후, 다시 x 축의 방향으로 3 만큼, y 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동하면 점 (a, b) 가 된다. 이 때, $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

점 $(-2, 5)$ 를 원점에 대하여
대칭이동한 점의 좌표는 $(2, -5)$ 이고,
이 점을 다시 x 축의 방향으로 3 만큼,
 y 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동하면
 $(2 + 3, -5 - 2) = (5, -7) = (a, b)$
따라서, $a = 5$, $b = -7$ 이므로
 $a - b = 12$

6. 평행이동 $f : (x, y) \rightarrow (x-1, y+3)$ 에 의하여 점 $(3, 1)$ 은 어떤 점으로 옮겨지는가?

㉠ $(2, 4)$

㉡ $(4, 2)$

㉢ $(2, -4)$

㉣ $(-2, 4)$

㉤ $(4, -2)$

해설

f 는 x 축의 방향으로 -1 , y 축의 방향으로 $+3$ 만큼 평행이동하는 변환이므로 $(3-1, 1+3) = (2, 4)$ 로 옮겨진다.

7. 좌표평면에서 원 $x^2 + y^2 + 4x - 6y + 8 = 0$ 을 평행이동하여 원 $x^2 + y^2 = c$ 를 얻었다. 이 때, 상수 c 의 값은?

① 3

② 5

③ 6

④ 9

⑤ 16

해설

$x^2 + y^2 + 4x - 6y + 8 = 0$ 을 변형하면

$(x + 2)^2 + (y - 3)^2 = 5$

이 원이 평행이동하여 $x^2 + y^2 = c$ 가 되려면 $c = 5$

8. 점 $(2, 3)$ 을 원점에 대하여 대칭이동한 점의 좌표는 점 $(2, 3)$ 을 x 축 방향으로 m 만큼, y 축 방향으로 n 만큼 평행이동한 점의 좌표와 같다. 이 때, $m + n$ 의 값을 구하면?

① -10 ② -11 ③ -12 ④ -13 ⑤ -14

해설

점 $(2, 3)$ 을 원점 대칭 이동시킨 점은 $(-2, -3)$
이 점은 x 축으로 -4 , y 축으로 -6 만큼 평행이동 시킨 것과 같다
 $\therefore m + n = -4 - 6 = -10$

9. 직선 $2x - y + 3 = 0$ 을 원점에 대하여 대칭이동시킨 직선의 방정식을 구하면?

- ① $2x + y + 3 = 0$ ② $2x - y - 3 = 0$ ③ $2x + y - 3 = 0$
④ $x - 2y - 3 = 0$ ⑤ $x - 2y + 3 = 0$

해설

원점대칭은 x, y 부호를 각각 반대로 해주면 된다.
따라서 $x \rightarrow -x, y \rightarrow -y$ 를 대입한다.

10. 직선 $y = -3x + 2$ 을 다음과 같이 대칭 이동 할 때, 옳은 것을 모두 고르면?

㉠ (x 축) : $y = 3x - 2$

㉡ (y 축) : $y = -3x - 2$

㉢ (원점) : $y = 3x + 2$

㉣ ($y = x$) : $y = -\frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$

㉤ ($y = -x$) : $y = \frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$

해설

㉠ x 축 : $y = -3x + 2 \rightarrow (-y) = -3x + 2$

$\rightarrow y = 3x - 2$ (O)

㉡ y 축 : $y = -3x + 2 \rightarrow y = -3(-x) + 2$

$\rightarrow y = 3x + 2$ (X)

㉢ 원점 : $y = -3x + 2 \rightarrow (-y) = -3(-x) + 2$

$\rightarrow y = -3x - 2$ (X)

㉣ $y = x$: $y = -3x + 2 \rightarrow x = -3y + 2$

$\rightarrow y = -\frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$ (O)

㉤ $y = -x$: $y = -3x + 2 \rightarrow (-x) = -3(-y) + 2$

$\rightarrow y = -\frac{1}{3}x - \frac{2}{3}$ (X)

11. 좌표평면 위의 점 $(-1, 3)$ 을 점 (a, b) 에 대하여 대칭이동 시킨 점이 $(3, 5)$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 1 ④ 3 ⑤ 5

해설

$(-1, 3), (3, 5)$ 의 중점이 (a, b) 이다.

$$\Rightarrow \left(\frac{-1+3}{2}, \frac{3+5}{2} \right) = (a, b)$$

$$\Rightarrow a + b = 5$$

12. 점 $(-1, -2)$ 를 x 축의 방향으로 6 만큼 평행이동한 다음 직선 $x = a$ 에 대하여 대칭이동하면 처음 위치로 돌아온다. 이 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

먼저 점 $(-1, -2)$ 를 x 축의 방향으로 6 만큼
평행이동한 점의 좌표는
 $(-1 + 6, -2)$, 즉 $(5, -2)$
점 $(5, -2)$ 를 다시 직선 $x = a$ 에 대하여
대칭이동한 점의 좌표는
 $(2a - 5, -2)$
이 때, 이것이 $(-1, -2)$ 와 같으므로 $2a - 5 = -1$
 $\therefore a = 2$

13. 점 P (2, 1) 을 x 축에 대하여 대칭이동한 점을 Q, 원점에 대하여 대칭이동한 점을 R 라 할 때, 세 점 P, Q, R 를 세 꼭짓점으로 하는 $\triangle PQR$ 의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

점 P (2, 1) 을 x 축에 대하여 대칭이동한

점 Q 는 Q (2, -1)

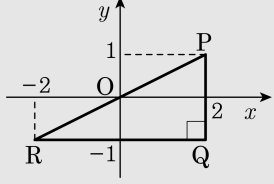
또, 점 P (2, 1) 을 원점에 대하여 대칭이동한 점 R 는 R (-2, -1)

따라서, 다음 그림에서 세 점

P (2, 1), Q (2, -1), R (-2, -1) 을

꼭짓점으로 하는 $\triangle PQR$ 의 넓이는

$$\frac{1}{2} \times 4 \times 2 = 4$$



14. 직선 $3x - 2y + 4 = 0$ 을 점 $(3, 1)$ 에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식이 $ax + by + 18 = 0$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하면?

① -3 ② -2 ③ -1 ④ 0 ⑤ 1

해설

직선 $3x - 2y + 4 = 0$ 을 주어진 조건대로 대칭이동하면

$$3(6 - x) - 2(2 - y) + 4 = 0$$

$$-3x + 2y + 18 = 0$$

따라서, $a = -3$, $b = 2$

$$\therefore a + b = -1$$

15. 포물선 $y = x^2 - 2x$ 를 $f : (x, y) \rightarrow (x-a, y-1)$ 에 의하여 평행이동한 곡선과 직선 $y = 2x$ 와의 두 교점이 원점에 대하여 대칭일 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$y = x^2 - 2x$ 를 주어진 조건에 의하여
평행이동하면 $(y+1) = (x+a)^2 - 2(x+a)$
 $y = x^2 + (2a-2)x + a^2 - 2a - 1$
이 곡선이 직선 $y = 2x$ 와 접하므로
 y 에 $2x$ 를 대입하여 정리하면
 $x^2 + (2a-4)x + a^2 - 2a - 1 = 0$ 이고
이 방정식의 두 근이 두 교점이 된다.
두 교점의 x 좌표를 x_1, x_2 라 하면
 $x_1 + x_2 = -(2a-4)$
 $\frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{-(2a-4)}{2} = 0$ 이므로 a 의 값은 2

16. 직선 $y = 2x + 2$ 를 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동한 직선을 l_1 ,
직선 l_1 을 x 축에 대하여 대칭이동한 직선을 l_2 라 할 때, 직선 l_2 의
방정식은?

- ① $x - 2y - 2 = 0$ ② $2x + y - 2 = 0$ ③ $x + 2y - 2 = 0$
④ $2x + y + 2 = 0$ ⑤ $x + 2y + 2 = 0$

해설

$y = 2x + 2$ 를 $y = x$ 에 대하여
대칭이동한 직선 l_1 은 $x = 2y + 2$,
 l_1 을 x 축에 대하여
대칭이동한 직선 l_2 는 $x = -2y + 2$ 이다.
따라서 직선 l_2 의 방정식은 $x + 2y - 2 = 0$

17. 점 $(2, 1)$ 을 직선 $y = \frac{1}{2}x + 1$ 에 대하여 대칭이동한 점을 (a, b) 라 할 때, $50ab$ 의 값을 구하면?

① 112 ② 128 ③ 144 ④ 156 ⑤ 160

해설

i) $(2, 1)$ 과 (a, b) 의 중점은 $y = \frac{1}{2}x + 1$ 위에 있다.

$$\Rightarrow \frac{1+b}{2} = \frac{1}{2} \left(\frac{a+2}{2} \right) + 1$$

$$\Rightarrow a - 2b + 4 = 0$$

i) $(2, 1)$ 과 (a, b) 를 잇는 선분의 기울기는 -2 이다

$$\Rightarrow \frac{b-1}{a-2} = -2$$

$$\Rightarrow 2a + b - 5 = 0$$

ii) 과 ii) 를 연립하면, $a = \frac{6}{5}$ $b = \frac{13}{5}$

$$\therefore 50ab = 156$$

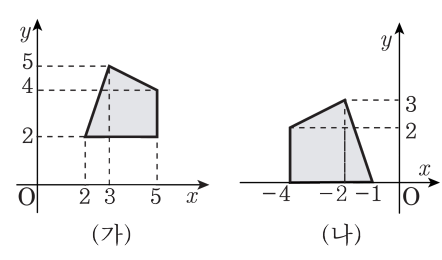
18. 원 $(x+2)^2 + (y-4)^2 = 1$ 를 직선 $y = mx + n$ 에 대하여 대칭이동하면 원 $x^2 + y^2 = r^2$ 이 된다. 이때, $m + n + r$ 의 값을 구하면? (단, $r > 0$)

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

해설

직선에 대한 대칭이동은 중점 조건과 수직 조건을 이용한다.
두 원 $(x+2)^2 + (y-4)^2 = 1$, $x^2 + y^2 = r^2$ 의 중심이 각각 $(-2, 4)$, $(0, 0)$ 이므로 두 점을 이은 선분의 중점 $(-1, 2)$ 가
직선 $y = mx + n$ 위의 점인 조건에서
 $2 = -m + n \cdots \cdots \textcircled{1}$
또, 두 점 $(-2, 4)$, $(0, 0)$ 을 지나는 직선과 직선 $y = mx + n$ 이 수직인 조건에서
 $\frac{-4}{2} \times m = -1$
 $\therefore m = \frac{1}{2}$
 $m = \frac{1}{2}$ 을 $\textcircled{1}$ 에 대입하면 $n = \frac{5}{2}$
 $\therefore y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$
원을 대칭이동할 때 원의 중심은 이동하지만
원의 반지름의 길이는 변하지 않으므로 $r = 1$
따라서 $m + n + r = \frac{1}{2} + \frac{5}{2} + 1 = 4$

19. 그림 (가)의 도형은 평행이동 및 대칭이동에 의해 그림 (나)로 이동한다. 그림 (가)의 도형의 방정식이 $f(x,y)=0$ 일 때, 그림 (나)의 도형의 방정식은?



- ① $f(x+1, y+2)=0$
- ② $f(x+1, y-2)=0$
- ③ $f(-x-1, y-2)=0$
- ④ $f(-x+1, y-2)=0$
- ⑤ $f(-x+1, y+2)=0$

해설

그림 (가)의 도형이 y 축에 대해 대칭되고
 x 축의 방향으로 1 만큼,
 y 축의 방향으로 -2 만큼 이동되었으므로
그림 (나)의 도형의 방정식은
 $f(-x+1, y+2)=0$ 이 된다.

20. 다음 중 원 $x^2 + y^2 - 4x + 2y + 3 = 0$ 을 평행이동하여 겹쳐질 수 있는 원의 방정식은?

- ① $x^2 + y^2 = 2$
- ② $x^2 + y^2 = 3$
- ③ $x^2 + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}$
- ④ $(x + 1)^2 + y^2 = 5$
- ⑤ $(x + 1)^2 + (y - 1)^2 = \frac{1}{2}$

해설

평행이동하여 겹쳐질 수 있으려면
반지름의 길이가 같아야 한다.
 $x^2 + y^2 - 4x + 2y + 3 = 0$ 에서 $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 2$
따라서 겹쳐질 수 있는 원의 방정식은
반지름의 길이가 $\sqrt{2}$ 인 ①이다.

21. 직선 $y = 3x$ 를 x 축의 방향으로 a 만큼 평행이동 한 직선이 원 $x^2 + y^2 = 9$ 에 접할 때, a^2 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

x 축 방향으로 a 만큼 평행 이동시킨 직선
: $y = 3(x - a) \Rightarrow 3x - y - 3a = 0$
원에 접하므로 중심과 직선 사이의 거리는 반지름의 길이와 같다.
 $\frac{|-3a|}{\sqrt{3^2 + 1^2}} = 3$
 $a = \pm \sqrt{10}$
 $\therefore a^2 = 10$

22. 점 (1, 4) 를 지나는 직선을 원점에 대하여 대칭이동한 직선이 점 (2, 5) 를 지날 때, 처음 직선의 기울기는?

① -2 ② -1 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

원점에 대하여 대칭이동한 직선이 점 (2, 5) 를 지나므로 처음 직선은 점 (-2, -5) 를 지난다.

따라서 처음 직선은 두 점 (1, 4), (-2, -5) 를

지나므로 구하는 기울기는 $\frac{4 - (-5)}{1 - (-2)} = 3$

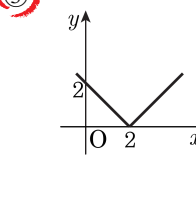
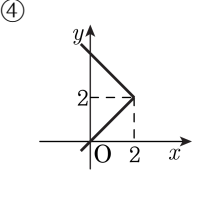
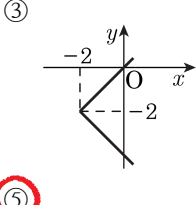
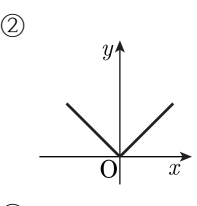
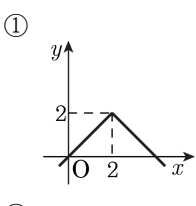
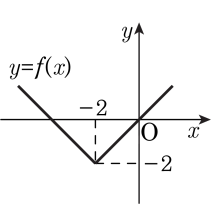
23. 원 $x^2 + y^2 - 8x + 4y = 0$ 을 직선 $y = ax + b$ 에 대하여 대칭 이동하면 원 $x^2 + y^2 = c$ 가 된다고 한다. 이 때, $a + b + c$ 의 값을 구하면?

- ① -15 ② -13 ③ 12 ④ 17 ⑤ 22

해설

$(x-2)^2 + (y+2)^2 = 20$
 $y = ax + b$ 와 $(4, 2)$ $(0, 0)$
선분은 서로 수직하므로
 $\frac{-2-0}{4-0} \times a = -1$
 $\therefore a = 2$
 $y = ax + b$ 는 $(4, -2)$ 와 $(0, 0)$ 의 중점을 지나므로
 $\left(\frac{4+0}{2}, \frac{-2+0}{2}\right) = (2, -1)$
 $-1 = 2a + b$
 $\therefore b = -5$ ($\because a = 2$)
원을 대칭해도 반지름은 변하지 않으므로
 $\therefore c = 20$
 $\therefore a + b + c = 2 - 5 + 20 = 17$

24. 다음 그림은 함수의 그래프이다. 다음 중 $y = f(-x) + 2$ 의 그래프를 나타낸 것은?



해설

$y = f(-x) + 2$ 의 그래프는 주어진 그래프를 y 축에 대칭시킨 후 y 축으로 2만큼 평행 이동 한 것이다.

25. 두 점 A (1,3), B (4,1) 과 x 축 위의 점 P 에 대하여 $\overline{AP} + \overline{BP}$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

점 A (1,3) 을 x 축에 대하여
대칭이동한 점을 A' 이라 하면
A' (1,-3)
이 때, 다음 그림에서
 $\overline{AP} = \overline{A'P}$
또, $\overline{AP} + \overline{BP} = \overline{A'P} + \overline{BP} \geq \overline{A'B}$ 이므로
 $\overline{AP} + \overline{BP}$ 의 최솟값은
 $\overline{A'B} = \sqrt{(4-1)^2 + \{1-(-3)\}^2} = 5$