

1. $(a+b)(p+q+r)(x+y)$ 를 전개하였을 때, 모든 항의 개수를 구하여라.

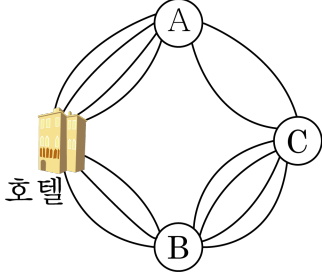
▶ 답 : 개

▷ 정답 : 12 개

해설

a, b 중 한 개를 택하는 방법 : 2 가지
 p, q, r 중 한 개를 택하는 방법 : 3 가지
 x, y 중 한 개를 택하는 방법 : 2 가지
전개했을 때 모든 항의 개수는
 $2 \times 3 \times 2 = 12$ (개)

2. 영우는 호텔에서 출발하여 3개의 관광지 A, B, C 를 관광한 뒤 다시 호텔로 돌아오려고 한다. 호텔과 관광지간의 도로가 오른쪽 그림과 같을 때 호텔을 출발하여 모든 관광지를 한 번씩만 거치고, 호텔로 다시 돌아오는 방법의 수는?

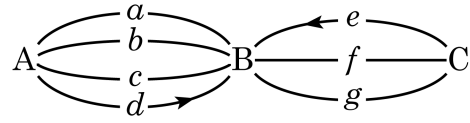


- ① 144 ② 152 ③ 176 ④ 184 ⑤ 192

해설

(호텔 $\rightarrow A \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow$ 호텔)로
가는 길의 가지수: $4 \times 2 \times 4 \times 3 = 96$
(호텔 $\rightarrow B \rightarrow C \rightarrow A \rightarrow$ 호텔)로
가는 길의 가지수: $3 \times 4 \times 2 \times 4 = 96$
 $\therefore 96 + 96 = 192$

3. 다음 그림과 같은 도로망에서 도로 d 와 e 는 화살표 방향으로 일방통행만 되고 그 외의 도로는 양쪽 방향으로 통행이 된다고 할 때, A 지점에서 출발하여 B 지점을 거쳐 C 지점까지 갔다가 다시 B 지점을 거쳐 A 지점까지 되돌아 오는 길의 가지수는?

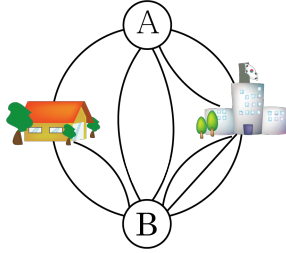


- ① 12 개 ② 36 개 ③ 64 개
④ 72 개 ⑤ 144 개

해설

$A \rightarrow B$, $B \rightarrow C$, $C \rightarrow B$, $B \rightarrow A$ 의 길의 가지수는 각각 4, 2, 3, 3
이므로 구하는 길의 가지수는 $4 \times 2 \times 3 \times 3 = 72$ (개)이다.

4. 집과 학교 사이에는 그림과 같이 길이 놓여 있을 때, 집에서 학교로 가는 방법의 수는? (단, 같은 지점을 두 번 지나지 않는다.)



- ① 22 ② 34 ③ 47 ④ 54 ⑤ 66

해설

- (1) 집 $\rightarrow A \rightarrow$ 학교 : $1 \times 2 = 2$
(2) 집 $\rightarrow B \rightarrow$ 학교 : $2 \times 3 = 6$
(3) 집 $\rightarrow A \rightarrow B \rightarrow$ 학교 : $1 \times 2 \times 3 = 6$
(4) 집 $\rightarrow B \rightarrow A \rightarrow$ 학교 : $2 \times 2 \times 2 = 8$
 $\therefore 2 + 6 + 6 + 8 = 22$

5. $\frac{{}_nP_3}{{}_{n+2}P_3} = \frac{5}{12}$ 일 때 n 값을 구하면?

① 6

② 7

③ 8

④ 9

⑤ 10

해설

$$\begin{aligned}\frac{{}_nP_3}{{}_{n+2}P_3} &= \frac{\frac{n!}{(n-3)!}}{\frac{(n+2)!}{(n+2-3)!}} \\ &= \frac{(n-2)(n-1)}{(n+1)(n+2)} = \frac{5}{12} \\ \frac{(n-2)(n-1)}{(n+1)(n+2)} &= \frac{5}{12} \text{ 을 풀면} \\ 7n^2 - 51n + 14 &= 0 \\ (7n-2)(n-7) &= 0 \\ \therefore n &= \frac{2}{7} \text{ 또는 } n = 7 \\ {}_nP_3 \text{ 에서 } n &\text{은 3 이상의 자연수이므로} \\ \therefore n &= 7\end{aligned}$$

6. n 권의 책이 있다. 이 n 권 중에서 5 권의 책을 뽑아 책꽂이에 일렬로 꽂는 방법의 수는? (단, $n \geq 5$)

① ${}_{n-1}P_5$ ② ${}_nP_4$ ③ ${}_nC_4$ ④ ${}_nP_5$ ⑤ ${}_nC_5$

해설

n 권에서 5 권을 뽑는 순열의 수이므로 ${}_nP_5$

7. 재현이네 학교에서 학생 회장 선거에 n 명의 후보가 출마했다. 이 중 회장, 부회장, 서기를 뽑는 방법의 수가 120가지였을 때, n 의 값은?

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

n 명의 후보 중 회장, 부회장 서기를 뽑는 방법의 수는 ${}_nP_3$

$${}_nP_3 = n(n-1)(n-2) = 120$$

$$120 = 6 \times 5 \times 4 \text{ 이므로 } n = 6$$

8. 남학생 4 명, 여학생 3 명이 한 줄로 서서 등산을 할 때, 특정인 2 명이 이웃하여 서는 방법은 몇 가지인가?

① 7!

② $7! \times 2!$

③ $6! \times 2!$

④ 6!

⑤ $5! \times 2!$

해설

특정인 2 명을 한 묶음으로 생각하여 6 명을 일렬로 세우는 방법의 수가 6!,
묶음 안에서 2 명이 자리를 바꾸는 방법의 수가 2!이므로, 구하는 경우의 수는 $6! \times 2!$ (가지)

9. ‘busan’의 모든 문자를 써서 만든 순열 중 양끝이 모두 모음인 것의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 12 개

해설

자음 3개를 배열하고, 양 끝에 모음 u, a를 배치하면 된다.
 $3! \times 2! = 12$

10. 0, 1, 2로 중복을 허락하여 만들 수 있는 다섯 자리의 정수의 개수는?

① 86가지

② 98가지

③ 132가지

④ 162가지

⑤ 216가지

해설

첫 자리에 올 수 있는 숫자는 2가지이고 나머지는 모두 3가지이다.

$\therefore 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 162$ 가지

11. 5명의 가족 중에서 아빠, 엄마를 포함하여 4명을 뽑아 일렬로 세우는 방법의 수는?

① 35 ② 72 ③ 108 ④ 144 ⑤ 180

해설

3명 중 2명을 뽑은 후, 4명을 일렬로 세우는 방법을 구한다.
 $\therefore {}_3C_2 \times 4! = 72$

12. 1부터 72까지의 자연수 중에서 72와 서로소인 수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 24 개

해설

$$72 = 2^3 \times 3^2$$

72와 서로소는 2의 배수도 아니고, 3의 배수도 아닌 것

$$\therefore 72 - (36 + 24 - 12) = 24$$

$$\therefore 24 \text{ 개}$$

13. 연도인 2002 는 앞, 뒤 어느 쪽부터 읽어도 서로 같은 좌우대칭인 수이다. 2003 년부터 9999 년까지의 연도 중 2002 와 같이 좌우대칭인 수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 79 개

해설

좌우대칭인 네 자리 수는 앞의 두 자리 수만 정해지면 된다.
그런데, 2003 이상이 되려면 앞의 두 자리 수는 21 이상 99 이하의 수이어야 한다.
따라서 좌우대칭인 수의 개수는 $99 - 20 = 79$ (개) 이다.

14. 6 개의 문자 a, b, c, d, e, f 를 일렬로 배열할 때, 모음 a, e 가 이웃하지 않는 경우는 몇 가지가 되는지 구하여라.

▶ 답: 가지

▷ 정답 : 480 가지

해설

a, e 를 제외한 나머지 b, c, d, f 네 문자를 일렬로 먼저 배열하는 방법의 수는 $4!$ 가지가 있다.

이 때, 그 네 문자 사이의 양 끝의 5 개의 자리에 a, e 를 늘어놓으면, a, e 는 이웃할 수 없다.

즉, $\square b \square c \square d \square f \square$ 의 다섯 개의 $\square$ 중에 두 개를 골라 a, e 를 배열한다.

따라서, 구하는 가짓수는 $4! \times_5 P_2 = 24 \times 20 = 480$ (가지)

15. A, B, C, D, E 다섯 명의 학생이 있다. 항상 D가 C보다 앞에 오도록 일렬로 서는 방법의 수는 ?

① 12 ② 20 ③ 24 ④ 30 ⑤ 60

해설

전체를 줄세운 다음 C, D가 순서를 바꾸어 서는 경우로 나누어 주면 된다.

$$\frac{5!}{2!} = 60$$

16. 1, 2, 3, 4, 5 를 써서 만들 수 있는 세 자리 정수 중에서 각 자리의 숫자가 모두 다른 것은 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 : 6 개

▷ 정답 : 60 개

해설

$${}_5P_3 = 5 \times 4 \times 3 = 60(\text{개})$$

17. 1, 2, 3, 4, 5, 6 을 한 번씩만 사용하여 만들 수 있는 여섯 자리 자연수 중에서 일의 자리의 수와 백의 자리의 수가 모두 3 의 배수인 자연수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▶ 정답 : 48 개

해설

일의 자리의 수 a 와 백의 자리의 수 b 는 3 또는 6 이 되어야 하므로
 a, b 를 정하는 방법의 수는 $2! = 2$ (가지)
이 때, 나머지 자리의 수는 1, 2, 4, 5 중 어느 하나가 정해지면 되므로
나머지 네 자리의 수를 정하는 방법의 수는 $4! = 24$ (가지)
따라서, 구하는 자연수의 개수는
 $2 \times 24 = 48$ (개)

18. 0, 0, 1, 2, 3, 4를 써 놓은 6장의 카드 중에서 3장을 뽑아 나열하여 세 자리 정수를 만들 때, 짝수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 3 개

▷ 정답 : 34개

해설

1의 자리에 0, 2, 4가 오면 짝수이므로
 $\times \times 0$ 의 꼴 $\rightarrow 4 \times 4$, $\times \times 2$ 의 꼴 $\rightarrow 3 \times 3$, $\times \times 4$ 의 꼴 $\rightarrow 3 \times 3$
따라서 짝수의 개수는 $4 \times 4 + 3 \times 3 + 3 \times 3 = 34$ (개)

19. silent의 6개의 문자를 일렬로 배열할 때, 적어도 한쪽 끝에 모음이 오는 경우의 수는?

① 36 ② 72 ③ 144 ④ 288 ⑤ 432

해설

전체의 경우의 수에서 양쪽 끝 모두 자음이 오는 경우의 수를 빼준다.

$$6! - {}_4P_2 \times 4! = 432$$

20. ‘korea’의 모든 문자를 써서 만든 순열 중 적어도 한 쪽 끝이 자음인 것의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 84 개

해설

전체 경우의 수에서 양 쪽 끝이 모두 모음인 경우를 제외한다.

$$5! - {}_3P_2 \times 3! = 84$$

21. 서로 다른 알파벳 a, b, c, d, e 를 사전식으로 배열하였을 때, 58 번째 단어를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $cbdea$

해설

a □ □ □ □의 경우의 수는

$4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ (가지)

b □ □ □ □의 경우의 수는

$4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ (가지)

ca □ □ □의 경우의 수는

$3 \times 2 \times 1 = 6$ (가지)

그 다음 55번째의 수 부터는

$cbade, cbaed, cbdae, \dots$ 이므로

58번째 단어는 $cbdea$ 이다.

- 22.** $X = \{1, 2, 3\}$ 에서 $Y = \{a, b, c, d, e\}$ 로 대응되는 함수 중 $x_1 < x_2$ 이면 $f(x_1) < f(x_2)$ 인 함수의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

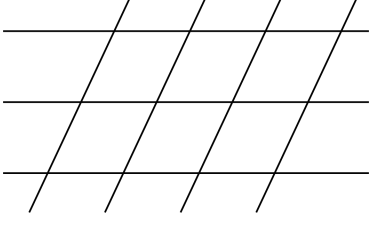
▶ 정답 : 10개

해설

Y 의 원소 5개 중 X 의 원소 1, 2, 3에 대응될 원소 3개를 뽑으면 된다.

$${}_5C_3 = 10$$

23. 다음 그림과 같이 3 개의 평행선과 4 개의 평행선이 만나고 있다. 이들로 이루어지는 평행사변형은 몇 개인가?



- ① 18 개 ② 24 개 ③ 28 개 ④ 32 개 ⑤ 36 개

해설

가로줄 중에서 2 개를 선택하고, 세로줄 중에서 2 개를 선택하면 평행사변형이 하나 정해진다.

$${}_3C_2 \times {}_4C_2 = 18$$

24. 7 명의 학생이 양로원으로 봉사활동을 갔다. 청소 도우미 2 명, 빨래 도우미 2 명, 식사 도우미 3 명으로 역할을 나누려고 할 때, 가능한 방법의 수는?

① 105 ② 210 ③ 315 ④ 420 ⑤ 630

해설

청소도우미 2 명을 뽑는 방법의 수는 ${}_7C_2$
빨래도우미 2 명을 뽑는 방법의 수는 ${}_5C_2$
식사도우미 3 명을 뽑는 방법의 수는 ${}_3C_3$ 이므로
 ${}_7C_2 \cdot {}_5C_2 \cdot {}_3C_3 = 210$

27. 100원짜리 동전 3개, 50원짜리 동전 3개, 10원짜리 동전 3개를 가지고 지불할 수 있는 방법의 수를 a , 지불할 수 있는 금액의 수를 b 라 할 때, $a + b$ 의 값은?

- ① 98 ② 102 ③ 110 ④ 115 ⑤ 120

해설

동전을 사용하지 않는 것도 지불 방법이 되므로 각 동전을 사용하는 경우의 수는 $(3 + 1)$ 가지이다.
그러나, 금액이 모두 0원이면 지불방법이 되지 못하므로,
 $\therefore$ (지불 방법의 수) $= (3 + 1)(3 + 1)(3 + 1) - 1 = 63$ 지불 금액의 수는 금액이 중복되어 있으므로
100원짜리 동전 3개를 50원짜리 동전 6개로 바꿔 생각한다.
즉, 50원짜리 동전 9개와 10원짜리 동전 3개로 지불할 수 있는 경우의 수를 계산하면 된다.
 $\therefore$ (지불 금액의 수) $= (9 + 1)(3 + 1) - 1 = 39$
 $\therefore a + b = 102$

28. 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

- ㄱ. ${}_3nC_{n-1} = {}_3nC_{2n+1}$
ㄴ. ${}_{4n}P_{3n} = (3n)! \times {}_{4n}C_n$
ㄷ. ${}_{2n+1}C_{n+2} = {}_{2n}C_{n-1} + {}_{2n}C_{n-2}$ (단, $n \geq 2$)

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

해설

㉠ ${}_nC_r = {}_nC_{n-r}$ 이므로
 ${}_3nC_{n-1} = {}_3nC_{3n-(n-1)} = {}_3nC_{2n+1}$ (참)
㉡ ${}_nC_r = \frac{{}_nP_r}{r!}$ 에서
 ${}_nP_r = r! \times {}_nC_r$
 ${}_{4n}P_{3n} = (3n)! \times {}_{4n}C_{3n}$
 $= (3n)! \times {}_{4n}C_{4n-3n}$
 $= (3n)! \times {}_{4n}C_n$ (참)
㉢ ${}_nC_r = {}_{n-1}C_{r-1} + {}_{n-1}C_r$ 이므로
 ${}_{2n+1}C_{n+2} = {}_{2n}C_{n+1} + {}_{2n}C_{n+2}$
 $= {}_{2n}C_{2n-(n+1)} + {}_{2n}C_{2n-(n+2)}$
 $= {}_{2n}C_{n-1} + {}_{2n}C_{n-2}$ (참)
따라서 옳은 것은 ㉠, ㉡, ㉢ 이다.

29. 다음은 국제 축구 연맹에서 경기 방식을 설명한 것이다.

- 리그전 : 같은 조에 속한 모든 참가팀이 서로 한 번씩 경기를 하여 순위를 가린다.
- 토너먼트전 : 2 팀씩 조를 나누어 비김 없이 승자끼리 시합하여 최후까지 승리한 팀이 우승한다.

24 개의 팀이 참가한 어느 축구 대회에서 6 개 팀씩 4 개조로 나누어 리그전을 치른 후 각 조의 1, 2 위인 8 개의 팀이 토너먼트전으로 경기를 하여 우승팀을 가리려 한다. 이 축구 대회에서 우승팀을 가릴 때까지 치르게 되는 총 경기의 수를 구하여라.

▶ 답: 경기

▷ 정답 : 67경기

해설

한 조의 여섯 팀이 리그전을 가질 때의 경기 수는

$${}^6C_2 = \frac{6 \cdot 5}{2 \cdot 1} = 15 \text{ (경기)}$$

따라서, 4 개의 조에서 치르는 리그전의 경기 수는

$15 \cdot 4 = 60$ (경기)

이어 8 개 팀이 토너먼트전으로 치르는 경기의

스는 7 경기이다. 따라서 으스티으 가릴 때까지

치르게 되는 총 경기의 수는 $60 \pm 7 = 67$ (경기)이다.

30. H고등학교 앞 분식점 메뉴에는 라면 요리가 4가지, 튀김 요리가 5가지 있다. 이 때, 라면 요리 2가지, 튀김 요리 3가지를 주문하는 방법의 수를 a , 특정한 라면 요리 1가지와 특정한 튀김 요리 2가지가 반드시 포함되도록 5가지 요리를 주문하는 방법의 수를 b 라 할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b = 75$

해설

라면 요리 4 가지 중에서 2가지를 주문하는 방법의 수는 ${}_4C_2$ 이고, 튀김 요리 5 가지 중에서 3 가지를 주문하는 방법의 수는 ${}_5C_3$ 이므로

$$\begin{aligned} a &= {}_4C_2 \times {}_5C_3 \\ &= \frac{4 \times 3}{2 \times 1} \times \frac{5 \times 4 \times 3}{3 \times 2 \times 1} = 60 \end{aligned}$$

또, 특정한 라면 요리 1 가지와 특정한 튀김 요리 2 가지를 포함하여 5 가지 요리를 주문하는 방법의 수는 특정한 라면 요리 1 가지와 튀김 요리 2 가지를 제외하고 나머지 6 가지의 요리 중에서 2 가지를 주문하는 방법과 같으므로

$$b = {}_6C_2 = \frac{6 \times 5}{2 \times 1} = 15$$

따라서 $a + b = 60 + 15 = 75$

31. 서로 다른 종류의 선물 6 개를 큰 아들, 둘째 아들, 셋째 아들에게 한 개 이상씩 돌아가도록 나누어 주는 방법의 수는?

- ① 540 ② 570 ③ 600 ④ 630 ⑤ 660

해설

나누는 방법은 (1, 2, 3) (2, 2, 2) (1, 1, 4) 이다.
각각의 경우를 구하고 세명의 아들에 배분한다.

$$\Rightarrow (1, 2, 3) : {}_6C_1 \times {}_5C_2 \times {}_3C_3 \times 3! = 360$$

$$(2, 2, 2) : {}_6C_2 \times {}_4C_2 \times {}_2C_2 \times \frac{1}{3!} \times 3! = 90$$

$$(1, 1, 4) : {}_6C_1 \times {}_5C_1 \times {}_4C_4 \times \frac{1}{2!} \times 3! = 90$$

$$\therefore 360 + 90 + 90 = 540$$

32. 다음 그림은 2008 년 9 월 달력의 일부분이다.

<i>S</i>	<i>M</i>	<i>T</i>	<i>W</i>	<i>T</i>	<i>F</i>	<i>S</i>
	1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12	13
14	15	16	17	18	19	20

대원은 9 월 1 일부터 9 월 20 일까지 일주일에 2회씩 모두 6 번을 학교에서 보충학습을 하려고 한다. 보충학습을 하는 6 일의 요일을 모두 다르게 정하는 방법의 수는? (단, 일요일에는 보충학습을 하지 않는다.)

- ① 30
- ② 45
- ③ 60
- ④ 90
- ⑤ 120

해설

9 월 셋째 주의 월, 화, 수, 목, 금, 토의 6 일 중에서 이틀을 정하는 방법의 수는

${}_6C_2 = \frac{6 \times 5}{2 \times 1} = 15$ (가지)

둘째 주에는 셋째 주에서 정한 요일을 제외하고 이틀을 정하는 방법의 수는

${}_4C_2 = \frac{4 \times 3}{2 \times 1} = 6$ (가지)

첫째 주에는 남은 요일로 결정되므로 이틀을 정하는 방법의 수는 1가지이다.

따라서 구하는 방법의 수는 $15 \times 6 \times 1 = 90$ (가지)

33. 퓨전식당의 메뉴에는 4 가지 종류의 한식, 4 가지 종류의 중식, 3 가지 종류의 일식이 있다. 중식의 특정한 음식 2 가지를 포함하면서 한식과 일식이 각각 적어도 한 종류는 포함되도록 6 가지 종류의 음식을 주문하는 방법의 수는?

① 84 ② 94 ③ 102 ④ 106 ⑤ 118

해설

중식의 특정한 음식 2 가지를 포함하므로 한식 4 종류, 중식 2 종류, 일식 3 종류에서 모두 4 가지 종류의 음식을 주문하면 된다.

$\therefore {}_9C_4 = \frac{9 \times 8 \times 7 \times 6}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = 126$ (가지)

그런데 한식과 일식이 각각 적어도 한 종류는 포함되는 사건의 여사건은 한식만 주문하거나 한식과 중식만 주문하거나 중식과 일식만 주문하는 경우이다. 따라서 여사건의 종류와 그 경우의 수는 다음 표와 같다.

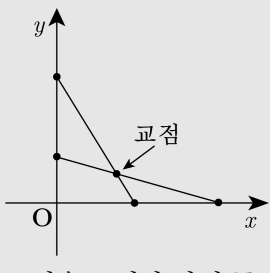
④한식	②중식	③일식	경우의수
4			${}_4C_4 = 1$
3	1		${}_4C_3 \times {}_2C_1 = 8$
2	2		${}_4C_2 \times {}_2C_2 = 6$
	1	3	${}_2C_1 \times {}_3C_3 = 2$
	2	2	${}_2C_2 \times {}_3C_2 = 3$

따라서 구하는 경우의 수는 $126 - (1 + 8 + 6 + 2 + 3) = 106$ (가지)

34. 양의 x 축에서 10 개의 점, 양의 y 축에서 5 개의 점을 잡으면, 이 15 개의 점을 끝점으로 하는 제 1사분면의 선분 50 개가 만들어진다. 이 50 개의 선분이 만드는 교점의 최대수는?

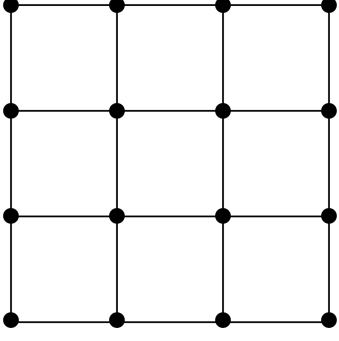
- ① 250
- ② 450
- ③ 500
- ④ 1250
- ⑤ 2500

해설



교점은 그림과 같이 두 선분이 X 자로 교차했을 때 1 개씩 생기고, 이와 같이 교차하는 선분은 x 축, y 축에서 각각 2 개씩의 점을 택하면 1 개씩 생긴다. 따라서 교점의 최대 개수는 어느 세 선분도 한 점에서 만나지 않는 경우이므로 ${}_{10}C_2 \cdot {}_5C_2 = 45 \cdot 10 = 450$ 이다.

35. 아래 그림과 같이 정사각형 모양으로 16 개의 점이 있다. 이 중 세 점을 꼭짓점으로 하는 삼각형은 몇 개인가?

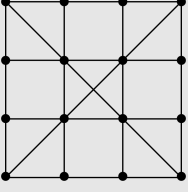


- ① 342 ② 428 ③ 489 ④ 516 ⑤ 642

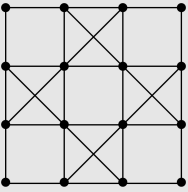
해설

전체 삼각형의 개수에서 일직선 위에 있는 점들 중 3 개를 고를 경우를 제한한다.

1) 점 4 개가 한 직선 위에 있는 경우 : 10 가지



2) 점 3 개가 한 직선 위에 있는 경우 : 4 가지



${}_{16}C_3 - ({}_4C_3 \times 10 + {}_3C_3 \times 4) = 516$