

1. 이차방정식 $3(x-1)^2 - 2x = x^2 + 2$ 을 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 꼴로 나타낼 때, 상수 a, b, c 의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b + c = -5$

해설

$3(x-1)^2 - 2x = x^2 + 2$ 에서
 $3(x^2 - 2x + 1) - 2x = x^2 + 2$
 $\therefore 2x^2 - 8x + 1 = 0$
따라서 $a = 2, b = -8, c = 1$ 이므로
 $a + b + c = 2 + (-8) + 1 = -5$

2. 다음은 연속하는 두 홀수의 곱이 143일 때, 두 홀수를 구하는 과정이다. (가)에 알맞은 수는?

연속하는 두 홀수를 각각 x , $x + 2$ 라고 하면
 $x(x + 2) = 143$, $x^2 + 2x - 143 = 0$, $(x - 11)(x + 13) = 0$
 $\therefore x = \boxed{\text{가}}$ ($x > 0$)

- ① 11 ② -13 ③ 143 ④ 2 ⑤ 0

해설

연속하는 두 홀수를 각각 x , $x + 2$ 라 하면
 $x(x + 2) = 143$, $x^2 + 2x - 143 = 0$, $(x - 11)(x + 13) = 0$
 $\therefore x = 11$ ($x > 0$)

3. $\sqrt{\frac{180}{a}}$ 가 자연수가 되게 하는 정수 a 는 모두 몇 개인가?

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

$$\sqrt{\frac{180}{a}} = \sqrt{\frac{2^2 \times 3^2 \times 5}{a}}$$

$a = 5, 5 \times 2^2, 5 \times 3^2, 5 \times 2^2 \times 3^2$ 이므로 4 개이다.

4. $\sqrt{2} = x$, $\sqrt{3} = y$ 일 때, $\sqrt{5}$ 를 x 와 y 로 나타낸 것으로 옳은 것은?

① $x + y$

② $x^2 + y^2$

③ $\sqrt{x + y}$

④ $\sqrt{x^2 + y^2}$

⑤ $\sqrt{xy}$

해설

$$\sqrt{5} = \sqrt{2+3} = \sqrt{\left(\sqrt{2}\right)^2 + \left(\sqrt{3}\right)^2} = \sqrt{x^2 + y^2}$$

5. $f(x) = \sqrt{x+1} - \sqrt{x}$ 일 때, $f(1) + f(2) + f(3) + \cdots + f(39) + f(40)$ 의 값을 구하면?

① $\sqrt{40} - 1$

② $\sqrt{40} + 1$

③ $\sqrt{41} - 1$

④ $\sqrt{41} + 1$

⑤ $\sqrt{41} - \sqrt{40}$

해설

$$f(1) = \sqrt{2} - 1 = -1 + \sqrt{2}$$

$$f(2) = \sqrt{3} - \sqrt{2} = -\sqrt{2} + \sqrt{3}$$

$$f(3) = \sqrt{4} - \sqrt{3} = -\sqrt{3} + \sqrt{4} \cdots$$

$$f(39) = \sqrt{40} - \sqrt{39} = -\sqrt{39} + \sqrt{40}$$

$$f(40) = \sqrt{41} - \sqrt{40} = -\sqrt{40} + \sqrt{41}$$

$$\therefore f(1) + f(2) + f(3) + \cdots + f(39) + f(40)$$

$$= (-1 + \sqrt{2}) + (-\sqrt{2} + \sqrt{3}) + (-\sqrt{3} + \sqrt{4}) + \cdots + (-\sqrt{39} +$$

$$\sqrt{40}) + (-\sqrt{40} + \sqrt{41}) = -1 + \sqrt{41}$$

6. $\sqrt{17}+1$ 의 정수 부분을 a , 소수 부분을 b 라고 할 때, $a+3b$ 의 값을 구하면?

① $-7 + \sqrt{17}$

② $-7 + 2\sqrt{17}$

③ $-7 + 3\sqrt{17}$

④ $-7 + 4\sqrt{17}$

⑤ $-7 + 5\sqrt{17}$

해설

$4 < \sqrt{17} < 5$ 이고 $5 < \sqrt{17} + 1 < 6$ 이므로

$a = 5, b = \sqrt{17} + 1 - 5 = \sqrt{17} - 4$

$\therefore a + 3b = 5 + 3(\sqrt{17} - 4) = -7 + 3\sqrt{17}$

7. 다음 식을 전개하면?
 $(2x + 3y - 4)(2x - 3y + 4)$

① $4x^2 - y^2 + y - 16$

② $4x^2 - y^2 + 9y - 16$

③ $4x^2 - 9y^2 + y - 16$

④ $4x^2 + 9y^2 - 24y - 16$

⑤ $4x^2 - 9y^2 + 24y - 16$

해설

$$\{2x + (3y - 4)\} \{2x - (3y - 4)\}$$

$$3y - 4 = t \text{라 하면}$$

$$(2x + t)(2x - t)$$

$$= 4x^2 - t^2$$

$$t = 3y - 4 \text{를 대입하면}$$

$$4x^2 - (3y - 4)^2$$

$$= 4x^2 - 9y^2 + 24y - 16$$

8. 곱셈 공식을 이용하여 다음을 계산하면?

311×311−310×312−2

- ① −2
- ② −1
- ③ 0
- ④ 1
- ⑤ 2

해설

$$\begin{aligned} &a = 311 \text{ 이라 하면,} \\ &311 \times 311 - 310 \times 312 - 2 \\ &= a \times a - (a - 1) \times (a + 1) - 2 \\ &= a^2 - (a^2 - 1) - 2 \\ &= a^2 - a^2 + 1 - 2 = -1 \end{aligned}$$

9. $x - xy^2 - y + y^3$ 의 인수가 아닌 것은?

- ① $y + 1$ ② $y - 1$ ③ $x + y$ ④ $x - y$ ⑤ $y - x$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= x(1 - y^2) - y(1 - y^2) \\ &= (x - y)(1 - y^2) \\ &= (x - y)(1 + y)(1 - y)\end{aligned}$$

$$\textcircled{2} \quad y - 1 = -(1 - y)$$

$$\textcircled{5} \quad y - x = -(x - y)$$

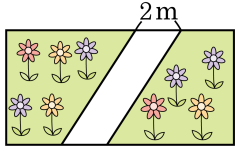
10. 다음 중 이차방정식 $(x-a)^2 = b$ 에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

- ① $b \geq 0$ 이면 근을 갖는다.
- ② $b = 0$ 이면 중근을 갖는다.
- ③ a 의 값에 관계없이 $b > 0$ 이면 서로 다른 두 근을 갖는다.
- ④ $b < 0$ 이면 근을 갖지 않는다.
- ⑤ $b > 0$ 이면 양수와 음수인 두 근을 갖는다.

해설

⑤ 둘 다 양수일 수도, 둘 다 음수일 수도 있다.

11. 가로, 세로의 길이의 비가 2 : 1 인 직사각형 모양의 꽃밭에 다음 그림과 같은 길을 내었더니, 길을 제외한 꽃밭의 넓이가 40 m^2 가 되었다. 처음 꽃밭의 세로의 길이를 $x\text{ m}$ 라 할 때, x 를 구하기에 알맞은 이차방정식은?

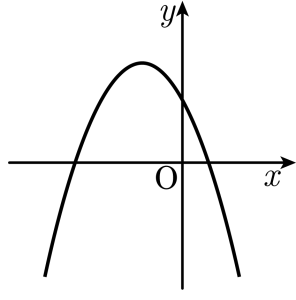


- ① $x^2 + 2x + 40 = 0$ ② $x^2 - x - 20 = 0$
③ $2x^2 - 40 = 0$ ④ $2x^2 + 2x - 40 = 0$
⑤ $x^2 + 2x - 40 = 0$

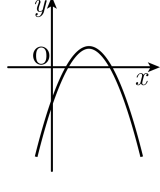
해설

세로의 길이를 $x\text{ m}$ 라고 하면 가로의 길이는 $2x\text{ m}$
길을 제외한 넓이는 40 m^2 이므로 $(2x - 2) \times x = 40$
 $\therefore x^2 - x - 20 = 0$

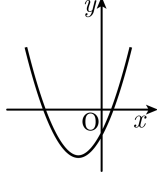
12. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 다음
중에서 이차함수 $y = bx^2 + cx + a$ 의 그래프는?



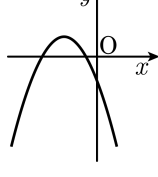
①



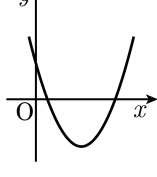
②



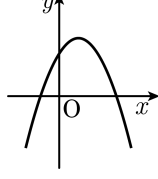
③



④



⑤



해설

주어진 그래프가 위로 볼록하므로 $a < 0$, 축이 y 축의 왼쪽에 있으므로 $b < 0$, y 절편이 x 축 위에 있으므로 $c > 0$ 이다. 따라서 $y = bx^2 + cx + a$ 의 그래프는 위로 볼록한 모양이며, 축이 y 축의 오른쪽에 있고, y 절편이 x 축 아래에 있다.

13. 실수 a, b 에 대하여 $a < 0, 0 < b < 1$ 이다. $\sqrt{(-2a)^2} - \sqrt{(a-b)^2} + \sqrt{(1-b)^2}$ 을 간단히 하였을 때 a, b 의 계수와 상수항의 합은?

① -4 ② -3 ③ -2 ④ -1 ⑤ 0

해설

$a < 0, 0 < b < 1$ 이므로

$a - b < 0, 1 - b > 0$

$\therefore \sqrt{(-2a)^2} - \sqrt{(a-b)^2} + \sqrt{(1-b)^2}$

$= |-2a| - |a-b| + |1-b|$

$= -2a + a - b + 1 - b$

$= -a - 2b + 1$

따라서 구하는 값은 $-1 - 2 + 1 = -2$ 이다.

14. 두 실수 a, b 가 $a = \sqrt{8} - 3$, $b = -\sqrt{7} + \sqrt{8}$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

- ① $a - b > 0$ ② $b - a < 0$ ③ $b + \sqrt{7} > 3$
④ $ab > 0$ ⑤ $a + 1 > 0$

해설

$$\begin{aligned} a - b &= \sqrt{8} - 3 - (-\sqrt{7} + \sqrt{8}) \\ \textcircled{1} \quad &= \sqrt{7} - 3 \\ &= \sqrt{7} - \sqrt{9} < 0 \\ \therefore a - b &< 0 \\ b - a &= -\sqrt{7} + \sqrt{8} - (\sqrt{8} - 3) \\ \textcircled{2} \quad &= -\sqrt{7} + 3 \\ &= \sqrt{9} - \sqrt{7} > 0 \\ \therefore b - a &> 0 \\ \textcircled{3} \quad (\text{좌변}) &= b + \sqrt{7} = -\sqrt{7} + \sqrt{8} + \sqrt{7} = \sqrt{8} \\ (\text{우변}) &= 3 = \sqrt{9} \\ \therefore b + \sqrt{7} &< 3 \\ \textcircled{4} \quad a &= \sqrt{8} - 3 = \sqrt{8} - \sqrt{9} < 0 \\ b &= \sqrt{8} - \sqrt{7} > 0 \\ \therefore ab &< 0 \\ a + 1 &= (\sqrt{8} - 3) + 1 \\ \textcircled{5} \quad &= \sqrt{8} - 2 \\ &= \sqrt{8} - \sqrt{4} > 0 \\ \therefore a + 1 &> 0 \end{aligned}$$

15. $x = 3 + \sqrt{2}$ 일 때, $\frac{x+7}{x-3}$ 의 값은?

① $-1 + 5\sqrt{2}$

② $1 - 3\sqrt{2}$

③ $1 + 5\sqrt{2}$

④ $2 + 2\sqrt{2}$

⑤ $2 + 5\sqrt{2}$

해설

$$\frac{x+7}{x-3} = \frac{10+\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{10+\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 5\sqrt{2} + 1$$

16. $ab = 2$ 일 때, $a\sqrt{\frac{8b}{a}} + b\sqrt{\frac{32a}{b}}$ 의 값은? (단, $a > 0, b > 0$)

① 2

② 4

③ 5

④ 12

⑤ 24

해설

$$\begin{aligned} & a\sqrt{\frac{8b}{a}} + b\sqrt{\frac{32a}{b}} \\ &= a \frac{\sqrt{8b} \times \sqrt{a}}{\sqrt{a} \times \sqrt{a}} + b \frac{\sqrt{32a} \times \sqrt{b}}{\sqrt{b} \times \sqrt{b}} \\ &= \sqrt{8ab} + \sqrt{32ab} \\ & ab = 2 \text{를 대입하면} \\ & \sqrt{8ab} + \sqrt{32ab} = \sqrt{16} + \sqrt{64} = 4 + 8 = 12 \end{aligned}$$

17. $(x-4)(x-2)(x+1)(x+3) - 25 = Ax^4 + Bx^3 + Cx^2 + Dx + E$ 일 때, $A+B+C+D+E$ 의 값을 구하면?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$(x-4)(x-2)(x+1)(x+3) - 25$
 $= \{(x-4)(x+3)\}\{(x-2)(x+1)\} - 25$
 $= (x^2 - x - 12)(x^2 - x - 2) - 25$
 $x^2 - x = t$ 로 치환하여 정리하면 $(t-12)(t-2) - 25 = t^2 - 14t - 1$
 $x^2 - x = t$ 를 대입하면 $x^4 - 2x^3 + x^2 - 14x^2 + 14x - 1 = x^4 - 2x^3 - 13x^2 + 14x - 1$
따라서 $A+B+C+D+E = 1 - 2 - 13 + 14 - 1 = -1$ 이다.

18. 부피가 $x^3 + x^2y - x - y$ 인 직육면체의 밑면의 가로와 세로의 길이가 각각 $x - 1, x + 1$ 일 때, 이 직육면체의 높이를 구하면?

① $x + y$

② $x - y^2$

③ $x^2 + y$

④ $x + y^2$

⑤ $x - y$

해설

$$\begin{aligned} & x^3 + x^2y - x - y \\ &= x^2(x + y) - (x + y) \\ &= (x + y)(x + 1)(x - 1) \text{ 이다.} \end{aligned}$$

따라서 직육면체의 높이는 $x + y$ 이다.

19. 이차방정식 $2x^2 - 4x - 3 = 0$ 을 완전제곱식으로 풀고 두 근 중에서 작은 근을 m , 큰 근을 n 이라 할 때, $a < m < a + 1$, $b < n < b + 1$ 을 만족하는 정수 a, b 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = -1$

▷ 정답 : $b = 2$

해설

양변을 2 로 나누면 $x^2 - 2x - \frac{3}{2} = 0$ 이고 $x^2 - 2x = \frac{3}{2}$, 양변에 1 을 더하면

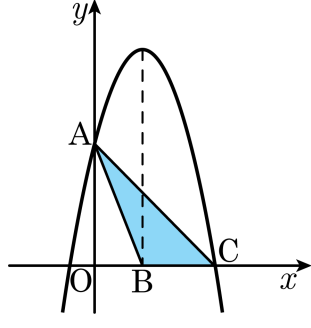
$$x^2 - 2x + 1 = \frac{3}{2} + 1, (x - 1)^2 = \frac{5}{2}, x = \frac{2 \pm \sqrt{10}}{2} \text{ 이다.}$$

작은 근 $\frac{2 - \sqrt{10}}{2} = m$ 이고, $-1 < m < 0$ 이므로 $a = -1$ 이다.

큰 근 $\frac{2 + \sqrt{10}}{2} = n$ 이고, $2 < n < 3$ 이므로 $b = 2$ 이다.

따라서 $a = -1, b = 2$ 이다.

20. 다음 그림은 이차함수 $y = -x^2 + 4x + 5$ 의 그래프이다. 점 C, A 는 각각 x 축, y 축과 만나는 점이고, 점 B 는 대칭축과 x 축이 만나는 점이라고 할 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하면?

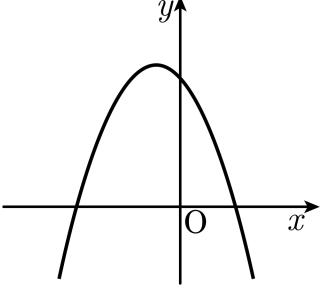


- ① 6 ② $\frac{15}{2}$ ③ 8 ④ $\frac{21}{2}$ ⑤ 12

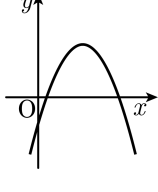
해설

y 절편이 5 이므로 A(0, 5)
 $y = -x^2 + 4x + 5 = -(x - 2)^2 + 9$
 축이 $x = 2$ 이므로 B(2, 0)
 $y = 0$ 일 때 $x^2 - 4x - 5 = 0$
 $(x - 5)(x + 1) = 0$ 이므로 C(5, 0)
 $\triangle ABC$ 의 밑변 $\overline{BC} = 3$, 높이 $\overline{AO} = 5$
 $\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 3 \times 5 = \frac{15}{2}$

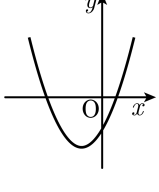
21. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 다음 중 이차함수 $y = bx^2 + cx + a$ 의 그래프는?



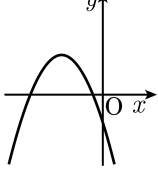
①



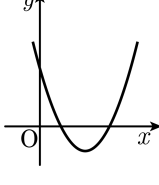
②



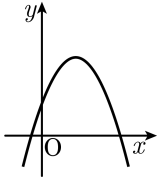
③



④



⑤



해설

주어진 그래프가 위로 볼록하므로 $a < 0$, 축이 y 축의 왼쪽에 있으므로 $b < 0$, y 절편이 x 축 위에 있으므로 $c > 0$ 이다. 따라서 $y = bx^2 + cx + a$ 의 그래프는 위로 볼록한 모양이며, 축이 y 축의 오른쪽에 있고, y 절편이 x 축 아래에 있다.

22. $y = 2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -3 만큼, y 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동시킨 그래프의 x 절편과 y 절편을 연결한 삼각형의 넓이를 구하면?

① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

해설

$y = 2(x+3)^2 - 2 = 2x^2 + 12x + 16$ 에서 x 절편은 -4 와 -2 , y 절편은 16

따라서 삼각형의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 2 \times 16 = 16$ 이다.

23. $a^2x + 2ax - 8x = a + 4$ 를 만족하는 x 의 값이 없을 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$a^2x + 2ax - 8x = a + 4$$

$$(a^2 + 2a - 8)x = a + 4$$

해가 없을 때이므로

$$a^2 + 2a - 8 = 0, a + 4 \neq 0 \text{ 이다.}$$

$$a^2 + 2a - 8 = 0, (a + 4)(a - 2) = 0$$

$$a + 4 \neq 0 \text{ 이므로 } a - 2 = 0, a = 2 \text{ 이다.}$$

24. $x^2 - 5x + 1 = 0$ 일 때, $x^2 + x + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 28

해설

$x^2 - 5x + 1 = 0$ 의 양변을 x 로 나누면

$$x - 5 + \frac{1}{x} = 0 \quad \therefore x + \frac{1}{x} = 5$$

$$\begin{aligned} x^2 + x + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} &= \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 + \left(x + \frac{1}{x}\right) \\ &= 25 - 2 + 5 = 28 \end{aligned}$$

25. 이차함수 $y = 2x^2 + 4px - 3p^2 + p + 4$ 의 그래프의 꼭짓점이 제2 사분면 위에 있을 때, p 의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $0 < p < 1$

해설

$$y = 2(x^2 + 2px) - 3p^2 + p + 4$$

$$= 2(x + p)^2 - 5p^2 + p + 4 \text{ 이므로}$$

$$\text{꼭짓점은 } (-p, -5p^2 + p + 4)$$

이때, 꼭짓점이 제 2 사분면 위에 있으므로

$$-p < 0 \quad \therefore p > 0$$

$$-5p^2 + p + 4 > 0, (5p + 4)(p - 1) < 0$$

$$\therefore -\frac{4}{5} < p < 1$$

따라서 $0 < p < 1$ 이다.