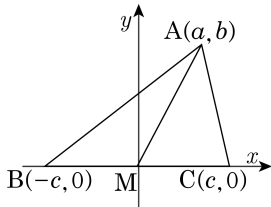


1. 다음은 $\triangle ABC$ 에서 변 BC의 중점을 M이라 할 때, $\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = 2(\overline{AM}^2 + \overline{BM}^2)$ 을 증명하는 과정이다.



직선 BC를 x 축, 중점 M을 지나고 변 BC에 수직인 직선을 y 축으로 잡고, 세 꼭짓점 A, B, C의 좌표를 각각

$A(a, b)$, $B(-c, 0)$, $C(c, 0)$ 라 하면

$$\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = (a+c)^2 + b^2 + (a-c)^2 + b^2 = (\text{가}) \text{ 이고,}$$

$$\overline{AM}^2 = a^2 + b^2, \overline{BM}^2 = c^2$$

따라서 $\overline{AM}^2 + \overline{BM}^2 = (\text{나})$

$$\therefore \overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = (\text{다})(\overline{AM}^2 + \overline{BM}^2)$$

위

의 (가), (나), (다)에 알맞은 것을 순서대로 적으면?

- ① $a^2 + b^2 + c^2, a^2 + b^2 + c^2, 1$
- ② $2(a^2 + b^2 + c^2), 2(a^2 + b^2 + c^2), 1$
- ③ $2(a^2 + b^2 + c^2), a^2 + b^2 + c^2, 2$
- ④ $2(a^2 + b^2 + c^2), 2(a^2 + b^2 + c^2), 2$
- ⑤ $3(a^2 + b^2 + c^2), a^2 + b^2 + c^2, 3$

해설

$A(a, b)$, $B(-c, 0)$, $C(c, 0)$ 이므로

$$\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2$$

$$= \{(-c-a)^2 + (0-b)^2\} + \{(c-a)^2 + (0-b)^2\}$$

$$= (c^2 + 2ca + a^2 + b^2) + (c^2 - 2ca + a^2 + b^2)$$

$$= 2(a^2 + b^2 + c^2)$$

$$\overline{AM}^2 = a^2 + b^2, \overline{BM}^2 = c^2 \text{ 이므로}$$

$$\overline{AM}^2 + \overline{BM}^2 = a^2 + b^2 + c^2$$

$$\therefore \overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = 2(\overline{AM}^2 + \overline{BM}^2)$$

2. 두 점 A (-1, 2), B (3, 4)에 대하여 점 P가 x 축 위를 움직일 때, $\overline{AP} + \overline{BP}$ 의 최솟값은?

- ① $2\sqrt{13}$ ② $2\sqrt{11}$ ③ $\sqrt{41}$ ④ 5 ⑤ $2\sqrt{5}$

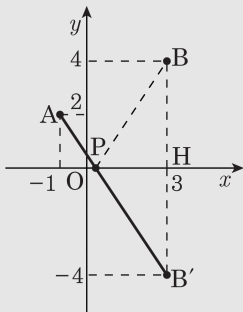
해설

점 B를 x 축에 대하여 대칭이동한 점을 B'이라 하면 B' (3, -4)

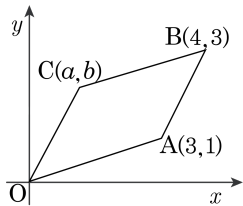
$$\overline{AP} + \overline{BP} = \overline{AP} + \overline{B'P}$$

따라서 $\overline{AP} + \overline{BP}$ 의 최소거리는 $\overline{AP} + \overline{B'P}$ 의 최소 거리와 같고
세 점 A, P, B'이 직선 위에 있을 때
가장 짧은 $\overline{AB'}$ 이 최소거리이다.

$$\therefore \overline{AB'} = \sqrt{(3+1)^2 + (-4-2)^2} = 2\sqrt{13}$$



3. 다음 그림과 같이 네 점 $A(3, 1)$, $B(4, 3)$, $C(a, b)$, $O(0, 0)$ 을 꼭짓점으로 하는 평행사변형 $OABC$ 에서 $a + b$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

평행사변형 $OABC$ 에서 두 대각선의 중점은 일치하므로

$$\left(2, \frac{3}{2}\right) = \left(\frac{a+3}{2}, \frac{b+1}{2}\right)$$

$$\frac{a+3}{2} = 2 \text{에서 } a = 1$$

$$\frac{b+1}{2} = \frac{3}{2} \text{에서 } b = 2$$

$$\therefore a + b = 3$$

4. 3km 떨어진 두 마을 ㄱ, ㄴ이 있다. ㄱ마을에는 100명의 학생이, ㄴ마을에는 50명의 학생이 있다. ㄱ, ㄴ 두 마을 사이에 학교를 세울 때 통학거리의 합이 최소가 되려면 어디에 학교를 세워야 하는가?

① ㄱ마을

② ㄱ마을에서 ㄴ마을 쪽으로 1km지점

③ 가운데

④ ㄱ마을에서 ㄴ마을 쪽으로 2km지점

⑤ ㄴ마을

해설

ㄱ마을에서 x km 떨어진 곳에 학교를 세운다면 ㄴ마을 으로부터는 $(3-x)$ km 떨어져 있다. 통학거리의 합 S 는 $S = 100x + 50(3-x)$
 $= 150 + 50x$

$x \geq 0$ 이므로 $x = 0$ 일 때 S 는 최소가 된다. 즉, ㄱ마을에 학교를 세우면 된다.

5. 두 점 $A(3,0)$, $B(0,2)$ 에 대하여 $\overline{PA}^2 - \overline{PB}^2 = 5$ 를 만족하는 점 P 의 자취의 방정식은?

① $-3x + 2y + 9 = 0$

② $3x + 2y = 0$

③ $6x - 4y + 9 = 0$

④ $-3x + 2y = 0$

⑤ $-6x + 4y - 5 = 0$

해설

구하는 점을 $P(x,y)$ 라 하면

$$\overline{PA}^2 - \overline{PB}^2 = 5 \text{에서}$$

$$(x-3)^2 + y^2 - \{x^2 + (y-2)^2\} = 5$$

$$\text{정리하면 } -6x + 4y = 0$$

$$\therefore -3x + 2y = 0$$