

1. <보기> 집합 사이의 포함 관계 중 옳지 않은 것을 모두 고른 것은?

보기

- ㉠ $A \subset A$
- ㉡ $A \subset B, C \subset B$ 이면 $A \neq C$
- ㉢ $A \not\subset B, B \subset C$ 이면 $A \not\subset C$
- ㉣ $A \subset B, B \subset C, C \subset A$ 이면 $A = B = C$
- ㉤ $A \subset B, B \subset C, C \not\subset D$ 이면 $A \not\subset D$

① ㉠, ㉡, ㉢

② ㉠, ㉢, ㉣

③ ㉠, ㉡, ㉤

④ ㉡, ㉢, ㉤

⑤ ㉢, ㉣, ㉤

해설

㉠ 부분집합의 정의로부터 $A \subset A$ 는 옳다. (참)

㉡ 먼저 B 를 그린 다음, $A \subset B$ 이고 $C \subset B$ 이도록 A 와 C 를 그렸을 때 항상 $A \neq C$ 인지 알아보면 다음 [그림1]에서 그렇지 않음을 알 수 있다. (거짓)

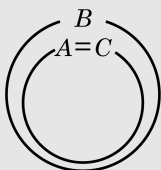


그림 1

㉢ 먼저 B 를 그린 다음, $A \not\subset B$ 이고 $B \subset C$ 이도록 A 와 C 를 그렸을 때 항상 $A \not\subset C$ 인지 알아보면 다음 [그림2]에서 그렇지 않음을 알 수 있다. (거짓)

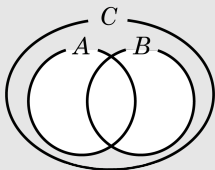


그림 2

㉣ $A \subset B, B \subset C$ 이면 $A \subset C$

이때, $C \subset A$ 이므로 $A = C \dots \text{㉠}$

또한, $B \subset C, C \subset A$ 이면 $B \subset A$

이때, $A \subset B$ 이므로 $A = B \dots \text{㉡}$

㉠, ㉡으로부터 $A = B = C$

따라서 $A \subset B, B \subset C, C \subset A$ 이면 $A = B = C$ 이다. (참)

㉤ 먼저 B 를 그린 다음, $A \subset B, B \subset C$ 이도록 A 와 C 를 그리고, $C \not\subset D$ 이도록 D 를 그렸을 때 항상 $A \not\subset D$ 인지 알아보면 다음 [그림3]에서 그렇지 않음을 알 수 있다. (거짓)

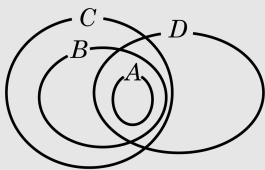


그림 3

2. 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 부분집합 중 원소의 개수가 2 개인 부분집합의 개수는?

① 5 개

② 10 개

③ 15 개

④ 20 개

⑤ 25 개

해설

집합 A 의 원소 2 개를 짝짓는 방법은

$\{1, 2\}, \{1, 3\}, \{1, 4\}, \{1, 5\},$

$\{2, 3\}, \{2, 4\}, \{2, 5\},$

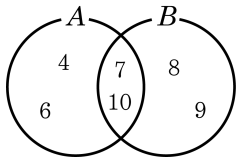
$\{3, 4\}, \{3, 5\},$

$\{4, 5\}$

따라서, 원소가 2 개인 부분집합의 개수는

$4 + 3 + 2 + 1 = 10$ (개) 이다.

3. 다음 벤 다이어그램에서 $A \cup B$ 의 원소의 합을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 44

해설

$A \cup B$ 은 A 에 속하거나 B 에 속하는 원소를 합한 집합이다.
그러므로 벤 다이어그램에서 보는 것과 같이 $A \cup B = \{4, 6, 7, 8, 9, 10\}$ 이다.
 $A \cup B$ 의 원소의 합은 $4 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 = 44$

4. 집합 A, B 에 대하여 $A \cup B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$, $A - B = \{5, 7\}$ 일 때, 집합 B 는?

① $\{1\}$

② $\{3\}$

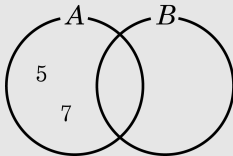
③ $\{1, 3\}$

④ $\{1, 3, 9\}$

⑤ $\{1, 3, 7, 9\}$

해설

주어진 조건을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음 그림과 같으므로 집합 $B = \{1, 3, 9\}$ 이다.



5. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $(A^c)^c = A$

② $A - B = B \cap A^c$

③ $(A - B) \subset (A \cup B)$

④ $A \cap A^c = \emptyset$

⑤ $A \subset B$ 일 때, $A \cap B^c = \emptyset$

해설

② $A - B = A \cap B^c$

6. 유리수 a, b 에 대하여 $(1 + 2\sqrt{2})a + (-1 + \sqrt{2})b = 5 + 7\sqrt{2}$ 가 성립할 때, $a + b$ 의 값은?

① 3

② 2

③ 0

④ -2

⑤ -3

해설

$$(1 + 2\sqrt{2})a + (-1 + \sqrt{2})b = 5 + 7\sqrt{2}$$

$$(a - b) + (2a + b)\sqrt{2} = 5 + 7\sqrt{2} \cdots \textcircled{7}$$

a, b 가 유리수이면

$a - b, 2a + b$ 도 유리수이므로 $\textcircled{7}$ 에서

$$\begin{cases} a - b = 5 \\ 2a + b = 7 \end{cases}$$

이것을 연립하여 풀면 $a = 4, b = -1$

$$\therefore a + b = 3$$

7. 한 개의 주사위를 던질 때, 짝수의 눈이 나오거나 소수의 눈이 나오는 경우의 수를 구하시오.

▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 5 가지

해설

짝수의 눈 : 2, 4, 6 (3 가지)

소수의 눈 : 2, 3, 5 (3 가지)

짝수이면서 소수인 눈 : 2 (1 가지)

따라서 짝수 또는 소수의 눈이 나오는 경우의 수는

$$3 + 3 - 1 = 5 \text{ 이다.}$$

∴ 5 가지

8. 남학생 4 명, 여학생 6 명 중에서 반장 1 명, 부반장 1 명을 뽑는 경우의 수를 구하여라.

▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 90가지

해설

$${}_{10}P_2 = 90$$

9. 조건제시법으로 나타낸 집합 A 의 원소들의 합을 구하여라.
 $A = \{x \mid x = a + 2b, a, b \text{는 절댓값이 1이하인 정수}\}$

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$|a| \leq 1, |b| \leq 1$ 인 정수이므로

$a = -1, 0, 1, b = -1, 0, 1$

$\therefore x \Rightarrow -1 + 2 \times (-1), -1 + 2 \times 0, -1 + 2 \times 1, 0 + 2 \times (-1),$
 $0 + 2 \times 0, 0 + 2 \times 1, 1 + 2 \times (-1), 1 + 2 \times 0, 1 + 2 \times 1$
 $\Rightarrow -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$

$\therefore A = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$ 이므로 원소들의 합은 0이다

10. 두 조건 $p : x^2 - ax - 6 > 0$, $q : x^2 + 2x - 3 \neq 0$ 에 대하여 $p \rightarrow q$ 가 참일 때 a 의 최댓값, 최솟값의 합은?

① -7

② -6

③ -5

④ -4

⑤ -3

해설

$p \rightarrow q$ 는 $\sim q \rightarrow \sim p$ 와 동치임을 이용

$\therefore x^2 + 2x - 3 = 0$ 이면 $x^2 - ax - 6 \leq 0$ 이다.

$$x^2 + 2x - 3 = (x + 3)(x - 1) = 0,$$

$x = -3, 1$ 이면 $x^2 - ax - 6 \leq 0$ 이다.

1) $x = -3 : 9 + 3a - 6 \leq 0 \rightarrow a \leq -1$

2) $x = 1 : 1 - a - 6 \leq 0 \rightarrow a \geq -5$

$$\therefore -5 \leq a \leq -1$$

따라서, $-5 + (-1) = -6$

11. *various* 의 7 개의 문자를 일렬로 나열할 때, 양 끝에 모두 자음이 오는 경우의 수는?

① 120

② 360

③ 600

④ 720

⑤ 1080

해설

자음 3 개중 2 개를 뽑아 일렬로 나열하는 수 : ${}_3P_2$

나머지 5 개 문자를 배열하는 수 : $5!$

$${}_3P_2 \times 5! = 720$$

12. 여섯 개의 숫자 0, 1, 2, 3, 4, 5에서 서로 다른 세 가지 숫자를 사용하여 만든 세 자리의 자연수 중 5의 배수는 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 36 개

해설

(i) 1의 자리가 0인 경우 : 100의 자리에 1, 2, 3, 4, 5의 5가지가 올 수 있고, 10의 자리에는 100의 자리의 수를 제외한 4가지가 올 수 있다.

$$\therefore 5 \times 4 = 20(\text{가지})$$

(ii) 1의 자리가 5인 경우 : 100의 자리에 1, 2, 3, 4의 4가지가 올 수 있고, 10의 자리에는 100의 자리의 수를 제외한 3가지와 0의 4가지가 올 수 있다.

$$\therefore 4 \times 4 = 16(\text{가지})$$

(i), (ii)에서 $20 + 16 = 36(\text{개})$

13. 7 개의 숫자 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 에서 서로 다른 5 개의 숫자를 택하여 5 자리의 정수를 만들 때, 4 의 배수인 수의 개수를 구하여라.



답 :

개



정답 : 624 개

해설

4 의 배수이라면 끝의 두자리 수가 4 의 배수이어야 하므로
5 자리 수의 숫자 배열은 다음 중 하나이다.

04

24

12

32

16

36

20

40

52

56

60

64

$\therefore$ 구하는 개수는 $4 \times {}_5P_3 + 8 \times ({}_5P_3 - {}_4P_2) = 240 + 384 = 624$

14. n 명의 학생들이 두 명씩 짝을 지었더니 1명이 남았다. 짝을 지은 두 명끼리 가위바위보를 하여 이긴 학생들과 나머지 1명을 한 교실에 모이게 한 다음, 모든 사람끼리 한 번씩 악수를 시켰더니 모두 190번의 악수가 이루어졌다. 이 때, n 의 값은?

① 35

② 37

③ 39

④ 41

⑤ 43

해설

두 명씩 짝을 지었더니 1명의 학생이 남았으므로 n 은 홀수이다. $n = 2k + 1$ (k 는 자연수)이라 하면 가위바위보를 하여 이긴 학생의 수는

$$\frac{n-1}{2} = k(\text{명}) \text{이므로 교실에 모인 사람은}$$

$(k+1)$ 명이다. $(k+1)$ 명이 모두 악수를 한 횟수는 $(k+1)$ 명 중에서 서로 다른 두 명을 뽑는 조합의 수와 같으므로

$${}_{k+1}C_2 = \frac{(k+1)k}{2} = 190$$

$$k(k+1) = 380 = 19 \times 20$$

$$\therefore k = 19$$

따라서, n 의 값은 $2 \times 19 + 1 = 39$

15. 두 집합 $X = \{-1, 0, 1, 2\}$ 에서 $Y = \{3, 4, 5, 6, 7\}$ 에 대하여 함수 $f : X \rightarrow Y$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, 함수 f 의 개수를 구하여라. (단, $a \in X, b \in Y$)

$a < b$ 이면 $f(a) > f(b)$ 이다.

▶ 답 :

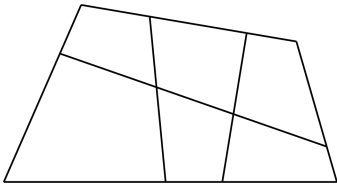
▷ 정답 : 5개

해설

Y 의 원소 5개 중 X 의 원소 $-1, 0, 1, 2$ 에
대응될 원소 4개를 뽑으면 된다.

$$\therefore {}_5C_4 = 5(\text{개})$$

16. 아래 그림과 같이 가로로 3개의 선분과 세로로 4개의 선분이 만나고 있다. 만들 수 있는 사각형의 개수를 구하여라.



▶ 답 : 개

▷ 정답 : 18 개

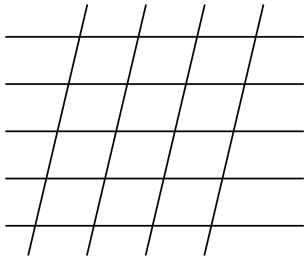
해설

3개의 가로선 중 2개를 택하고, 4개의 세로선 중 2개를 택하면 사각형이 결정된다.

따라서 구하는 사각형의 개수는

$${}_3C_2 \times {}_4C_2 = 3 \times 6 = 18$$

17. 그림과 같이 5개의 평행선과 4개의 평행선이 서로만날 때, 이 평행선으로 만들어지는 평행사변형의 개수는?



① 30

② 40

③ 50

④ 60

⑤ 70

해설

가로줄에서 2 개, 세로줄에서 2 개를 선택하면 평행사변형이 된다.

$$\therefore {}_4C_2 \times {}_5C_2 = 60$$

18. 자연수를 원소로 하는 두 집합 $A = \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6\}$, $B = \{a_k + b | a_k \in A\}$ 가 있다. $A \cap B = \{4, 7, 9\}$ 이고, 집합 A 의 원소의 합이 32, $A \cup B$ 의 원소의 합이 62일 때, 집합 B 의 원소 중 가장 큰 수와 작은 수의 차를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$A \cap B$ 의 원소의 합에서 집합 A 의 원소의 합을 빼고,

$A \cup B$ 의 원소의 합을 더해 주면

집합 B 의 원소의 합이 되므로, 집합 B 의 원소의 합은 50이다.

집합 A 의 원소의 합이

$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 = 32$ 이고,

$B = \{a_1 + b, a_2 + b, a_3 + b, a_4 + b, a_5 + b, a_6 + b\}$ 이므로

집합 B 의 원소의 합은

$a_1 + b + a_2 + b + a_3 + b + a_4 + b + a_5 + b + a_6 + b = 32 + 6b$

$32 + 6b = 50$ 이므로 $b = 3$ 이 된다.

교집합의 원소인 4, 7, 9는 집합 A 와 B 의 원소이므로 각각 3을 더한 7, 10, 12도 집합 B 의 원소가 된다.

또 집합 B 의 원소의 합이 50이므로 4, 7, 9, 10, 12와 8이 된다.

$\therefore B = \{4, 7, 8, 9, 10, 12\}$

19. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

① $A \subset B$ 이면 $A \cap B = A$ 이다.

② $A \subset B$ 이면 $A^c \subset B^c$ 이다.

③ $B - A = B \cap A^c$

④ $A \cap \emptyset^c = A$

⑤ $U - \emptyset = A \cap A^c$

해설

② $A \subset B$ 이면 $A^c \supset B^c$ 이다.

④ $A \cap \emptyset^c = A \cap U = A$

⑤ $U - \emptyset = U = A \cup A^c$

20. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 세 부분집합 $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{3, 4\}$, $C = \{1, 2, 5\}$ 에서 $A \star B = (A - B) \cup (B - A)$ 라 할 때, 집합 $(A \star B) \star C$ 의 원소의 합을 구하면?

① 5

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

$$A \star B = (A - B) \cup (B - A) = \{1, 2, 4\}$$

$$\begin{aligned} \{1, 2, 4\} \star C &= (\{1, 2, 4\} - C) \cup (C - \{1, 2, 4\}) \\ &= \{4, 5\} \end{aligned}$$

$$\therefore (A \star B) \star C = \{4, 5\}$$

21. 두 곡선 $y = \sqrt{x+1}+1$, $x = \sqrt{y+1}+1$ 의 교점을 P라고 할 때, 선분 OP의 길이를 구하면? (단, O는 원점)

- ① $3\sqrt{2}$ ② $6\sqrt{2}$ ③ $9\sqrt{2}$ ④ $6\sqrt{3}$ ⑤ $9\sqrt{3}$

해설

두 함수가 서로 역함수 관계이므로 곡선의 교점은 $y = \sqrt{x+1}+1$ 와 $y = x$ 의 교점과 같다.

$$\sqrt{x+1}+1 = x \text{에서}$$

$$x+1 = (x-1)^2$$

$$x = 0, 3$$

$$x \geq 1 \text{이므로 } x = 3$$

$$\therefore P(3, 3)$$

$$\overline{OP} = \sqrt{3^2 + 3^2} = 3\sqrt{2}$$

22. 인터넷 동호회 A, B의 회원 6명, 6명이 모여 연합동호회를 만들려고 한다. 연합동호회의 대표를 3명 정할 때, A동호회의 회원이 적어도 한 명 포함되는 경우의 수는?

① 160

② 200

③ 270

④ 315

⑤ 380

해설

적어도 동호회 A의 회원이 포함되는 경우의 수는 12명 중에서 3명을 택하는 조합의 수에서 대표 3명이 모두 동호회 B의 회원인 경우의 수를 제외하면 된다.

전체 12명 중에서 3명을 뽑는 경우의 수는 ${}_{12}C_3$,

대표 3명을 모두 동호회 B에서 뽑는 경우의 수는 ${}_6C_3$ 이므로 구하는 경우의 수는

$$\begin{aligned} {}_{12}C_3 - {}_6C_3 &= \frac{12 \times 11 \times 10}{3 \times 2 \times 1} - \frac{6 \times 5 \times 4}{3 \times 2 \times 1} \\ &= 220 - 20 = 200 \end{aligned}$$

23. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 20 \text{ 이하의 } 6\text{의 배수}\}$ 에 대하여 집합 A 의 모든 부분집합의 원소의 합을 구한 것은?

① 122

② 144

③ 166

④ 188

⑤ 210

해설

$A = \{6, 12, 18\}$ 이므로 부분집합은

$\{6\}, \{12\}, \{18\}, \{6, 12\}, \{6, 18\}, \{12, 18\}, \{6, 12, 18\}$ 이고 6, 12, 18
이 4번씩 들어가므로

$(6 + 12 + 18) \times 4 = 144$ 이다.

24. 함수 $f(x)$ 가 임의의 x, y 에 대하여 $f(x+y) + f(y-x) - 2f(y) = 2x^2$, $f(x) = f(-x)$ 를 만족시킬 때, $f(1) \cdot f(2)$ 의 값은? (단, $f(0) = 1$)

① 1

② 4

③ 8

④ 10

⑤ 12

해설

임의의 x, y 에 대하여 $f(x+y) + f(y-x) - 2f(y) = 2x^2$,
 $f(x) = f(-x)$ 일 때

i) $x = 1, y = 0$ 을 대입

$$f(1+0) + f(0-1) - 2f(0) = 2 \times 1 \quad (\because f(0) = 1)$$

$$f(1) + f(-1) - 2 \times 1 = 2 \times 1$$

$$2f(1) = 4 \quad (\because f(1) = f(-1)) \rightarrow f(1) = 2$$

ii) $x = 1, y = 1$ 을 대입

$$f(1+1) + f(1-1) - 2f(1) = 2 \times 1$$

$$f(2) + f(0) - 2 \times 2 = 2$$

$$f(2) + 1 - 4 = 2 \rightarrow f(2) = 5$$

$$\therefore f(1) \cdot f(2) = 2 \times 5 = 10$$

25. 양의 실수 전체의 집합 X 에서 X 로의 일대일 대응인 두 함수 f, g 에 대하여 $f^{-1}(x) = x^2$, $(f \circ g^{-1})(x^2) = x$ 일 때, $(f \circ g)(20)$ 의 값은?
(단, f^{-1}, g^{-1} 는 각각 f, g 의 역함수)

- ① $2\sqrt{5}$ ② $4\sqrt{10}$ ③ 40 ④ 200 ⑤ 400

해설

$$f^{-1}(x) = x^2 \text{ 에서 } f(x^2) = x \cdots \textcircled{㉠}$$

$$(f \circ g^{-1})(x^2) = x \text{ 에서 } f(g^{-1}(x^2)) = x \cdots \textcircled{㉡}$$

f 는 일대일 대응이므로 $\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡}$ 에서

$$g^{-1}(x^2) = x^2$$

$$\therefore g(x^2) = x^2$$

따라서 $g(20) = 20$, $f(20) = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$ 이므로

$$(f \circ g)(20) = f(g(20)) = f(20) = 2\sqrt{5}$$