

1. 다음은 학생 8 명의 기말고사 국어 성적을 조사하여 만든 것이다. 학생들 8 명의 국어 성적의 분산은?

계급	도수
55이상 ~ 65미만	3
65이상 ~ 75미만	3
75이상 ~ 85미만	1
85이상 ~ 95미만	1
합계	8

- ① 60 ② 70 ③ 80 ④ 90 ⑤ 100

해설

학생들의 국어 성적의 평균은

$$\begin{aligned}
 (\text{평균}) &= \frac{\{(\text{계급값}) \times (\text{도수})\} \text{의 총합}}{(\text{도수}) \text{의 총합}} \\
 &= \frac{560}{8} = 70(\text{점})
 \end{aligned}$$

따라서 구하는 분산은

$$\begin{aligned}
 &\frac{1}{8}\{(60-70)^2 \times 3 + (70-70)^2 \times 3 + (80-70)^2 \times 1 + (90-70)^2 \times 1\} \\
 &= \frac{1}{8}(300 + 0 + 100 + 400) = 100
 \end{aligned}$$

이다.

2. 세변의 길이가 각각 다음과 같을 때, 직각삼각형이 아닌 것은?

① 3, 5, 4

② 4, 2, $2\sqrt{3}$

③ $\sqrt{3}$, $2\sqrt{2}$, $\sqrt{5}$

④ $\sqrt{15}$, 6, $\sqrt{21}$

⑤ 4, 5, $2\sqrt{2}$

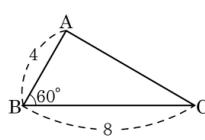
해설

세 변의 길이가 a, b, c 인 삼각형에서 가장 긴 변의 길이를 c 라고 할 때, $a^2 + b^2 = c^2$ 성립하면 직각삼각형이고, $a^2 + b^2 \neq c^2$ 이면 직각삼각형이 아니다.

⑤ 가장 긴 변은 5이고, $4^2 + (2\sqrt{2})^2 \neq 5^2$ 이므로 직각삼각형이 아니다.

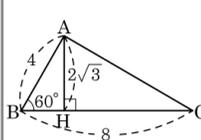
3. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 의 넓이는?

- ① $4\sqrt{3}$ ② 8 ③ $6\sqrt{3}$
 ④ $7\sqrt{3}$ ⑤ $8\sqrt{3}$



해설

점 A에서 \overline{BC} 에 내린 수선의 발을 H라 하면 $\triangle ABH$ 에서 $\overline{AH} : \overline{AB} = \overline{AH} : 4 = \sqrt{3} : 2$
 $\therefore \overline{AH} = 2\sqrt{3}$
 $\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 8 \times 2\sqrt{3} = 8\sqrt{3}$



4. 두 점 $A(a, 4)$, $B(-7, b)$ 의 중점의 좌표가 $(-1, 5)$ 일 때, \overline{AB} 의 길이는?

① $\sqrt{37}$

② $2\sqrt{37}$

③ $4\sqrt{37}$

④ $\frac{3\sqrt{37}}{2}$

⑤ $\frac{\sqrt{37}}{2}$

해설

\overline{AB} 의 중점은 $\left(\frac{a-7}{2}, \frac{4+b}{2}\right) = (-1, 5)$ 이므로 $a = 5$, $b = 6$

$A(5, 4)$, $B(-7, 6)$

$\therefore AB = \sqrt{(5+7)^2 + (4-6)^2} = \sqrt{144+4} = 2\sqrt{37}$

6. 다섯 개의 변량 5, 7, x , y , 8 의 평균이 6 이고, 분산이 5 일 때, $2xy$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 33

해설

다섯 개의 변량 5, 7, x , y , 8 의 평균이 6 이므로

$$\frac{5+7+x+y+8}{5} = 6, \quad x+y+20 = 30$$

$$\therefore x+y = 10 \quad \text{.....} \textcircled{1}$$

또, 분산이 5 이므로

$$\frac{(5-6)^2 + (7-6)^2 + (x-6)^2 + (y-6)^2}{5}$$

$$+ \frac{(8-6)^2}{5} = 5$$

$$\frac{1+1+x^2-12x+36+y^2-12y+36+4}{5} = 5$$

$$\frac{x^2+y^2-12(x+y)+78}{5} = 5$$

$$x^2+y^2-12(x+y)+78 = 25$$

$$\therefore x^2+y^2-12(x+y) = -53 \quad \text{.....} \textcircled{2}$$

$\textcircled{2}$ 의 식에 $\textcircled{1}$ 을 대입하면

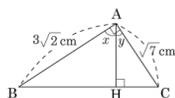
$$x^2+y^2 = 12(x+y) - 53 = 12 \times 10 - 53 = 67$$

$$\therefore x^2+y^2 = 67 \quad \text{.....} \textcircled{3}$$

$$(x+y)^2 = x^2+y^2+2xy, \quad 10^2 = 67+2xy, \quad 2xy = 33$$

$$\therefore 2xy = 33$$

7. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형의 점 A 에서 빗변에 내린 수선의 발을 H 라 하고, $\overline{AB} = 3\sqrt{2}\text{cm}$, $\overline{AC} = \sqrt{7}\text{cm}$, $\angle BAH = x$, $\angle CAH = y$ 일 때, $3\sin^2 x - 2\sin^2 y$ 의 값을 구하여라.



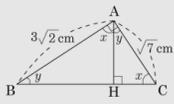
▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{8}{5}$

해설

$$x + y = 90^\circ$$

$$\therefore \angle B = y, \angle C = x$$



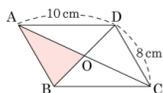
$\triangle ABC$ 에서

$$\overline{BC} = \sqrt{(3\sqrt{2})^2 + (\sqrt{7})^2} = 5(\text{cm})$$

$$\therefore \sin x = \frac{3\sqrt{2}}{5}, \sin y = \frac{\sqrt{7}}{5}$$

$$3\sin^2 x - 2\sin^2 y = \frac{54}{25} - \frac{14}{25} = \frac{40}{25} = \frac{8}{5}$$

8. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 \overline{AC} , \overline{BD} 의 교점을 O 라고 하자. $\angle BCD = 60^\circ$, $\overline{AD} = 10\text{cm}$, $\overline{CD} = 8\text{cm}$ 일 때, $\triangle ABO$ 의 넓이를 구하여라.



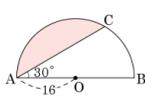
▶ 답: $\underline{\hspace{2cm}} \text{ cm}^2$

▶ 정답: $10\sqrt{3} \text{ cm}^2$

해설

$$\begin{aligned}
 (\square ABCD \text{의 넓이}) &= 10 \times 8 \times \sin 60^\circ \\
 &= 10 \times 8 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \\
 &= 40\sqrt{3} \text{ (cm}^2\text{)} \\
 \therefore \triangle ABO &= 40\sqrt{3} \times \frac{1}{4} = 10\sqrt{3} \text{ (cm}^2\text{)}
 \end{aligned}$$

11. 그림과 같이 반지름의 길이가 16 인 반원에서 $\angle BAC = 30^\circ$ 일 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



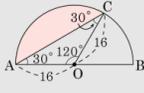
▶ 답:

▶ 정답: $\frac{256}{3}\pi - 64\sqrt{3}$

해설

$$16 \times 16 \times \pi \times \frac{120^\circ}{360^\circ} - \frac{1}{2} \times 16 \times 16 \times \sin(180^\circ - 120^\circ)$$

$$= \frac{256}{3}\pi - 64\sqrt{3}$$



12. 반지름의 길이가 9cm인 원의 중심으로부터 18cm 떨어진 점에서 그 원에 그은 접선의 길이는?

① $9\sqrt{3}$ cm

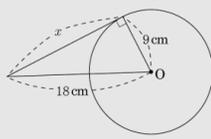
② $10\sqrt{3}$ cm

③ $11\sqrt{3}$ cm

④ $12\sqrt{3}$ cm

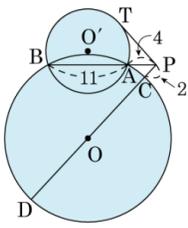
⑤ $13\sqrt{3}$ cm

해설



$$x = \sqrt{18^2 - 9^2} = \sqrt{9^2(4-1)} = 9\sqrt{3}(\text{cm})$$

13. 다음 그림과 같이 두 원이 두점에서 만날 때, 원 O의 넓이는?

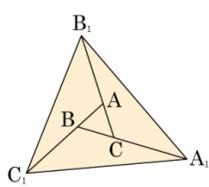


- ① 121π ② 144π ③ 169π ④ 196π ⑤ 225π

해설

$$\begin{aligned} \overline{PT}^2 &= \overline{PA} \times \overline{PB} = \overline{PC} \times \overline{PD} \\ 4 \times 15 &= 2 \times (2 + 2r) \\ 60 &= 2 \times (2 + 2r) \\ r &= 14 \\ \therefore \pi(14)^2 &= 196\pi \end{aligned}$$

14. 다음 그림과 같이 주어진 $\triangle ABC$ 에 대하여 변 BC 의 연장선 위에 $2\overline{BC} = \overline{CA_1}$ 이 되도록 점 A_1 를 찍고 같은 방법으로 점 B_1, C_1 를 찍어 $\triangle A_1B_1C_1$ 을 만들었다. $\triangle ABC$ 의 넓이가 4 일 때, $\triangle A_1B_1C_1$ 의 넓이는?



- ① 70 ② 72 ③ 74 ④ 76 ⑤ 78

해설

$\triangle BC_1A_1$ 의 넓이는

$$\frac{1}{2} \times \overline{BC_1} \times \overline{BA_1} \times \sin \angle C_1BA_1$$

$$= \frac{1}{2} \times (2\overline{AB}) \times (3\overline{BC}) \times \sin (180^\circ - \angle C_1BA_1)$$

$$= 6 \times \left(\frac{1}{2} \times \overline{AB} \times \overline{BC} \times \sin \angle ABC \right)$$

$$= 6 \times (\triangle ABC \text{의 넓이})$$

마찬가지로 계산하면

$$\triangle AB_1C_1 = \triangle CB_1A_1 = 6\triangle ABC$$

$$\begin{aligned} \therefore \triangle A_1B_1C_1 &= 18\triangle ABC + \triangle ABC \\ &= 19\triangle ABC \\ &= 76 \end{aligned}$$

15. 한 변의 길이가 r 인 정사각형 ABCD 의 외접원에서 호 AB 위에 임의의 한 점 P 를 잡을 때, $\frac{PB+PD}{PC}$ 의 값을 r 을 사용하여 나타내어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{2}$

해설

대각선 BD 의 길이는 $\sqrt{2}r$

사각형 BCDP 도 정사각형의 외접원에 외접하므로

$$PB \cdot CD + PD \cdot BC = PC \cdot BD$$

$$rPB + rPD = \sqrt{2}rPC, PB + PD = \sqrt{2}PC$$

$$\therefore \frac{PB+PD}{PC} = \sqrt{2}$$