

1. 다음 식을 만족하는 a, b, c 의 곱은?

$$1 \times 2 \times 4 \times 5 \times 10 \times 20 = 2^a \times 3^b \times 5^c$$

① 0

② 1

③ 4

④ 6

⑤ 8

해설

$$1 \times 2 \times (2 \times 2) \times 5 \times (2 \times 5) \times (2 \times 2 \times 5) = 2^6 \times 3^0 \times 5^3$$

$$\therefore a = 6, b = 0, c = 3$$

$$\therefore 6 \times 0 \times 3 = 0$$

2. $3^a \times 5^b$ 이 225 를 약수로 가질 때, 두 자연수 a, b 의 최솟값을 고르면?

① 1, 1

② 1, 2

③ 2, 1

④ 2, 2

⑤ 2, 3

해설

$3^a \times 5^b$ 이 $225 = 3^2 \times 5^2$ 을 약수로 가지므로, a 는 2 이상의 자연수, b 는 2 이상의 자연수가 되어야 한다.

그 중 최솟값은 $a = 2, b = 2$ 일 때이다.

3. 선미는 아버지께 자전거를 선물 받았는데 자전거의 자물쇠는 비밀 번호로 잠가지게 되어 있다. 자물쇠의 비밀번호는 막내 이모, 엄마, 나의 나이인 26, 36, 12 의 최소공배수의 각 자리의 숫자로 이루어져 있다. 자물쇠의 비밀번호로 가능한 가장 큰 세자리 수를 구하여라.(단, 최소공배수의 각 자리의 숫자는 한 번씩 사용한다.)

▶ 답:

▷ 정답: 864

해설

$$2 \overline{) 26 \quad 36 \quad 12}$$

$$2 \overline{) 13 \quad 18 \quad 6}$$

$$3 \overline{) 13 \quad 9 \quad 3}$$

$$13 \quad 3 \quad 1$$

최소공배수는 $2 \times 2 \times 3 \times 13 \times 3 = 468$ 이다.

자물쇠의 비밀번호는 4, 6, 8 로 이루어져 있고, 그 중 가장 큰 수는 864 이다.

4. 두 자연수 $2^a \times 3$ 과 $2^3 \times 3^b \times 5$ 의 최소공배수가 $2^4 \times 3^2 \times 5$ 일 때,
 $a + b$ 의 값은?

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

최소공배수가 $2^4 \times 3^2 \times 5$ 이므로, $a = 4$, $b = 2$ 이다.

$$\therefore a + b = 4 + 2 = 6$$

5. 세 수 16, 24, 36의 공배수 중 700에 가장 가까운 수를 구하여라.

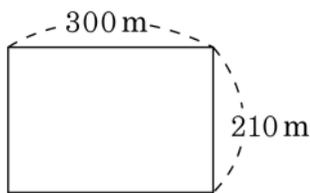
▶ 답:

▷ 정답: 720

해설

세 수의 최소공배수는 $2^4 \times 3^2 = 144$ 이므로, 144의 배수 중 700에 가장 가까운 수는 720이다.

7. 다음 그림과 같이 가로 길이가 300 m, 세로의 길이가 210 m 인 직사각형 모양의 땅의 둘레에 일정한 간격으로 나무를 심으려고 한다. 네 모퉁이에는 반드시 나무를 심어야 하고 나무를 가능한 한 적게 심으려고 할 때, 필요한 나무의 그루수는?



① 32 그루

② 34 그루

③ 36 그루

④ 38 그루

⑤ 40 그루

해설

나무의 간격은 $300 = 2^2 \times 3 \times 5^2$,

$210 = 2 \times 3 \times 5 \times 7$ 의 최대공약수 30 (m),

나무 사이의 간격을 30 m 라 할 때,

가로 $300 = 30 \text{ (m)} \times 10 \text{ (그루)}$

세로 $210 = 30 \text{ (m)} \times 7 \text{ (그루)}$

직사각형 모양의 꽃밭의 가장자리에 필요한 나무 그루수는

$(10 + 7) \times 2 = 34 \text{ (그루)}$

8. 옛날부터 우리나라에는 십간(☿☿)과 십이지(☿☿☿)를 이용하여 매해에 이름을 붙였다. 십간과 십이지를 차례대로 짝지으면 다음과 같이 그 해의 이름을 만들 수 있다. 다음 표에서 알 수 있듯이 2011년은 신묘년이다. 다음 중 신묘년이 아닌 해는?

정	무	기	경	신	임	계	갑
축	인	묘	진	사	오	미	신
정축	무인	기묘	경진	신사	임오	계미	갑신
1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004
을	병	정	무	기	경	신	
유	술	해	자	축	인	묘	
을유	병술	정해	무자	기축	경인	신묘	
2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	

- ① 1831년 ② 1881년 ③ 1951년
 ④ 2071년 ⑤ 2131년

해설

십간(☿☿)의 10가지와 십이지(☿☿☿)의 12가지를 계속 돌아가면서 조합이 이루어지므로 같은 이름의 년도는 60년 만에 한 번씩 돌아오게 된다. 따라서 2011년이 신묘년이면 1831년, 1891년, 1951년, 2071년, 2131년도 신묘년이다.

9. 민수는 15 층 아파트에서 살고 있는데, 엘리베이터가 자주 고장이 난다. 어느 날 엘리베이터 입구에 ‘약수의 개수가 1 개 또는 3 개 이상인 층에서만 쉼니다.’ 라는 문구가 적혀 있었을 때, 엘리베이터가 서는 층은 모두 몇 개인가?

① 5 개

② 6 개

③ 7 개

④ 8 개

⑤ 9 개

해설

약수의 개수가 1 개인 수는 1 뿐이다. 약수가 3 개 이상인 수는 합성수이므로 15 층 아래에 있는 합성수는 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15 로 8 개이다. 따라서 약수의 개수가 1 개 또는 3 개 이상인 수는 모두 9 개이다.

10. 196 을 $a^m \times b^n$ 으로 소인수분해하였을 때, $a + b + m + n$ 의 값은?

① 11

② 12

③ 13

④ 14

⑤ 15

해설

$$196 = 2^2 \times 7^2$$

따라서 $a = 2, b = 7, m = 2, n = 2$

$$a + b + m + n = 13$$

11. $24 \times a$ 가 어떤 자연수 A 의 제곱이 될 때, A 의 최솟값은?

① 9

② 12

③ 36

④ 54

⑤ 100

해설

$$24 \times a = 2^3 \times 3 \times a$$

$$\text{가장 작은 } a = 2 \times 3 = 6$$

$$A^2 = 2^3 \times 3 \times 2 \times 3 = 2^4 \times 3^2 = (12)^2$$

$$\therefore A = 12$$

12. 자연수 x, y 에 대하여 $\frac{2^2 \times 5}{x} = y^2$ 을 만족하는 x 의 값을 모두 구하면?

① 1, 4

② 4, 5

③ 5, 20

④ 4, 5, 20

⑤ 1, 2, 4, 5, 20

해설

$\frac{2^2 \times 5}{x} = y^2$ 을 만족하는 자연수 x 는 $5, 5 \times 2^2$ 이다.

13. 소인수분해를 이용하여 50의 약수의 개수를 구하려고 한다. 다음 중 a, b, c 에 들어갈 알맞은 수를 차례대로 나열한 것은?

$$50 = 2^a \times 5^b \quad \text{약수의 개수} : (a+1) \times (b+1) = c \text{ (개)}$$

- ① 1, 2, 3 ② 1, 2, 6 ③ 2, 4, 8 ④ 2, 5, 8 ⑤ 3, 4, 5

해설

50을 소인수분해하면 $50 = 2 \times 5^2$ 이므로 $a = 1, b = 2$ 이다.
또한 50의 약수의 개수는 $(1+1) \times (2+1) = 6$ (개) 이므로 $c = 6$ 이다.

따라서 $a = 1, b = 2, c = 6$ 이다.

14. 약수의 개수가 36 개이고, $2^x \times 3^y \times 5^z \times 7$ 으로 소인수분해되는 자연수는 모두 몇 개인가? (단, x, y, z 는 자연수)

- ① 3개 ② 6개 ③ 9개 ④ 12개 ⑤ 15개

해설

$36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$ 이므로

$(x, y, z) = (1, 2, 2), (2, 1, 2), (2, 2, 1)$ 으로 3 개이다.

15. $5^4 \times \square$ 의 약수의 개수가 15 개일 때, \square 안에 들어갈 수 있는 가장 작은 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$\square = a^x$ (a 는소수) 라고 하면 $5^4 \times a^x$ 의 약수의 개수는 15 개이므로

$(4 + 1) \times (x + 1) = 15$, $x + 1 = 3$, $x = 2$ 이다.

또한 가장 작은 자연수가 되기 위해서는 $a = 2$ 이다.

따라서 $\square = a^x = 2^2 = 2 \times 2 = 4$ 이다.

16. 108, 135 의 최대공약수는?

① 2^2

② 3^3

③ 2^3

④ 3×5

⑤ $2^2 \times 3^2$

해설

$108 = 2^2 \times 3^3$, $135 = 3^3 \times 5$ 이므로 최대공약수는 3^3

17. 두 자연수 a, b 의 최대공약수는 24 이다. $a, b, 32$ 의 공약수를 모두 구하면?

① 1

② 1, 2

③ 1, 2, 4

④ 1, 2, 4, 8

⑤ 1, 2, 4, 8, 16

해설

a, b 의 공약수는 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24 이다.

32 의 약수는 1, 2, 4, 8, 16, 32 이다.

따라서 두 수의 공약수는 1, 2, 4, 8 이다.

18. 두 자연수 a, b 에 대하여 a 와 b 의 최대공약수를 $[a, b]$ 라 정의한다. x 는 1000 이하의 자연수라 할 때, $[x, 24] = 8$ 를 만족하지 않는 x 의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 916 개

해설

$24 = 2^3 \times 3$, $[x, 24] = 8$ 이므로

x 는 2^3 을 인수로 가지고 3 을 인수로 가지지 않는 수이다.

따라서 x 는 8 의 배수이면서 3 의 배수가 아닌 수이다.

1000 이하의 8 의 배수는 125 개, 24 의 배수가 41 개이므로,

8 의 배수이면서 3 의 배수가 아닌 수는 $125 - 41 = 84$ 이다.

\therefore 구하는 값은 $1000 - 84 = 916$ 이다.

19. 체육대회 후에 문구류 종합세트를 만들어서 상품으로 나누어 주려고 한다. 볼펜 462 개, 지우개 693 개, 연필 1155 개, 공책 1848 권을 똑같이 나누어서 되도록 많은 개수의 상품세트를 만들려고 할 때, 상품세트는 최대 몇 개를 만들 수 있는가? 또, 상품세트에는 볼펜, 지우개, 연필, 공책이 각각 몇 개씩 들어가는지 구하여라.

- ① 상품세트 231 개, 볼펜 2 개, 지우개 4 개, 연필 5 개, 공책 6 권
- ② 상품세트 231 개, 볼펜 2 개, 지우개 3 개, 연필 5 개, 공책 8 권
- ③ 상품세트 221 개, 볼펜 3 개, 지우개 4 개, 연필 4 개, 공책 8 권
- ④ 상품세트 221 개, 볼펜 2 개, 지우개 4 개, 연필 5 개, 공책 6 권
- ⑤ 상품세트 221 개, 볼펜 3 개, 지우개 3 개, 연필 4 개, 공책 8 권

해설

상품세트의 개수는 462, 693, 1155, 1848 의 최대공약수이므로
231

볼펜의 개수 : $462 \div 231 = 2$ (자루)

지우개의 개수 : $693 \div 231 = 3$

연필의 개수 : $1155 \div 231 = 5$

공책의 개수 : $1848 \div 231 = 8$

20. 우유 48 개, 빵 62 개, 사과 33 개를 가능한 한 많은 사람에게 같은 개수로 나누어 주려고 한다. 우유는 개수가 맞았고, 빵은 2 개, 사과는 3 개가 남았을 때, 한 사람이 받는 우유, 빵, 사과의 합을 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 23개

해설

48, 60, 30 의 최대공약수는 6 이다.

→ 한 사람당 우유 8 개, 빵 10 개, 사과 5 개씩 받는다.

따라서 한 사람이 받는 우유, 빵, 사과의 합은 23개이다.

21. 9로 나누면 나머지가 8, 8로 나누면 나머지가 7, 7로 나누면 나머지가 6, 6으로 나누면 나머지가 5, 5로 나누면 나머지가 4인 자연수 중에서 최소의 자연수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 2519

해설

조건을 만족하는 수는

(9, 8, 7, 6, 5의 공배수)-1의 꼴이고

9, 8, 7, 6, 5의 최소공배수는 2520이다.

따라서 최소의 자연수는 $2520 - 1 = 2519$ 이다.

22. 세 자리의 두 정수의 최소공배수가 840 이고 최대공약수가 21 이라고 한다. 이때, 이를 만족하는 두 정수의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 273

해설

$$840 = 2^3 \times 3 \times 5 \times 7,$$

두 수는 최대공약수 21의 배수이고, 세 자리 수이므로 $21 \times 5 = 105$ 와 $21 \times 2^3 = 168$ 이 된다.

$$\therefore 105 + 168 = 273$$

23. $ab = 250$ 이고, a, b 의 최대공약수는 5 를 만족하는 순서쌍 (a, b) 의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 4 개

해설

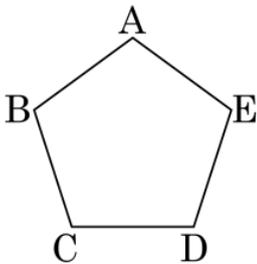
$a = 5 \times m, b = 5 \times n$ 이라 두면,

$25 \times m \times n = 250 \rightarrow m \times n = 10$,

$(a, b) = (5, 50), (10, 25), (25, 10), (50, 5)$

\therefore (순서쌍 (a, b) 의 개수) = 4 (개)

24. 다음 그림과 같은 정오각형 ABCDE 의 각 꼭짓점 A, B, C, D, E 에 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ... 과 같이 숫자를 차례로 대응시킬 때, 50 과 100 사이의 수 중에서 꼭짓점 D 에 오는 숫자는 모두 몇 개인지 구하여라.



▶ 답: 개

▷ 정답: 10 개

해설

각 꼭짓점에는 5 로 나누었을 때 나머지가 1 인 수부터 차례로 써 나가면 되므로

D 에는 나머지가 4 인 수 중에서 50 과 100 사이의 수가 올 수 있다. 따라서 54, 59, ..., 99 까지 10 개가 된다.

25. 어떤 자연수 A 를 두 분수 $\frac{25}{6}$, $\frac{70}{9}$ 에 각각 곱했더니 그 결과가 모두 자연수가 되었다. 또 어떤 분수 $\frac{A}{B}$ 를 두 분수 $\frac{25}{6}$, $\frac{70}{9}$ 에 각각 곱했더니 그 결과 역시 모두 자연수가 되었다. 가능한 수 중 가장 작은 A , 가장 큰 B 를 구하여 $A + B$ 를 계산하여라.

- ① 23 ② 25 ③ 27 ④ 33 ⑤ 35

해설

자연수 A 는 두 분수 $\frac{25}{6}$, $\frac{70}{9}$ 의 분모인 6, 9 의 공배수이다. 따라서 이를 만족하는 가장 작은 자연수는 6 과 9 의 최소공배수인 18 이다.

분수 $\frac{A}{B}$ 에서 B 는 두 분수 $\frac{25}{6}$, $\frac{70}{9}$ 의 분자인 25, 70 의 공약수이다. 따라서 이를 만족하는 가장 큰 자연수는 25 와 70 의 최대공약수인 5 이다.

$A = 18$, $B = 5$ 이므로

$A + B = 23$ 이다.