

1. 다음 중 근호를 꼭 사용하여야만 나타낼 수 있는 제곱근은?

① $-\sqrt{4}$

② $\pm\sqrt{11}$

③ $\sqrt{25}$

④ $\pm\sqrt{100}$

⑤ 0

해설

① $-\sqrt{4} = -2$

② $\pm\sqrt{11}$

③ $\sqrt{25} = 5$

④ $\pm\sqrt{100} = \pm 10$

⑤ 0

2. 다음 중 무리수를 모두 고르면?

보기

㉠ $\sqrt{3}$	㉡ $\sqrt{13}$	㉢ $\sqrt{2} + \sqrt{9}$
㉤ $-\sqrt{(-3)^2}$	㉥ $\sqrt{\frac{9}{16}}$	㉦ $\sqrt{(99+1)}$

- ① ㉠, ㉡, ㉢ ② ㉠, ㉡, ㉤ ③ ㉡, ㉢, ㉤
④ ㉢, ㉤, ㉥ ⑤ ㉤, ㉥, ㉦

해설

- ㉠ $\sqrt{3}$: 무리수
㉡ $\sqrt{13}$: 무리수
㉢ $\sqrt{2} + \sqrt{9} = \sqrt{2} + 3$: 무리수
㉤ $-\sqrt{(-3)^2} = -\sqrt{9} = -3$: 유리수
㉥ $\sqrt{\frac{9}{16}} = \frac{3}{4}$: 유리수
㉦ $\sqrt{(99+1)} = \sqrt{100}$: 유리수

3. 다음 중 $\sqrt{3}$ 과 $\sqrt{7}$ 사이에 있는 무리수는?

① $\sqrt{3} + 2$

② $2\sqrt{2}$

③ $\frac{\sqrt{3} + \sqrt{7}}{2}$

④ 4

⑤ $\sqrt{7} - 3$

해설

$$1 < \sqrt{3} < 2 \Rightarrow 3 < \sqrt{3} + 2 < 4$$

4. $\sqrt{0.45}$ 를 $a\sqrt{5}$ 의 꼴로 나타내었을 때, a 의 값을 구하면?

- ① $\frac{1}{10}$ ② $\frac{3}{10}$ ③ $\frac{4}{11}$ ④ $\frac{5}{11}$ ⑤ $\frac{5}{12}$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{0.45} &= \sqrt{\frac{45}{100}} = \sqrt{\frac{3^2 \times 5}{10^2}} = \frac{3\sqrt{5}}{10} \\ \therefore a &= \frac{3}{10}\end{aligned}$$

5. $\sqrt{2} = a$, $\sqrt{3} = b$, $\sqrt{5} = c$ 일 때,
 $\sqrt{360} = 6(\quad)$ 로 나타낼 때, ($\quad$)에 들어갈 것은?

① ac

② $\sqrt{a}\sqrt{c}$

③ $\sqrt{b}\sqrt{c}$

④ bc

⑤ abc

해설

$$\sqrt{360} = \sqrt{3^2 \times 2^3 \times 5} = 6\sqrt{2}\sqrt{5} = 6ac$$

6. $a = \sqrt{2}$, $b = \sqrt{3}$ 일 때, $\frac{b}{a} - \frac{a}{b}$ 의 값은?

- ① $\frac{3}{2}$ ② $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ③ $\frac{\sqrt{6}}{2}$ ④ $\frac{\sqrt{6}}{3}$ ⑤ $\frac{\sqrt{6}}{6}$

해설

$$\frac{b}{a} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3} \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6}}{2}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2} \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$$

$$\therefore \frac{b}{a} - \frac{a}{b} = \frac{\sqrt{6}}{2} - \frac{\sqrt{6}}{3} = \frac{3\sqrt{6} - 2\sqrt{6}}{6} = \frac{\sqrt{6}}{6}$$

7. 제곱근표에서 $\sqrt{2.41} = 1.552$, $\sqrt{24.1} = 4.909$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① $\sqrt{241} = 15.52$ ② $\sqrt{0.241} = 0.4909$
③ $\sqrt{2410} = 49.09$ ④ $\sqrt{24100} = 155.2$
⑤ $\sqrt{0.0241} = 0.01552$

해설

$$\begin{aligned} \textcircled{5} \quad \sqrt{0.0241} &= \sqrt{2.41 \times 0.01} \\ &= 0.1 \sqrt{2.41} = 0.1 \times 1.552 \\ &= 0.1552 \end{aligned}$$

8. 다음 중 가장 큰 수는?

① $\sqrt{2^2}$ 의 음의 제곱근

② $\sqrt{(-3)^2}$

③ $-(\sqrt{5})^2$

④ $-(-\sqrt{6})^2$

⑤ $-\sqrt{49}$

해설

① $\sqrt{2^2} = 2$ 이므로 $\sqrt{2^2}$ 의 음의 제곱근 $= -\sqrt{2}$

② $\sqrt{(-3)^2} = \sqrt{9} = 3$

③ -5

④ -6

⑤ $-\sqrt{49} = -7$

9. $a > 0$ 일 때, 다음 식을 간단히 하면?

$$\sqrt{(-a)^2} + \sqrt{4a^2} - \sqrt{(-5a)^2}$$

- ① $-3a$ ② $-2a$ ③ $-a$ ④ a ⑤ $2a$

해설

$$\begin{aligned} & a > 0 \text{ 일 때} \\ & \sqrt{(-a)^2} + \sqrt{4a^2} - \sqrt{(-5a)^2} \\ & = -(-a) + 2a - (5a) \\ & = a + 2a - 5a \\ & = -2a \end{aligned}$$

10. 다음 중 $\sqrt{28x}$ 가 자연수가 되게 하는 x 의 값으로 옳지 않은 것은?

- ① $\frac{1}{7}$ ② 7^2 ③ 28 ④ 63 ⑤ $\frac{4}{7}$

해설

$$\sqrt{28x} = \sqrt{2^2 \times 7 \times x}$$

② $\sqrt{2^2 \times 7^3} = 2 \times 7 \times \sqrt{7} = 14\sqrt{7}$ 이 되어 자연수가 되지 못한다.

11. $\sqrt{384-24x}$ 가 자연수일 때, 자연수 x 의 값의 합을 구하면?

① 8

② 9

③ 10

④ 11

⑤ 12

해설

$\sqrt{384-24x}$ 에서

$384-24x=24(16-x)$ 이므로

$\sqrt{24(16-x)}=2\sqrt{6}\times\sqrt{16-x}$ 이다.

$\Rightarrow 2\sqrt{2\times 3}\times\sqrt{16-x}$

$16-x=6\times 1^2=6$

$x=10$ 이다.

$16-x=6\times 2^2=24$ 는 $x<0$ 이므로 x 가 자연수가 될 수 없다.

따라서 $x=10$ 의 값 한 개뿐이다.

12. 다음 보기의 설명 중 옳지 않은 것을 모두 고른 것은?

보기

- ㉠ $\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{3}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.
- ㉡ 두 정수 사이에는 또 다른 정수가 있다.
- ㉢ $\sqrt{5}$ 와 $\sqrt{7}$ 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.
- ㉣ 서로 다른 무리수의 합은 항상 무리수이다.
- ㉤ 1 과 2 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.

- ① ㉠,㉡

② ㉡,㉣

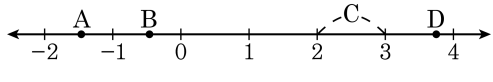
③ ㉠,㉢,㉣
- ④ ㉡,㉣,㉤

⑤ ㉠,㉡,㉣,㉤

해설

- ㉡ 두 정수 사이에는 또 다른 정수가 있다.
반례) 1 과 2 사이에는 정수가 존재하지 않는다.
- ㉣ 서로 다른 무리수의 합은 항상 무리수이다.
반례) $\sqrt{3} + (-\sqrt{3}) = 0$ 유리수가 되는 경우도 존재한다.

13. 다음은 수직선을 보고 설명한 것이다. 다음 중 틀린 것을 모두 고르면?



- ① $\sqrt{15}$ 는 3 과 4 사이에 위치한다.
- ② $-\sqrt{2}$ 는 점 B 에 위치한다.
- ③ A 와 B 사이에는 무한 개의 유리수가 존재한다.
- ④ $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{4}, \sqrt{5}, \sqrt{6}, \sqrt{7}, \sqrt{8}$ 중 구간 C 에 속하는 무리수는 모두 7 개이다.
- ⑤ $2\sqrt{3}$ 에 대응하는 점은 D 이다.

해설

- ② $-\sqrt{2}$ 는 점 A 에 위치한다.
- ④ $\sqrt{4}$ 는 무리수가 아니다.

14. $a > 0, b > 0$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고른 것은?

$\textcircled{\text{㉠}} \quad \frac{ab}{\sqrt{a}} = \frac{b\sqrt{a}}{a}$	$\textcircled{\text{㉡}} \quad \frac{\sqrt{b}}{c\sqrt{a}} = \frac{\sqrt{ab}}{ac}$
$\textcircled{\text{㉢}} \quad \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{ab}}{b}$	$\textcircled{\text{㉣}} \quad \frac{b}{c\sqrt{a}} = \frac{b\sqrt{a}}{c}$

- ① ㉠, ㉢ **② ㉠, ㉣** ③ ㉡, ㉢ ④ ㉡, ㉣ ⑤ ㉢, ㉣

해설

$$\textcircled{\text{㉠}} \quad \frac{ab}{\sqrt{a}} = \frac{ab\sqrt{a}}{a} = b\sqrt{a}$$
$$\textcircled{\text{㉡}} \quad \frac{\sqrt{b}}{c\sqrt{a}} = \frac{\sqrt{b}\sqrt{a}}{ac} = \frac{\sqrt{ab}}{ca}$$
$$\textcircled{\text{㉢}} \quad \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}\sqrt{b}}{b} = \frac{\sqrt{ab}}{b}$$
$$\textcircled{\text{㉣}} \quad \frac{b}{c\sqrt{a}} = \frac{b\sqrt{a}}{ac}$$

15. 다음의 A 의 값이 유리수일 때, 유리수 a 의 값과 A 의 값을 모두 바르게 말한 것은?

$$A = \sqrt{24} \left(\frac{1}{\sqrt{3}} - \sqrt{6} \right) - \frac{a}{\sqrt{2}} (\sqrt{32} - 2)$$

- ① $-2, -1$

② $-2, -4$

③ $-2, 2$
- ④ $-1, -8$

⑤ $2, -20$

해설

i) $\frac{\sqrt{24}}{\sqrt{3}} - \sqrt{24} \times \sqrt{6} - \frac{a}{\sqrt{2}} \times \sqrt{32} + \frac{a}{\sqrt{2}} \times 2$

$= \sqrt{8} - \sqrt{4} \times \sqrt{6} \times \sqrt{6} - \sqrt{16}a + a\sqrt{2}$

$= \sqrt{2}(2 + a) - 12 - 4a$

a 는 유리수이므로 값이 유리수가 되기 위해서는 $2+a = 0$ $\therefore$

$a = -2$

ii) $\sqrt{2}(2 + a) - 12 - 4a$ 에 $a = -2$ 를 대입하면

$\sqrt{2}(2 - 2) - 12 - 4 \times (-2) = -12 + 8 = -4$

16. $\sqrt{3n}$ 이 2 와 4 사이의 수가 되게 하는 정수 n 의 개수는 몇 개인가?

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

$$\begin{aligned} 2 &< \sqrt{3n} < 4 \\ 4 &< 3n < 16 \\ \therefore n &= 2, 3, 4, 5 \end{aligned}$$

17. 두 실수 a, b 가 $a = \sqrt{7} - 6, b = \sqrt{3} + \sqrt{7}$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

보기

- $\textcircled{\tiny \Gamma} \quad b - a > 0$
- $\textcircled{\tiny \text{L}} \quad a - b < 0$
- $\textcircled{\tiny \ominus} \quad ab < 0$
- $\textcircled{\tiny \oplus} \quad a + 3 < 0$
- $\textcircled{\tiny \omin�} \quad b - \sqrt{7} < 2$

- $\textcircled{1} \quad \textcircled{\tiny \Gamma}$
- $\textcircled{2} \quad \textcircled{\tiny \Gamma}, \textcircled{\tiny \text{L}}$
- $\textcircled{3} \quad \textcircled{\tiny \text{L}}, \textcircled{\tiny \ominus}, \textcircled{\tiny \omin�}$
- $\textcircled{4} \quad \textcircled{\tiny \Gamma}, \textcircled{\tiny \text{L}}, \textcircled{\tiny \ominus}, \textcircled{\tiny \omin�}$
- $\textcircled{5} \quad \textcircled{\tiny \Gamma}, \textcircled{\tiny \text{L}}, \textcircled{\tiny \ominus}, \textcircled{\tiny \oplus}, \textcircled{\tiny \omin�}$

해설

$$\begin{aligned} b - a &= \sqrt{3} + \sqrt{7} - (\sqrt{7} - 6) \\ \textcircled{\tiny \Gamma} \quad &= \sqrt{3} + 6 \\ &= \sqrt{36} + \sqrt{9} > 0 \\ \therefore b - a &> 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a - b &= \sqrt{7} - 6 - (\sqrt{3} + \sqrt{7}) \\ \textcircled{\tiny \text{L}} \quad &= -6 - \sqrt{3} \\ &= -\sqrt{36} - \sqrt{3} < 0 \\ \therefore a - b &< 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{\tiny \ominus} \quad a &= \sqrt{7} - 6 = \sqrt{7} - \sqrt{36} < 0 \\ b &= \sqrt{3} + \sqrt{7} > 0 \\ \therefore ab &< 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{\tiny \oplus} \quad a + 3 &= (\sqrt{7} - 6) + 3 = \sqrt{7} - 3 = \sqrt{7} - \sqrt{9} < 0 \\ \therefore a + 3 &< 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{\tiny \omin�} \quad (\text{좌변}) &= b - \sqrt{7} = \sqrt{3} + \sqrt{7} - \sqrt{7} = \sqrt{3} \\ (\text{우변}) &= 2 = \sqrt{4} \\ \therefore b - \sqrt{7} &< 2 \end{aligned}$$

18. 다음을 만족하는 유리수 a, b, c 에 대하여 $\sqrt{\frac{2ab}{c}}$ 의 값은?

$\frac{1}{2}\sqrt{8} = \sqrt{a}, \sqrt{135} = 3\sqrt{b}, \sqrt{2000} = c\sqrt{5}$

- ① $\sqrt{2}$
- ② $\sqrt{3}$
- ③ 2
- ④ $\sqrt{5}$
- ⑤ $\sqrt{6}$

해설

$$\frac{1}{2}\sqrt{8} = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 \times 8} = \sqrt{\frac{8}{4}} = \sqrt{2} = \sqrt{a}$$
$$\therefore a = 2$$
$$\sqrt{135} = \sqrt{3^3 \times 5} = 3\sqrt{15} = 3\sqrt{b}$$
$$\therefore b = 15$$
$$\sqrt{2000} = \sqrt{20^2 \times 5} = 20\sqrt{5} = c\sqrt{5}$$
$$\therefore c = 20$$
$$\therefore \sqrt{\frac{2ab}{c}} = \sqrt{\frac{2 \times 2 \times 15}{20}} = \sqrt{3}$$

19. 임의의 실수 a, b 에 대하여 $\star$ 를 $a \star b = ab - a - b - 3$ 이라 할 때,

$\sqrt{5} \star \frac{3\sqrt{5}}{5}$ 의 값은?

① 0

② $-\frac{3\sqrt{5}}{5}$

③ $-\frac{8\sqrt{5}}{5}$

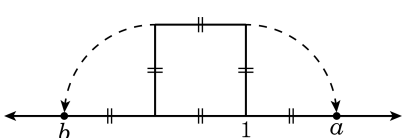
④ $3 - \frac{3\sqrt{5}}{5}$

⑤ $3 - \frac{8\sqrt{5}}{5}$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{5} \star \frac{3\sqrt{5}}{5} &= \sqrt{5} \times \frac{3\sqrt{5}}{5} - \sqrt{5} - \frac{3\sqrt{5}}{5} - 3 \\ &= 3 - \sqrt{5} - \frac{3\sqrt{5}}{5} - 3 \\ &= -\frac{8}{5}\sqrt{5}\end{aligned}$$

20. 다음 그림의 사각형은 넓이가 2 인 정사각형이다. $\frac{a+b}{\sqrt{2}}$ 의 값은?



- ① $\sqrt{2}-2$
 ② $\sqrt{2}-1$
 ③ $\sqrt{2}$
- ④ $2-\sqrt{2}$
 ⑤ 3

해설

넓이가 2 인 정사각형의 한 변의 길이는 $\sqrt{2}$
 $a = 1 + \sqrt{2}, b = 1 - 2\sqrt{2}$

$$\frac{a+b}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}(1 + \sqrt{2} + 1 - 2\sqrt{2})$$

$$= \frac{2 - \sqrt{2}}{\sqrt{2}}$$

$$= \frac{2\sqrt{2} - 2}{2} = \sqrt{2} - 1$$