

1. $x^3 - 4x^2 + x + 6$ 을 인수분해하면 $(x+a)(x+b)(x+c)$ 이다. $a^2 + b^2 + c^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

$f(x) = x^3 - 4x^2 + x + 6$ 이라 놓으면,
 $x = -1$ 일 때, $-1 - 4 - 1 + 6 = 0$
따라서, $f(x)$ 는 $(x+1)$ 로 나누어 떨어진다.
즉, $f(x)$ 는 $(x+1)$ 의 인수를 갖는다.
즉, $f(x) = (x+1)Q(x)$ 몫
 $Q(x)$ 는 조립제법으로 구한다.

-1		1	-4	1	6
			-1	5	-6
		1	-5	6	0

$f(x) = (x^2 - 5x + 6)(x+1)$
 $\therefore f(x) = (x-3)(x-2)(x+1)$
 $\therefore a^2 + b^2 + c^2 = (-3)^2 + (-2)^2 + 1^2 = 14$

2. 이차방정식 $3x^2 - 6x + 4 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $\alpha^3 + \beta^3$ 의 값을 구하면?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$\alpha + \beta = 2, \alpha\beta = \frac{4}{3}$$

$$\alpha^3 + \beta^3 = (\alpha + \beta)^3 - 3\alpha\beta(\alpha + \beta)$$

$$= 8 - 3 \times \frac{4}{3} \times 2 = 0$$

3. $y = -3(x - 2)(x - 4)$ 의 그래프에서 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\begin{aligned} y &= -3(x - 2)(x - 4) \\ &= -3(x^2 - 6x + 8) \\ &= -3x^2 + 18x - 24 \\ &= -3(x - 3)^2 + 3 \\ x &= 3 \text{ 일 때, 최댓값은 } 3 \text{ 이다.} \end{aligned}$$

4. 다음 중 $x^2 + y^2 + 2xy - 2x - 2y$ 의 인수가 아닌 것은?

① $x + y$

② $-x - y$

③ $x + y - 2$

④ $x - y$

⑤ $2x + 2y$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준 식}) &= (x^2 + 2xy + y^2) - 2(x + y) \\ &= (x + y)^2 - 2(x + y) \\ &= (x + y)(x + y - 2)\end{aligned}$$

한편,

$$\begin{aligned}(x + y)(x + y - 2) &= -(-x - y)(x + y - 2) \\ &= \frac{1}{2}(2x + 2y)(x + y - 2)\end{aligned}$$

5. 이차부등식 $(x+1)^2 \leq k(x^2-x+1)$ 이 모든 실수 x 에 대하여 항상 성립할 때, 실수 k 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$(x+1)^2 \leq k(x^2-x+1)$$

$$(k-1)x^2 - (k+2)x + k-1 \geq 0$$

모든 x 에 대해 성립하려면,

$k-1 > 0$, 판별식이 0보다 작거나 같다

$$D = (k+2)^2 - 4(k-1)(k-1) \leq 0 \text{에서}$$

$$\{(k+2) - 2(k-1)\}\{(k+2) + 2(k-1)\}$$

$$= (-k+4)k \leq 0$$

$$\therefore k(k-4) \geq 0, \quad k \leq 0 \text{ 또는 } k \geq 4$$

$$\therefore k \geq 4 (\because k > 1) \quad \therefore \text{최솟값 : 4}$$

6. x 에 대한 이차부등식 $ax^2 + 5x + b < 0$ 의 해가 $x < 2$ 또는 $x > 3$ 일 때 상수 $a + b$ 의 값은?

① -7 ② -3 ③ 3 ④ 7 ⑤ 10

해설

해가 $x < 2$ 또는 $x > 3$ 이므로 $a < 0$
해가 $x < 2$ 또는 $x > 3$ 이고 이차항의 계수가 1인 부등식은
 $(x - 2)(x - 3) > 0$, $x^2 - 5x + 6 > 0$
양변에 -1 을 곱하면
 $-x^2 + 5x - 6 < 0$
 $\therefore a = -1$, $b = -6$
 $a + b = -7$

7. $2^{16} - 1$ 은 1과 10 사이의 어떤 두 수로 나누어떨어진다. 이 때, 이 두 수의 합은?

① 4

② 6

③ 8

④ 10

⑤ 12

해설

$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$ 임을 이용하여 $2^{16} - 1$ 을 인수분해하면

$$2^{16} - 1 = (2^8)^2 - 1^2$$

$$= (2^8 + 1)(2^8 - 1)$$

$$= (2^8 + 1)(2^4 + 1)(2^4 - 1)$$

$$= (2^8 + 1)(2^4 + 1)(2^2 + 1)(2^2 - 1)$$

$$= (2^8 + 1)(2^4 + 1)(2^2 + 1)(2 + 1)(2 - 1)$$

$$= 257 \cdot 17 \cdot 5 \cdot 3$$

따라서 $2^{16} - 1$ 을 나누었을 때 나누어 떨어지는 1과 10 사이의 수

즉, 인수는 3과 5이고 이 두 수의 합은 8이다.

8. 다항식 $f(x)$ 를 $x-2$ 로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$ 라 하면 나머지는 5이고, 몫 $Q(x)$ 를 다시 $x+3$ 으로 나누면 나머지가 3이다. 이때, $f(x)$ 를 $x+3$ 으로 나눈 나머지는?

① 10 ② -10 ③ 9 ④ -9 ⑤ 8

해설

나머지정리에 의해 $f(x)$ 를 $x+3$ 으로 나눈 나머지는 $f(-3)$ 이다.
 $f(x) = (x-2)Q(x) + 5$ 에서
 $x = -3$ 을 대입하면 $f(-3) = (-3-2)Q(-3) + 5$
 $Q(x)$ 를 $x+3$ 으로 나누었을 때의 나머지가 3이므로 $Q(-3) = 3$
 $\therefore f(-3) = -10$

9. 두 부등식 $x^2 - 2x - 8 > 0$,
 $x^2 - (2a + 1)x + a^2 + a < 0$ 에 대하여 공통범위가 존재하지 않도록
하는 실수 a 의 범위를 $b \leq a \leq c$ 라 할 때, $b + c$ 의 값을 구하면?

① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$(x - 4)(x + 2) > 0$,
 $\therefore x > 4, x < -2$
 $x^2 - (2a + 1)x + a(a + 1) < 0$
 $(x - a)(x - a - 1) < 0$
두 부등식의 공통범위가 없으려면
 $a \geq -2, a + 1 \leq 4 \rightarrow a \leq 3$
 $\therefore -2 \leq a \leq 3$
 $\therefore b = -2, c = 3$
 $\therefore b + c = 1$

10. x 에 관한 방정식 $x^4 - 3x^3 + 5x^2 + ax + b = 0$ 의 한 근이 $1 - 2i$ 일 때, 실수 a, b 의 값을 구하면?

① $a = -1, b = -2$

② $a = -1, b = -10$

③ $a = 1, b = 4$

④ $a = 1, b = 6$

⑤ $a = 2, b = 6$

해설

$$x = 1 - 2i \text{에서 } x - 1 = -2i$$

$$\text{양변을 제곱하면 } x^2 - 2x + 1 = -4 \Leftrightarrow x^2 - 2x + 5 = 0$$

$$x^4 - 3x^3 + 5x^2 + ax + b = 0 \text{의 좌변을 } x^2 - 2x + 5 \text{로 나누면}$$

나누어 떨어진다.

실제로 나눗셈을 하여 정리하면

$$x^4 - 3x^3 + 5x^2 + ax + b$$

$$= (x^2 - 2x + 5)(x^2 - x - 2) + (a + 1)x + b + 10 = 0$$

$$x^2 - 2x + 5 = 0 \text{이므로}$$

$$(a + 1)x + b + 10 = 0$$

$$\therefore a + 1 = 0, b + 10 = 0$$

$$\therefore a = -1, b = -10$$