1. $a > 0$ 일 때, x 에 대한 일차부등식 $ax \geq -1$ 의 해는?

① $x \leq \frac{1}{a}$ ② $x \geq \frac{1}{a}$ ③ $x \leq -\frac{1}{a}$

④ $x \geq -\frac{1}{a}$ ⑤ 해가 없다.

해설

$a > 0$ 이므로 양변을 나누어도 부등호의 방향은 바뀌지 않는다.

$\therefore\ x \geq -\frac{1}{a}$

2. $a < 0$ 일 때, $ax > b$ 를 풀어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x < \frac{b}{a}$

해설

$a < 0$ 이므로 양변을 a 로 나누면 부등호의 방향은 바뀐다.

$\therefore\ x < \frac{b}{a}$

3. 부등식 $ax+8<0$ 의 해가 $x<-2$ 일 때, 상수 a 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$ax+8<0$ 에서 $ax<-8$

그런데 부등식의 해가 $x<-2$ 이므로 a 는 양수이다.

따라서 $x<-\frac{8}{a}$ 이므로 $-\frac{8}{a}=-2$ 이다.

$\therefore\ a=4$

4. 부등식 $bx+1<5x-2$ 의 해가 $x>1$ 일 때, b 의 값은?

① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$bx+1<5x-2$

$bx-5x<-3$

$(b-5)x<-3$

부등식의 해가 $x>1$ 이므로 $b-5<0$, 즉 $b<5$

$x>\dfrac{3}{5-b}$

$\dfrac{3}{5-b}=1$

$\therefore\ b=2$

5. $k = 0$ 일 때, 다음 부등식 중 해가 무수히 많은 것은?

① $kx < 0$ ② $kx > 0$ ③ $kx \geq 3$

④ $kx \geq -1$ ⑤ $kx < -2$

해설

$k = 0$ 일 때, $kx \geq -1$ 는 $0 \geq -1$ 이므로 항상 성립한다.

6. $k=0$ 일 때, 다음 부등식 중 해가 <u>없는</u> 것은?

① $kx > -1$ ② $kx \geq 0$ ③ $kx+1 > -5$

④ $kx \leq 0$ ⑤ $kx+3 > 4$

해설

$k=0$ 일 때 $kx+3>4$ 는 $3>4$ 이므로 성립하지 않는다.

7. 분수 $\frac{a}{70}$ 를 유한소수로 나타낼 수 있고 그 기약분수는 $\frac{3}{b}$ 이 된다고 한다. a가 30 이하의 자연수일 때, a , b의 값은?

① $a=7,\ b=10$ ② $a=21,\ b=7$

③ $a=14,\ b=10$ ④ $a=21,\ b=10$

⑤ $a=10,\ b=21$

해설

$\frac{a}{70}=\frac{a}{2\times5\times7}$ 가 유한소수이므로 a는 7의 배수이어야 한다.

기약분수가 $\frac{3}{b}$ 이므로 $a=3\times7=21,\ b=2\times5=10$

$\therefore a=21$, $b=10$

8. 다음 부등식을 푼 것으로 <u>틀린</u> 것은?

① $a > 0$ 일 때, $-ax > 7a \Rightarrow x < -7$

② $a < 0$ 일 때, $-ax > 7a \Rightarrow x > -7$

③ $a > 4$ 일 때, $(a-4)x > (a-4) \Rightarrow x > 1$

④ $a < 4$ 일 때, $(a-4)x > (a-4) \Rightarrow x < 1$

⑤ $a < 4$ 일 때, $(a-4)x > -(a-4) \Rightarrow x > -1$

해설

⑤ $a < 4$

$(a-4) < 0$

$(a-4)x > -(a-4)$ 에서 양변을 $(a-4)$ 로 나누어 주면 부등호의 방향이 바뀐다. 따라서 $x < -1$ 이다.

9. 다음은 학생들이 문제를 풀이하며 나눈 이야기 과정이다. 다음 중 틀린 말을 한 학생을 모두 골라라.

> $a < 0$일 때, $ax - 8a > 2ax + 10a$를 계산한다.
> 정민 : 우선 이항을 해야겠네. x가 있는 항과 없는 항으로.
> 민호 : 그럼 계산을 하면 $-ax > 18a$가 되겠네.
> 지현 : a는 음수이니깐 $-a > 0$ 이겠구나.
> 지윤 : 맞아. a는 음수이니깐 $-a$를 양변으로 나누면 $x < -\frac{18a}{a}$가 나오겠네.
> 정희 : 그렇다면 $x < -18$이 되는구나.

① 정민 ② 민호 ③ 지현 ④ 지윤 ⑤ 정희

해설

학생들이 올바른 대화를 했다면 다음과 같다.

> $a < 0$일 때, $ax - 8a > 2ax + 10a$를 계산한다.
> 정민 : 우선 이항을 해야겠네. x가 있는 항과 없는 항으로.
> 민호 : 그럼 계산을 하면 $-ax > 18a$가 되겠네.
> 지현 : a는 음수이니깐 $-a > 0$ 이겠구나.
> 지윤 : 맞아. a 는 음수이니깐 $-a$를 양변으로 나누면 $x > -\frac{18a}{a}$가 나오겠네.
> 정희 : 그렇다면 $x > -18$이 되는구나.

지윤은 $a < 0$임을 알고 있었지만 $-a > 0$를 생각하지 못하고 부등호의 방향을 바꾸어 버렸다. 또 정희는 지윤의 말을 그대로 받아 $x > -18$이 아닌 $x < -18$ 이라고 하였다.

10. 분수 $\frac{a}{45}$ 를 유한소수로 나타낼 수 있고 그 기약분수는 $\frac{7}{b}$ 이 된다고 한다. a가 두 자리의 자연수일 때, a , b의 값은?

① $a=45$, $b=3$ ② $a=54$, $b=4$ ③ $a=63$, $b=5$

④ $a=72$, $b=6$ ⑤ $a=81$, $b=7$

해설

$\frac{a}{45}=\frac{a}{3^2\times5}$ 가 유한소수이므로 a는 9의 배수이어야 한다.

기약분수가 $\frac{7}{b}$ 이므로, $a=9\times7=63$, $b=5$

11. $\frac{a}{70}$ 를 소수로 나타내면 1 보다 작은 유한소수가 되고, 기약분수로 나타내면 $\frac{1}{b}$ 이 된다. 이때, $a+b$ 의 값 중 가장 큰 값과 가장 작은 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 54

해설

유한소수가 되기 위해서는 기약분수의 분모의 소인수가 2 나 5 뿐이어야 하므로

$\frac{a}{2\times5\times7}$ 가 1 보다 작은 유한소수가 되기 위해서는 a 는 7 의 배수 중 70 미만인 수

$(a,\ b) = (7,\ 10), (14,\ 5), (35,\ 2)$

따라서 $a+b$ 는 최대 37 , 최소 17 이므로 합은 54 이다.

12. $\frac{a}{450}$ 를 소수로 나타내면 유한소수이고, 기약분수로 고치면 $\frac{7}{b}$ 이다. a 가 두 자리의 자연수일 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 113

해설

$\frac{a}{450} = \frac{a}{2 \times 3^2 \times 5^2}$ 가 유한소수이려면 a 는 9 의 배수이어야 하고, 기약분수로 고치면 $\frac{7}{b}$ 이므로 a 는 7 의 배수이다.

따라서 a 는 $3^2 \times 7 \times n$ 인 두 자리의 자연수이므로 63 이다.

$\frac{63}{450} = \frac{7}{50}$ 이므로 $b = 50$ 이다.

따라서 $a + b = 113$ 이다.

13. $m-1<1$ 일 때, 일차부등식 $5mx-2m \le 10x-4$ 의 해는?

① $x \le \frac{1}{5}$ ② $x \le \frac{2}{5}$ ③ $x \ge \frac{2}{5}$ ④ $x \ge \frac{3}{5}$ ⑤ $x \ge \frac{4}{5}$

해설

$m-1<1$ 에서 $m-2<0$

$5mx-2m \le 10x-4$

$5(m-2)x \le 2(m-2)$

$\therefore\ x \ge \frac{2}{5}\ (\because\ m-2<0)$

14. $y < x$ 인 자연수 x, y 에 대하여 $\frac{y}{x}$ 는 기약분수이고, $\frac{1000y}{x}$ 는 자연수일 때, x 의 최댓값과 최솟값을 각각 차례대로 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 1000

▷ 정답 : 2

해설

$\frac{y}{x}$ 는 기약분수이므로 x, y 는 서로소이고,

$\frac{1000y}{x}$ 는 자연수이므로 x 는 10^3 의 약수이다.

따라서 x 를 소인수분해하면 $2^a \times 5^b$ (a, b 는 음이 아닌 정수) 의 꼴이다.

$y < x$ 이면서, 1000 의 약수인 x 최댓값은 $2^3 \times 5^3 = 1000$

1000 의 약수인 x 의 최솟값은 $2^1 = 2$

15. $\frac{3^{1-a}}{2} = \frac{1}{54}$ 일 때, $ax - 3(x+2) < b$ 의 해는 $x < 11$ 이다. 이때, ab 의 값은?

① -5 ② 5 ③ 10 ④ 15 ⑤ 20

해설

$\frac{3^{1-a}}{2} = \frac{1}{54}$, $3^{1-a} = \frac{1}{27}$ $\therefore\ a = 4$

$4x - 3(x+2) < b$

$x < b + 6 = 11$

$b = 5$ $\therefore ab = 20$