

1. 이차방정식 $x^2 - 3x + m = 0$ 이 서로 다른 두 근을 가질 때, m 의 값의 범위를 구하면?

① $m < -\frac{9}{4}$

② $m > -\frac{9}{4}$

③ $m < \frac{9}{4}$

④ $m > \frac{9}{4}$

⑤ $m \geq \frac{9}{4}$

해설

$x^2 - 3x + m = 0$ 이 서로 다른 두 근을 가지려면

판별식 $D = 3^2 - 4m > 0, 4m < 9$

$\therefore m < \frac{9}{4}$

2. 이차방정식 $x^2 + 6x + 3k = 0$ 이 실근을 갖기 위한 k 의 범위는?

- ① $k \leq 1$ ② $k \leq 2$ ③ $k \leq 3$ ④ $k \geq 1$ ⑤ $k \geq 2$

해설

$x^2 + 6x + 3k = 0$ 이 실근을 가지려면

$$D = 36 - 12k \geq 0$$

$$36 \geq 12k$$

$$\therefore 3 \geq k$$

3. 이차방정식 $x^2 + 2x + a + 3 = 0$ 이 서로 다른 두 근을 갖도록 a 의 값의 범위를 정하여라.

① $a < -1$

② $a < -2$

③ $a > -1$

④ $a > -2$

⑤ $a > -3$

해설

$$D = 4 - 4(a + 3) = 4 - 4a - 12 > 0$$

$$-4a > 8$$

$$\therefore a < -2$$

4. 다음 이차방정식 중에서 서로 다른 두 개의 근을 갖는 것은?

① $x^2 - 2x + 1 = 0$

② $x^2 - 6x + 9 = 0$

③ $x^2 + x + 2 = 0$

④ $x^2 - 4x + 5 = 0$

⑤ $x^2 - 3x + 1 = 0$

해설

① $D = (-2)^2 - 4 \times 1 \times 1 = 0$: 중근

② $D = (-6)^2 - 4 \times 1 \times 9 = 0$: 중근

③ $D = 1^2 - 4 \times 1 \times 2 < 0$: 근이 없다.

④ $D = (-4)^2 - 4 \times 1 \times 5 = -4 < 0$: 근이 없다.

⑤ $D = (-3)^2 - 4 \times 1 \times 1 = 5 > 0$: 서로 다른 두 근

5. 다음 이차방정식 중에서 중근을 갖는 것은?

① $x^2 + 8 = 6x + 1$

② $6x^2 - 9x + 9 = 0$

③ $(x-2)^2 - x = 1$

④ $3x - 1 = 4x^2 - x$

⑤ $x^2 - 1 = 0$

해설

④ $4x^2 - 4x + 1 = 0$

$(2x - 1)^2 = 0$

따라서 중근을 갖는다.

6. 다음 이차방정식 중 근의 개수가 다른 하나는?

① $x^2 + 12x + 36 = 0$

② $x^2 = 10x - 25$

③ $9 - x^2 = 4(x + 3)$

④ $(x + 1)(x - 1) = 2x - 2$

⑤ $x^2 = 4x - 4$

해설

이차방정식이 중근을 가지려면 $(ax + b)^2 = 0$ 의 꼴이 되어야 한다.

① $(x + 6)^2 = 0$

② $(x - 5)^2 = 0$

③ $9 - x^2 = 4(x + 3) \leftrightarrow x^2 + 4x + 3 = 0$

④ $x^2 - 1 = 2x - 2 \leftrightarrow x^2 - 2x + 1 = 0 \leftrightarrow (x - 1)^2 = 0$

⑤ $(x - 2)^2 = 0$

7. 이차방정식 $x^2 - ax - 12 = 0$ 의 두 근이 $-3, b$ 일 때, a, b 의 값을 구하면?

① $a = 1, b = 3$

② $a = 2, b = 4$

③ $a = 1, b = 4$

④ $a = -1, b = -4$

⑤ $a = 1, b = -4$

해설

$$x = -3 \text{을 대입하면 } (-3)^2 - a(-3) - 12 = 0$$

$$3a = 12 - 9 = 3 \quad \therefore a = 1$$

$$x^2 - x - 12 = 0$$

$$(x - 4)(x + 3) = 0$$

$$\therefore b = 4$$

8. x 에 관한 이차방정식 $x^2 + 3ax - 2a = 0$ 의 한 근이 1일 때, 다른 한 근은?(단, a 는 상수)

① -3 ② -2 ③ -1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$x^2 + 3ax - 2a = 0$ 에 $x = 1$ 을 대입하면

$1 + 3a - 2a = 0, a = -1$

$x^2 - 3x + 2 = 0, (x - 2)(x - 1) = 0$

$\therefore x = 2$ 또는 $x = 1$

9. 이차방정식 $2x^2 + 7x + a = 0$ 의 한 근이 $x = -1$ 일 때, 다른 한 근은?

① $x = -\frac{5}{2}$

② $x = -\frac{3}{2}$

③ $x = -\frac{1}{2}$

④ $x = -\frac{3}{2}$

⑤ $x = \frac{5}{2}$

해설

$2x^2 + 7x + a = 0$ 의 한 근이 -1 이므로

$x = -1$ 을 대입하면

$$2 - 7 + a = 0, a = 5$$

$$2x^2 + 7x + 5 = 0$$

$$(2x + 5)(x + 1) = 0$$

따라서 $x = -\frac{5}{2}$ 또는 $x = -1$ 이다.

10. 다음은 이차방정식 $ax^2 + 2bx + c = 0$ ($a \neq 0$)을 푸는 과정이다. ① ~ ⑤에 들어갈 식이 바르지 못한 것은? (단, $b^2 - ac \geq 0$)

$$ax^2 + 2bx + c = 0 (a \neq 0)$$

$$x^2 + \frac{2b}{a}x = -\frac{c}{a}$$

$$x^2 + \frac{2b}{a}x + \textcircled{1} = -\frac{c}{a} + \textcircled{1}$$

$$(x + \textcircled{2})^2 = \textcircled{3}$$

$$x = \textcircled{4} \pm \textcircled{5}$$

- ① $\frac{b^2}{a^2}$ ② $\frac{b}{a}$ ③ $\frac{b^2 - ac}{a^2}$
 ④ $-\frac{b}{a}$ ⑤ $\frac{\sqrt{b^2 - ac}}{a^2}$

해설

$$ax^2 + 2bx + c = 0 (a \neq 0)$$

양변을 a 로 나누고 상수항을 이항하면

$$x^2 + \frac{2b}{a}x = -\frac{c}{a},$$

양변에 $\frac{b^2}{a^2}$ 을 더하면

$$x^2 + \frac{2b}{a}x + \frac{b^2}{a^2} = -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{a^2}$$

$$\left(x + \frac{b}{a}\right)^2 = \frac{b^2 - ac}{a^2}$$

$$x + \frac{b}{a} = \pm \frac{\sqrt{b^2 - ac}}{a}$$

$$x = -\frac{b}{a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - ac}}{a}$$

∴ ⑤가 잘못 되었다.

11. 다음은 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 을 푸는 과정이다. ① ~ ⑤에 들어갈 식이 바르지 못한 것은?

$$\begin{aligned}
 ax^2 + bx + c &= 0 \\
 x^2 + \frac{b}{a}x &= -\frac{c}{a} \\
 x^2 + \frac{b}{a}x + \text{①} &= -\frac{c}{a} + \text{①} \\
 (x + \text{②})^2 &= \text{③} \\
 x &= \text{④} \pm \text{⑤}
 \end{aligned}$$

- ① $\frac{b^2}{4a^2}$ ② $\frac{b}{2a}$ ③ $\frac{b^2 - 4ac}{2a}$
 ④ $-\frac{b}{2a}$ ⑤ $\frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

해설

$$\begin{aligned}
 ax^2 + bx + c &= 0 \leftarrow \text{양변을 } a \text{ 로 나눈다.} \\
 x^2 + \frac{b}{a}x &= -\frac{c}{a} \leftarrow \text{양변에 } \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2}{4a^2} \text{ 을 더한다.} \\
 x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} &= -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{4a^2} \\
 \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 &= \frac{b^2 - 4ac}{4a^2} \leftrightarrow x + \frac{b}{2a} = \pm \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}} \\
 x &= -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \\
 \therefore \text{③이 잘못되었다.}
 \end{aligned}$$

12. 두 실수 x, y 에 대하여 $x = \frac{-m + \sqrt{2}}{2}, y = 3 + \sqrt{2}$ 일 때, $4x^2 - 4xy + y^2 + 4x - 2y - 24 = 0$ 이 성립하는 m 의 값들의 합은?

- ① -3 ② -4 ③ 5 ④ -5 ⑤ 6

해설

$(2x - y)^2 + 2(2x - y) - 24 = 0$ 에서 $2x - y = t$ 로 치환하면

$$t^2 + 2t - 24 = 0$$

$$(t + 6)(t - 4) = 0$$

$$\therefore t = 4 \text{ 또는 } t = -6$$

i) $t = 4$ 일 때

$$2x - y = -m + \sqrt{2} - (3 + \sqrt{2}) = 4$$

$$m = -7$$

ii) $t = -6$ 일 때

$$2x - y = -m + \sqrt{2} - (3 + \sqrt{2}) = -6$$

$$m = 3$$

따라서 모든 m 의 값의 합은 $(-7) + 3 = -4$ 이다.

13. $(2m - n)^2 - 10(2m - n) + 21 = 0$ 을 만족하는 두 수 m, n 에 대하여 $2m - n$ 의 값이 될 수 있는 수들의 곱은?

① 15 ② 17 ③ 19 ④ 21 ⑤ 23

해설

$$\begin{aligned} 2m - n = t \text{로 놓으면} \\ t^2 - 10t + 21 = 0 \\ (t - 3)(t - 7) = 0 \\ t = 3 \text{ 또는 } t = 7 \\ \therefore 3 \times 7 = 21 \end{aligned}$$

14. 두 수 $a, b(a < b)$ 에 대하여 $(a-b)^2 + 2(a-b) - 15 = 0$ 의 관계가 성립한다고 한다. $a+b=7$ 일 때, ab 의 값은?

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$a-b=t$ 로 치환하면
 $t^2+2t-15=0$
 $(t+5)(t-3)=0$
 $\therefore t=-5$ 또는 $t=3$
 $a < b$ 이므로 $t=a-b=-5$
 $a+b=7$ 이므로 두 식을 연립하면 $a=1, b=6$
 $\therefore ab=6$

15. $2x^2 + 4x + k = 0$ 이 중근을 가질 때, 이차방정식 $(k-1)x^2 + 3x + k = 0$ 의 근으로 알맞은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① -2 ② -1 ③ 2 ④ 1 ⑤ 3

해설

$$\frac{D}{4} = 2^2 - 2k = 0$$

$$k = 2$$

$$x^2 + 3x + 2 = 0$$

$$(x+1)(x+2) = 0$$

$$\therefore x = -1 \text{ 또는 } x = -2$$

16. 다음 보기에서 이차방정식 중에서 중근을 갖는 것을 모두 고르면?

보기

- ㉠ $(x-4)(x-4) = 0$
- ㉡ $x^2 - 4x = 0$
- ㉢ $x^2 + 9 = 6x$
- ㉣ $2x^2 + 12x = -9$
- ㉤ $(x-1)(x+1) = 12x^2 - 5x$

- ① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉢ ③ ㉡, ㉣ ④ ㉢, ㉣ ⑤ ㉣, ㉤

해설

이차방정식이 중근을 가지려면 $(ax+b)^2 = 0$ 이다.

㉠ $x = 4$ (중근)

㉢ $x^2 + 9 = 6x$

$$x^2 - 6x + 9 = 0 \leftrightarrow (x-3)^2 = 0$$

$\therefore x = 3$ (중근)

17. 다음 이차방정식 중 증근을 갖는 것은?

① $x^2 + 2x = 0$

② $x^2 + \frac{1}{2}x + \frac{1}{8} = 0$

③ $2x^2 - 8x + 8 = 0$

④ $9x^2 - 49y^2 = 0$

⑤ $4x^2 + 15x + 9 = 0$

해설

증근 : 판별식이 0이어야 한다.

③ $\frac{D}{4} = \left(-\frac{8}{2}\right)^2 - 2 \times 8 = 0$