

1. 180을 소인수분해하면 $x^2 \times 3^2 \times y$ 이다. 이때, $y - x$ 의 값은?

① 1

② 3

③ 5

④ 7

⑤ 9

해설

$$180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$$

따라서 $x = 2, y = 5$

$$y - x = 3$$

2. 264 의 소인수를 바르게 구한 것은?

① 2, 3, 11

② 1, 2, 3, 11

③ 2^2 , 11

④ 2^3 , 3, 11

⑤ 2, 3, 5, 11

해설

$$264 = 2^3 \times 3 \times 11$$

3. 다음 중 180 의 약수는?

① $2^3 \times 5$

② $3^2 \times 7$

③ $2^2 \times 3^2$

④ $3^3 \times 5 \times 7$

⑤ $2^2 \times 3^3 \times 7$

해설

180 을 소인수분해하면 $180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$ 이다.

4. 다음 수 중에서 약수가 가장 많은 수를 써라.

36 48 64 120

▶ 답 :

▷ 정답 : 120

해설

$$36 = 2^2 \times 3^2 \text{ 이므로 } (2 + 1) \times (2 + 1) = 9(\text{개})$$

$$48 = 2^4 \times 3 \text{ 이므로 } (4 + 1) \times (1 + 1) = 10(\text{개})$$

$$64 = 2^6 \text{ 이므로 } 6 + 1 = 7(\text{개})$$

$$120 = 2^3 \times 3 \times 5 \text{ 이므로 } (3 + 1) \times (1 + 1) \times (1 + 1) = 16(\text{개})$$

5. 다음 <보기> 중 소인수분해를 올바르게 한 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $45 = 3^2 \times 5$

㉡ $28 = 2^2 \times 7$

㉢ $150 = 2 \times 3^2 \times 7$

㉣ $512 = 2^9$

㉤ $72 = 2^2 \times 3^3$

㉥ $96 = 2^5 \times 3$

① ㉠, ㉡, ㉢, ㉣

② ㉡, ㉢, ㉤, ㉥

③ ㉠, ㉡, ㉣, ㉥

④ ㉡, ㉣, ㉤, ㉥

⑤ ㉠, ㉢, ㉣, ㉥

해설

㉢ $150 = 2 \times 3 \times 5^2$

㉤ $72 = 2^3 \times 3^2$

6. $600 = a^x \times b^y \times c^z$ 로 소인수분해될 때, $(a + b + c) \times (x + y + z)$ 의 값은? (단, $a < b < c$)

① 12

② 24

③ 36

④ 48

⑤ 60

해설

$$600 = 2^3 \times 3 \times 5^2 = a^x \times b^y \times c^z \text{ 이므로}$$

$$a = 2, b = 3, c = 5, x = 3, y = 1, z = 2$$

$$\therefore (a + b + c) \times (x + y + z) = (2 + 3 + 5) \times (3 + 1 + 2) = 10 \times 6 = 60$$

7. 360 을 소인수분해하였을 때, 각 소인수의 지수의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$2 \overline{) 360}$$

$$2 \overline{) 180}$$

$$2 \overline{) 90}$$

$$3 \overline{) 45}$$

$$3 \overline{) 15}$$

$$5$$

$$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$$

$$\therefore 3 + 2 + 1 = 6$$

8. 108 의 소인수를 바르게 구한 것은?

① $2^2, 3^2$

② 2, 3

③ 1, 3

④ 1, 2, 3

⑤ 1, 2, 2^2 , 3, 3^2 , 3^3

해설

$$108 = 2^2 \times 3^3$$

9. 75 에 가능한 한 작은 자연수 x 로 나누어서 어떤 자연수 y 의 제곱이 되게 하려고 한다. y 의 값은?

① 1

② 3

③ 5

④ 9

⑤ 15

해설

75 를 소인수분해하면 다음과 같다.

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 75} \\ 5 \overline{) 25} \\ 5 \end{array}$$

$75 = 3 \times 5^2$ 이므로 $\frac{3 \times 5^2}{x} = y^2$ 을 만족하는 x 의 값 중 가장 작은 자연수는 3 이다. 따라서 $y = 5$ 이다.

10. $60 \times 2^3 \times x$ 가 어떤 자연수의 제곱이 될 때, 가장 작은 자연수 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

$60 \times 2^3 \times x = 2^5 \times 3 \times 5 \times x$ 이므로
가장 작은 x 는 $2 \times 3 \times 5 = 30$

11. 18에 적당한 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 이때 곱해야 할 자연수를 가장 작은 것부터 3개를 써라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

▷ 정답 : 8

▷ 정답 : 18

해설

$$18 = 2 \times 3^2$$

곱해야 할 자연수를 x 라 할 때,

$$(2 \times 3^2) \times x = y^2$$

$$x = 2, 2 \times 2^2, 2 \times 3^2, \dots$$

$$= 2, 8, 18, \dots$$

12. 120 에 자연수 x 를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다.
다음 중 x 의 값이 될 수 없는 것은?

① $2 \times 3 \times 5$

② $2^3 \times 3 \times 5$

③ $2 \times 3^3 \times 5$

④ $2 \times 3 \times 5 \times 7^2$

⑤ $2^2 \times 3 \times 5$

해설

$120 = 2^3 \times 3 \times 5$ 로 소인수분해되므로 소인수 2, 3, 5의 지수가 홀수인 수를 곱한다.

$2^2 \times 3 \times 5$ 은 2^2 을 곱하였으므로 제곱수가 될 수 없다.

13. 자연수 a, b 에 대하여 $2^2 \times 5 \times a = b^2$ 을 만족하는 b 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$2^2 \times 5 \times a = b^2$ 을 만족하려면 $2^2 \times 5 \times a$ 를 소인수분해했을 때 각 소인수의 지수가 짝수여야 한다. 따라서 만족하는 자연수 b 의 최솟값은 $a = 5$ 일 때 $2 \times 5 = 10$ 이다.

14. $240 \times a = b^2$ 을 만족하는 가장 작은 자연수 a, b 에 대하여 $b - a$ 의 값은?

① 45

② 60

③ 75

④ 90

⑤ 105

해설

$$240 = 2^4 \times 3 \times 5 \text{ 이므로 } a = 3 \times 5$$

$$2^4 \times 3 \times 5 \times (3 \times 5) = 2^4 \times 3^2 \times 5^2, b = 2^2 \times 3 \times 5 = 60$$

$$a = 15, b = 60$$

$$\therefore b - a = 45$$

15. $3^3 \times 5^2$ 의 약수가 아닌 것은?

① 3

② 5

③ $3^2 \times 5$

④ $3^2 \times 5^2$

⑤ 3×5^3

해설

$3^3 \times 5^2$ 의 약수

	1	5	5^2
1	1	5	5^2
3	3	3×5	3×5^2
3^2	3^2	$3^2 \times 5$	$3^2 \times 5^2$
3^3	3^3	$3^3 \times 5$	$3^3 \times 5^2$

16. $3^2 \times 5 \times 7^x$ 의 약수의 개수가 72 의 약수의 개수와 같을 때, 자연수 x 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$72 = 2^3 \times 3^2$ 이므로 72 의 약수의 개수 :

$$(3 + 1) \times (2 + 1) = 12 \text{ (개)}$$

$3^2 \times 5 \times 7^x$ 의 약수의 개수 :

$$(2 + 1) \times (1 + 1) \times (x + 1) = 12 \text{ (개)}$$

$$\therefore x = 1$$

17. 자연수 240 과 $2^3 \times 5^n$ 의 약수의 개수가 같을 때, 자연수 n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$240 = 2^4 \times 3 \times 5$ 이므로

약수의 개수는 $(4 + 1) \times (1 + 1) \times (1 + 1) = 20$

$2^3 \times 5^n$ 의 약수의 개수는 $(3 + 1) \times (n + 1) = 20$

$\therefore n = 4$

18. $2^4 \times \square$ 의 약수의 개수가 15 개일 때, $\square$ 안에 들어갈 수 있는 가장 작은 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$$15 = 5 \times 3 = (4 + 1) \times (2 + 1)$$

$\square$ 에 알맞은 가장 작은 자연수는 $3^2 = 9$

$\therefore 9$

19. $2^2 \times \square \times 7$ 은 어떤 수를 소인수분해한 식이고 이 수는 약수의 개수가 12 개인 가장 작은 수이다. $\square$ 안에 알맞은 수는?

① 2

② 3

③ 5

④ 7

⑤ 11

해설

$$2^2 \times a^n \times 7$$

$$(2+1) \times (n+1) \times (1+1) = 12 \therefore n = 1$$

2를 제외한 가장 작은 소수는 3이므로

$$3^1 = 3$$

20. 1 부터 50 까지의 자연수 중에서 약수의 개수가 3 개인 자연수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 4 개

해설

자연수 n 의 약수의 개수가 3 개이기 위해서는
1 과 n 이외에 약수가 한 개만 더 있어야하므로
자연수 n 은 소수의 완전제곱수이어야 한다.
따라서 1 부터 50 까지의 완전제곱수를 구하면
 $7^2 = 49 < 50$ 이고 $11^2 = 121 > 50$ 이므로
50 이하인 소수의 완전제곱수는
 $2^2, 3^2, 5^2, 7^2$ 이다.

21. 360 을 가장 작은 자연수로 나누어 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 이 때, 나누어야 하는 가장 작은 자연수는?

① 1

② 5

③ 10

④ 15

⑤ 20

해설

$$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$$

따라서 나누어야 하는 가장 작은 자연수는 $2 \times 5 = 10$ 이다.

22. 48 에 어떤 수 x 를 곱하여 자연수의 제곱이 되도록 하려 한다. 이러한 x 중 두 번째로 작은 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$48 = 2^4 \times 3$ 이므로

가장 작은 $x = 3$

두 번째로 작은 수는 $2^2 \times 3 = 12$

23. 60에 가장 작은 수 A 를 곱하여 어떤 자연수 B 의 제곱이 되게 하려고 한다. $A + B$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 45

해설

$$60 \times A = B^2$$

$$60 = 2^2 \times 3 \times 5 \text{ 이므로 } A = 3 \times 5 = 15$$

$$2^2 \times 3 \times 5 \times 3 \times 5 = 2^2 \times 3^2 \times 5^2 = B^2$$

$$B = 2 \times 3 \times 5 = 30$$

$$\therefore A + B = 45$$

24. 다음 중 약수의 개수가 가장 많은 것은?

① 5^3

② 2×3

③ $2^2 \times 7^2$

④ $5^2 \times 7$

⑤ 13^6

해설

각각의 약수의 개수를 구하면 다음과 같다.

① $3 + 1 = 4$ (개)

② $(1 + 1) \times (1 + 1) = 4$ (개)

③ $(2 + 1) \times (2 + 1) = 9$ (개)

④ $(2 + 1) \times (1 + 1) = 6$ (개)

⑤ $6 + 1 = 7$ (개)

25. 1 부터 200 까지의 자연수 중에서 약수의 개수가 3개인 자연수는 모두 몇 개인가?

① 5 개

② 6 개

③ 7 개

④ 8 개

⑤ 9 개

해설

자연수 n 의 약수의 개수가 3 개이기 위해서는
1 과 n 이외에 약수가 한 개만 더 있어야하므로
자연수 n 은 소수의 완전제곱수이어야 한다.
따라서 1 부터 200 까지의 완전제곱수를 구하면
 $13^2 = 169 < 200$ 이고 $17^2 = 289 > 200$ 이므로
200 이하인 소수의 완전제곱수는
 $2^2, 3^2, 5^2, 7^2, 11^2, 13^2$ 이다.