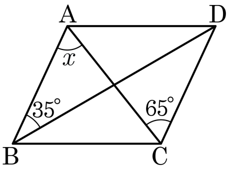
1. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle x$ 의 크기는?



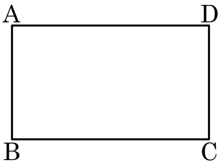
① 30° ② 35° ③ 45°

④ 65° ⑤ 100°

해설

$\overline{AB} /\!/ \overline{CD}$ 이므로 $\angle x = 65\,°$이다.

2. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의 네 변의 중점을 연결하여 만든 사각형의 성질인 것을 모두 고르면?(정답 2개)



① 두 대각선의 길이가 같다.

② 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.

③ 네 각의 크기가 모두 같다.

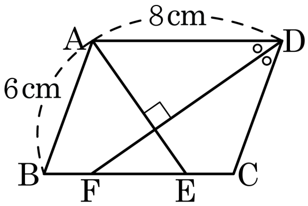
④ 두 대각선이 서로 수직이등분한다.

⑤ 이웃하는 두 각의 크기가 같다.

해설

직사각형의 각 변의 중점을 연결하면 마름모가 된다.
마름모는 네 변의 길이가 모두 같고, 두 쌍의 대변이 각각 평행하며, 두 대각선이 서로 수직 이등분한다.

3. 다음 그림의 □ABCD 는 $\overline{AB} = 6\text{cm}$, $\overline{AD} = 8\text{cm}$ 인 평행사변형이고, $\overline{DF}$ 는 ∠D 의 이등분선, $\overline{AE} \perp \overline{DF}$ 이다. 이 때, $\overline{EF}$ 의 길이는?



① 2cm ② 2.5cm ③ 3cm

④ 3.5cm ⑤ 4cm

해설

$\angle ADF = \angle DFC$(엇각)

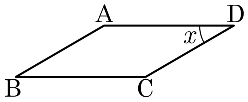
$\overline{CD} = \overline{CF} = 6(\text{cm})$

따라서 $\overline{BF} = 8 - 6 = 2(\text{cm})$

$\overline{AB} = \overline{BE}$ 이므로 $\overline{BE} = 6\text{cm}$

$\therefore \overline{EF} = 6 - 2 = 4(\text{cm})$

4. 평행사변형 ABCD 에서 $\angle A : \angle B = 5 : 1$ 일 때, $\angle x = (\quad\quad)^\circ$ 이다. $(\quad\quad)$ 안에 알맞은 수는?



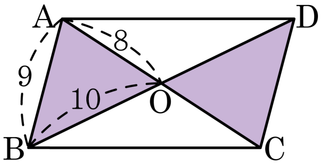
① 15　② 20　③ 25　④ 30　⑤ 35

해설

$\angle A = 180^\circ \times \frac{5}{6} = 150^\circ$

$\therefore x = 180^\circ - 150^\circ = 30^\circ$

5. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 $\overline{AO} = 8$, $\overline{AB} = 9$, $\overline{BO} = 10$ 일 때, $\triangle ABO$, $\triangle COD$의 둘레의 길이를 각각 구하여라.



▶ 답 :

▶ 답 :

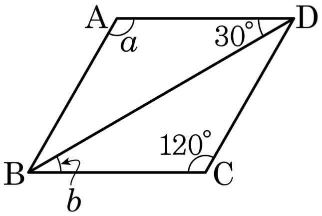
▷ 정답 : $\triangle ABO = 27$

▷ 정답 : $\triangle COD = 27$

해설

$\overline{BO} = \overline{DO}$, $\overline{AO} = \overline{CO}$이므로
$\triangle ABO$의 둘레는 $9 + 10 + 8 = 27$,
$\triangle COD$의 둘레는 $9 + 10 + 8 = 27$이다.

6. 다음 그림과 같은 □ABCD가 평행사변형이 되도록 $\angle a$와 $\angle b$의 크기를 정할 때, 두 각의 합을 구하여라.



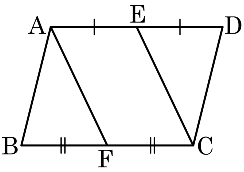
▶ 답 : ____°

▷ 정답 : 150°

해설

두 쌍의 대각의 크기가 각각 같은 사각형은 평행사변형이다.
따라서 $\angle a = 120°$, $\overline{AD} // \overline{BC}$이고, $\angle ADB$와 $\angle CDA$는 엇각이므로 $\angle b = 30°$이다.
$\therefore \angle a + \angle b = 150°$

7. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 변 AD , 변 BC 의 중점을 각각 점 E, F 라 할 때, □AFCE 는 어떤 사각형인가?



① 평행사변형 ② 마름모

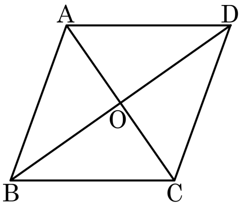
③ 직사각형 ④ 정사각형

⑤ 사다리꼴

해설

$\overline{\mathrm{AE}} = \overline{\mathrm{FC}}$ 이고 $\overline{\mathrm{AE}} // \overline{\mathrm{FC}}$ 이므로
사각형 AFCE 는 평행사변형이다.

8. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD에 대하여 두 대각선의 교점을 O라고 하자. $\triangle AOD = 20\text{cm}^2$ 일 때, $\square ABCD$ 의 넓이는?



① 40cm^2 ② 60cm^2 ③ 80cm^2

④ 100cm^2 ⑤ 120cm^2

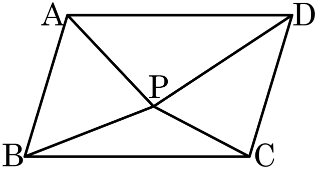
해설

$\triangle BOC$ 와 $\triangle AOD$ 는 같다.

$\triangle AOD + \triangle BOC = \triangle AOB + \triangle DOC$ 이다.

그러므로 평행사변형 ABCD 는 $80\,\text{cm}^2$ 이다.

9. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 의 내부의 임의의 한 점 P 에 대하여 $\triangle PAD = 15\text{cm}^2$, $\triangle PBC = 11\text{cm}^2$, $\triangle PCD = 12\text{cm}^2$ 일 때, $\triangle PAB$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ________ cm^2

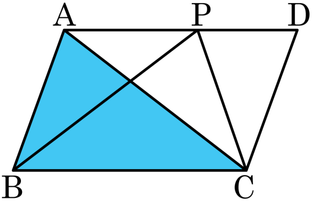
▷ 정답 : $14\,\text{cm}^2$

해설

$\triangle PAB + \triangle PCD = \triangle PAD + \triangle PBC = \frac{1}{2} \times \square ABCD$, $\triangle PAB + 12 = 15 + 11 = 26(\text{cm}^2)$

$\therefore \triangle PAB = 14\text{cm}^2$

10. 다음 그림과 같이 □ABCD가 평행사변형이고 $\triangle PBC = 14\mathrm{cm}^2$ 일 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라. (단, 단위는 생략한다.)



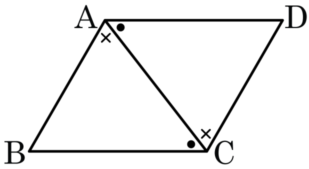
▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

$\triangle PBC$와 $\triangle ABC$는 밑변의 길이 $\overline{BC}$와 높이가 같으므로
$\triangle ABC = \triangle PBC = 14(\mathrm{cm}^2)$이다.

11. 다음은 평행사변형의 성질을 증명하는 과정이다. 어떤 성질을 증명한 것인가?



평행사변형에서 점 A와 점 C를 이으면
$\triangle ABC$와 $\triangle CDA$에서 $\overline{AC}$는 공통 $\cdots$ ㉠
$\overline{AB} \mathbin{/\!/} \overline{CD}$이므로 $\angle BAC = \angle DCA \cdots$ ㉠
$\overline{AD} \mathbin{/\!/} \overline{BC}$이므로 $\angle BCA = \angle DAC \cdots$ ㉠
㉠, ㉡, ㉢에 의해서 $\triangle ABC \equiv \triangle CDA$(ASA 합동)
$\therefore\ \angle A = \angle C,\ \angle B = \angle D$

① 평행사변형에서 두 쌍의 엇각의 크기가 각각 같다.

② 평행사변형에서 두 쌍의 대변의 길이는 각각 같다.

③ 평행사변형에서 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.

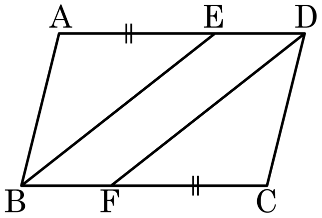
④ 평행사변형에서 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.

⑤ 평행사변형에서 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.

해설

평행사변형에서 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같음을 증명하는 과정이다.

12. 다음 평행사변형 ABCD에 대해 $\overline{AE} = \overline{FC}$가 되도록 점 E, F를 잡고 또 다른 □EBFD를 그렸다. □EBFD가 평행사변형이 될 때, 그 이유로 가장 적절한 것을 골라라.



① $\triangle ABE \equiv \triangle CDF$

② $\overline{AB} = \overline{CD}$

③ $\overline{BE} + \overline{ED} = \overline{DF} + \overline{FB}$

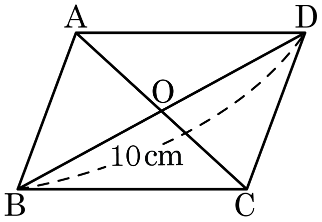
④ $\overline{ED} = \overline{BF}$

⑤ $\overline{EB} /\!/ \overline{DF}$

해설

점 E, F가 각각 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$ 위의 점이고 $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$가 성립한다.
또한 $\overline{AE} = \overline{FC}$ 이고, □ABCD가 평행사변형이므로 $\overline{AD} = \overline{BC}$가 성립한다.
따라서 $\overline{ED} = \overline{BF}$이다.
한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같은 사각형은 평행사변형이 되므로 □EBFD는 평행사변형이다.

13. 다음 그림은 $\overline{BD} = 10\text{cm}$ 인 평행사변형 ABCD 이다. 평행사변형 ABCD 가 직사각형이 되도록 하는 $\overline{OA}$ 의 길이는? (단, O 는 대각선의 교점이다.)



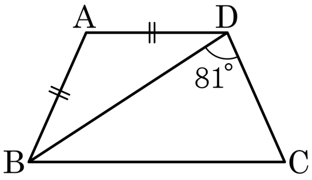
① 2cm ② 5cm ③ 7cm ④ 10cm ⑤ 12cm

해설

평행사변형이 직사각형이 되는 조건은 두 대각선의 길이가 서로 같아야 한다.

따라서 $\overline{BD} = \overline{AC} = 10\text{cm}$, $\overline{OA} = \dfrac{\overline{AC}}{2} = \dfrac{10}{2} = 5\text{cm}$ 이다.

14. 다음 그림의 □ABCD는 $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$인 등변사다리꼴이다. $\overline{AB} = \overline{AD}$, $\angle BDC = 81°$일 때, $\angle DBC$의 크기는?



① 28° ② 31° ③ 33° ④ 35° ⑤ 37°

해설

$\angle DBC = \angle x$라 하면

$\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$이므로 $\angle ADB = \angle x$

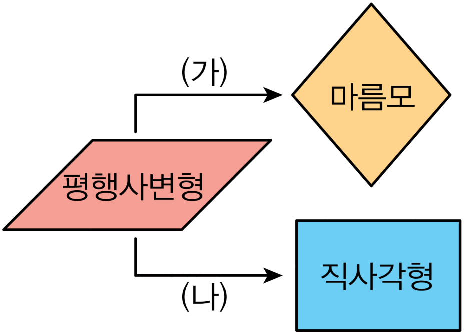
$\overline{AB} = \overline{AD}$이므로 $\angle ABD = \angle x$

□ABCD는 등변사다리꼴이므로 $\angle ABC = \angle DCB$

$2\angle x = 99 - \angle x$, $3\angle x = 99$

$\therefore\ \angle x = 33°$

15. 다음 그림에서 평행사변형에 조건 (가)를 붙이면 마름모가 되고, (나)를 붙이면 직사각형이 된다. (가), (나)에 들어가는 조건으로 알맞은 것을 모두 고르면?



① (가) 이웃하는 대변의 길이가 같다. (나) 한 내각의 크기가 직각이다.

② (가) 두 대각선의 길이가 같다. (나) 이웃하는 두 변의 길이가 같다.

③ (가) 이웃하는 두 각의 크기가 같다. (나) 한 내각의 크기가 직각이다.

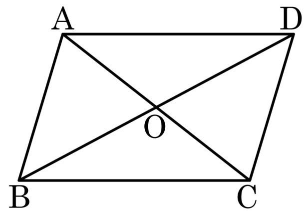
④ (가) 한 내각의 크기가 직각이다. (나) 이웃하는 두 각의 크기가 같다.

⑤ (가) 두 대각선이 서로 수직이다. (나) 두 대각선의 길이가 같다.

해설

평행사변형이 마름모가 되려면 이웃하는 대변의 길이가 같거나 두 대각선이 서로 수직 이등분한다.
평행사변형이 직사각형이 되려면 한 내각의 크기가 직각이거나 두 대각선의 길이가 같으면 된다.

16. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD에 조건을 주었을 때, 어떤 사각형이 되는지를 바르게 연결한 것은?



① $\angle OAD = \angle ODA \rightarrow$ 마름모

② $\angle OAD = \angle OAB \rightarrow$ 직사각형

③ $\angle OBC = \angle OCB = 45°\rightarrow$ 정사각형

④ $\overline{OC} = \overline{OD} \rightarrow$ 정사각형

⑤ $\triangle OBC \equiv \triangle OCD \rightarrow$ 정사각형

해설

① $\angle OAD = \angle ODA$ 이면 $\overline{OA} = \overline{OD} \rightarrow$ 직사각형
② $\angle OAD = \angle OAB$ 이면 $\overline{AB} = \overline{AD} \rightarrow$ 마름모
③ $\angle OBC = \angle OCB = 45°$ 이면 $\overline{OB} = \overline{OC}$,
$\angle BOC = 90° \rightarrow$ 정사각형

④ $\overline{OC} = \overline{OD} \rightarrow$ 직사각형
⑤ $\triangle OBC \equiv \triangle OCD$ 이면
$\angle COB = \angle COD = 90°$,
$\overline{CD} = \overline{CB} \rightarrow$ 마름모

17. 다음 중 옳은 것은?

① $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 인 평행사변형 ABCD는 직사각형이다.

② $\overline{AB} = \overline{BC}$ 인 평행사변형 ABCD는 직사각형이다.

③ $\angle A = 90°$ 인 평행사변형 ABCD는 마름모이다.

④ $\overline{AB} = \overline{BC}$, $\overline{AC} = \overline{BD}$ 인 평행사변형 ABCD는 정사각형이다.

⑤ $\angle B + \angle D = 180°$, $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 인 평행사변형 ABCD는 마름모이다.

해설

① 마름모
② 마름모
③ 직사각형
⑤ 정사각형

18. 다음 보기의 사각형 중에서 두 대각선이 서로 다른 것을 수직이등분하는 것을 모두 고르면?

보기

㉠ 등변사다리꼴	㉡ 평행사변형
㉢ 직사각형	㉣ 마름모
㉤ 정사각형	㉥ 사다리꼴

① ㉠, ㉢　② ㉣, ㉤　③ ㉠, ㉡, ㉣

④ ㉠, ㉢, ㉣　⑤ ㉢, ㉣, ㉤, ㉥

해설

두 대각선이 서로 다른 것을 수직이등분하는 사각형은 마름모, 정사각형이다.

19. 평행사변형 ABCD 가 다음 조건을 만족할 때, 어떤 사각형이 되는지 말하여라.

보기

조건1 : $\angle A = 90°$
조건2 : $\overline{AC}$ 와 $\overline{BD}$ 는 직교한다.

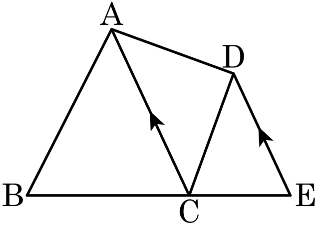
▶ 답 :

▷ 정답 : 정사각형

해설

조건 1에서 평행사변형의 한 각이 $90°$ 이므로 다른 각도 모두 $90°$ 가 된다. 이 경우 직사각형이 된다.
조건 2 에서 두 대각선이 직교하므로 마름모가 된다.
이 조건을 모두 만족하는 도형은 정사각형이다.

20. 다음 그림에서 $\overline{AC} /\!/ \overline{DE}$ 이고, $\triangle ABC$ 의 넓이가 12 이고 $\triangle ACD$ 의 넓이가 8 일 때, $\triangle ABE$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

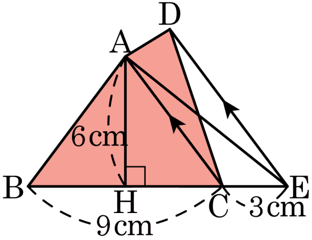
▷ 정답 : 20

해설

$\overline{AC} /\!/ \overline{DE}$ 이므로 $\triangle ACE = \triangle ACD = 8$

$\therefore \triangle ABE = \triangle ABC + \triangle ACE = 12 + 8 = 20$

21. 다음 그림과 같이 $\overline{AC} // \overline{DE}$, $\overline{AH} \perp \overline{BC}$일 때, □ABCD의 넓이는?



① 18cm^2 ② 24cm^2 ③ 27cm^2

④ 30cm^2 ⑤ 36cm^2

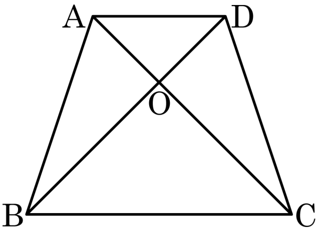
해설

$\overline{AC} // \overline{DE}$이므로 △ADC와 △AEC는 밑변과 높이가 같으므로 넓이가 같다.

$\therefore$ □ABCD = △ABC + △ADC = △ABC + △AEC

$= \triangle ABE = \dfrac{1}{2} \times (9+3) \times 6 = 36(\text{cm}^2)$

22. 다음 그림과 같이 $\overline{AD}//\overline{BC}$ 인 사다리꼴 ABCD 에서 $\overline{OA} : \overline{OC} = 1 : 2$ 이다. □ABCD 의 넓이가 36 일 때, △BCO 의 넓이를 구하여라.



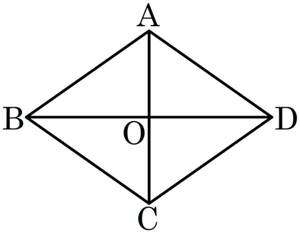
▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

(△AOD의 넓이) $=$ A 라 하자.
△AOD : △COD $= 1 : 2$ 이므로
A : △COD $= 1 : 2$ $\quad\therefore$ △COD $= 2$A
이때 △ABD $=$ △ACD 이므로
△ABO $=$ △COD $= 2$A
또, △ABO : △BCO $= 1 : 2$ 이므로
2A : △BCO $= 1 : 2$ $\quad\therefore$ △BCO $= 4$A
□ABCD $=$ A $+$ 2A $+$ 2A $+$ 4A $= 36$ $\quad\therefore$ A $= 4$
따라서 △BCO $=$ 4A $= 16$ 이다.

23. 다음 중 마름모 ABCD가 정사각형이 되기 위한 조건은?



① $\overline{AC} \perp \overline{BD}$　② $\overline{AC} = \overline{BD}$　③ $\overline{AB} = \overline{BC}$

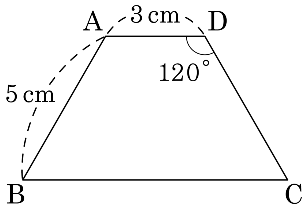
④ $\overline{BO} = \overline{DO}$　⑤ $\overline{AD} // \overline{BC}$

해설

마름모의 대각선은 서로 다른 것을 수직이등분한다. 정사각형의 두 대각선은 길이가 같고, 서로 다른 것을 수직 이등분한다.

$\therefore\ \overline{AC} = \overline{BD}$

24. 다음 그림과 같이 $\overline{AD}//\overline{BC}$ 인 등변사다리꼴 ABCD 에서 $\angle D = 120°$ 일 때, □ABCD 의 둘레의 길이를 구하여라.

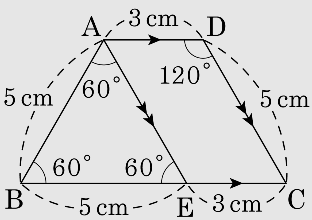


▶ 답 : cm

▷ 정답 : 21 cm

해설

다음 그림과 같이 $\overline{AE}//\overline{DC}$ 가 되도록 변 BC 위에 점 E 를 잡으면 □AECD 는 평행사변형이고 △ABE는 정삼각형이다.



$\overline{BE} = \overline{AB} = 5\,\text{cm}$ 이고

$\overline{EC} = \overline{AD} = 3\,\text{cm}$ 이므로

$\overline{BC} = 5 + 3 = 8(\,\text{cm})$

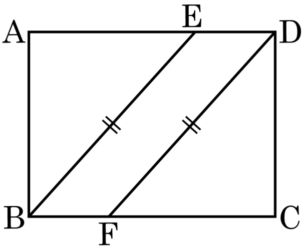
$\therefore$ (□ABCD 의 둘레의 길이)

$= \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} + \overline{AD}$

$= 5 + 8 + 5 + 3$

$= 21(\,\text{cm})$

25. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD의 변 AD, BC 위에 $\overline{BE} = \overline{FD}$가 되도록 점 E, F를 잡을 때, □EBFD는 어떤 사각형인가?



① 등변사다리꼴 ② 평행사변형 ③ 마름모

④ 직사각형 ⑤ 정사각형

해설

$\triangle ABF \equiv \triangle CDF$ (RHA 합동)이므로

$\overline{AE} = \overline{CF}$ 따라서 $\overline{ED} = \overline{BF}$

한편 $\overline{BE} = \overline{DF}$이므로 □EBFD는 평행사변형이다.