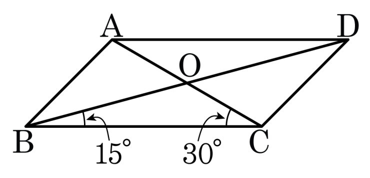
1. 평행사변형 ABCD 에서 두 대각선의 교점을 O 라 하고, $\angle ACB = 30°$, $\angle CBD = 15°$ 라고 할 때, $\angle AOB$ 의 크기는?



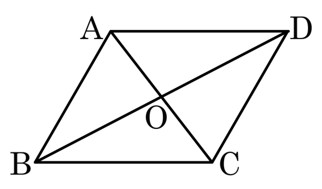
① 25° ② 30° ③ 35° ④ 40° ⑤ 45°

해설

$\overline{AB}//\overline{CD}$ 이므로 $\angle ADO = \angle DBC = 15°$, $\angle DAO = \angle OCB = 30°$

$\angle AOB = \angle DAO + \angle ADO = 15° + 30° = 45°$ 이다.

2. 다음은 '평행사변형에서 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.' 를 증명한 것이다. $\angle OAD = \angle OCB$, $\angle ODA = \angle OBC$ 인 이유는?

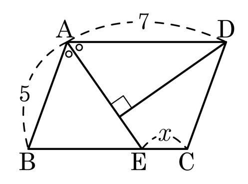


[가정] $\square ABCD$ 에서 $\overline{AB} \mathbin{/\!/} \overline{DC}$, $\overline{AD} \mathbin{/\!/} \overline{BC}$
[결론] $\overline{AO} = \overline{CO}$, $\overline{BO} = \overline{DO}$
[증명] $\triangle OAD$ 와 $\triangle OCB$ 에서평행사변형의 대변의 길이는 같으므로
$\overline{AD} = \overline{BC} \cdots$ ㉠
$\overline{AD} \mathbin{/\!/} \overline{BC}$ 이므로
$\angle OAD = \angle OCB \cdots$ ㉡
$\angle ODA = \angle OBC \cdots$ ㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해서 $\triangle OAD \equiv \triangle OCB$ (ASA 합동)
$\therefore$ $\overline{AO} = \overline{CO}$, $\overline{BO} = \overline{DO}$

① 맞꼭지각 ② 직각 ③ 동위각
④ 엇각 ⑤ 평각

해설
평행선에서의 엇각의 성질로 $\angle OAD = \angle OCB$, $\angle ODA = \angle OBC$ 이다.

3. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 x 의 값은?



① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

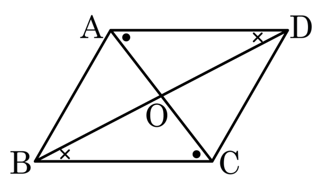
$\overline{AD} = \overline{BC} = 7$

$\angle DAE = \angle AEB$ (엇각)

$\therefore\ \overline{AB} = \overline{BE} = 5$

$\therefore\ x = 7 - 5 = 2$

4. □ABCD 가 평행사변형일 때, 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분함을 설명하는 과정이다. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



□ABCD 에서 $\overline{AB}//\overline{DC}$, $\overline{AD}//\overline{BC}$, 점 O는 $\overline{AC}$, $\overline{BD}$의 교점
△ABO와 △CDO에서
평행사변형의 대변의 길이는 같으므로
① $\underline{\overline{AB}=\overline{CD}}$ ⋯㉠
$\overline{AB}//\overline{DC}$ 이므로
②$\angle ABO=\angle CDO$ (엇각관계) ⋯㉡
③$\angle BAO=\angle DCO$ (엇각관계) ⋯㉢
㉠, ㉡, ㉢에서
$\triangle ABO\equiv\triangle CDO$ (④ SAS 합동)
$\therefore\ \overline{OA}=\overline{OC}$, ⑤ $\underline{\overline{OB}=\overline{OD}}$
따라서, 평행사변형의 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.

① $\underline{\overline{AB}=\overline{CD}}$

② $\angle ABO=\angle CDO$ (엇각관계)

③ $\angle BAO=\angle DCO$ (엇각관계)

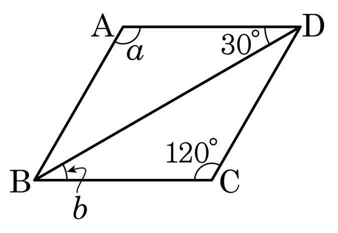
④ (SAS 합동)

⑤ $\underline{\overline{OB}=\overline{OD}}$

해설

④ SAS 합동 → ASA 합동

5. 다음 그림과 같은 □ABCD가 평행사변형이 되도록 $\angle a$와 $\angle b$의 크기를 정할 때, 두 각의 합을 구하여라.



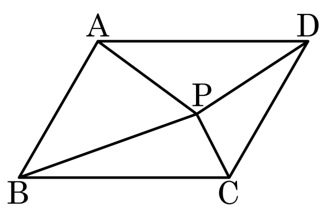
▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\qquad}$ °

▷ 정답 : 150°

해설

두 쌍의 대각의 크기가 각각 같은 사각형은 평행사변형이다.
따라서 $\angle a = 120°$, $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$ 이고, $\angle ADB$ 와 $\angle CDA$ 는 엇각이므로 $\angle b = 30°$ 이다.
$\therefore\ \angle a + \angle b = 150°$

6. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\triangle ABP = 20 cm^2$, $\triangle PBC = 13 cm^2$, $\triangle APD = 17 cm^2$, $\triangle DPC = x cm^2$ 이다. x 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 10

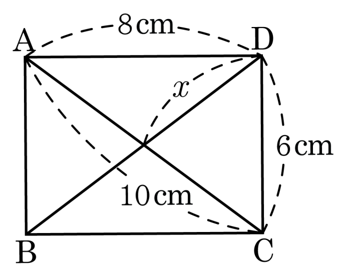
해설

내부의 한 점 P 에 대하여 $\frac{1}{2}\square ABCD = \triangle ABP + \triangle DPC = \triangle APD + \triangle PBC$ 이므로

$20 + \triangle DPC = 17 + 13$ 이다.

$\therefore\ \triangle DPC = 10 cm^2$

7. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 $\overline{AD} = 8\,\text{cm}$, $\overline{DC} = 6\,\text{cm}$, $\overline{AC} = 10\,\text{cm}$ 일 때, x의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ________ cm

▷ 정답 : 5 cm

해설

직사각형은 두 대각선의 길이가 같고 서로 다른 것을 이등분하므로 $x = 10 \div 2 = 5(\text{cm})$ 이다.

8. 다음 보기 중에서 평행사변형이 직사각형이 되기 위한 조건을 모두 몇 개인가?

보기

㉠ 이웃하는 두 변의 길이가 같다.

㉡ 이웃하는 두 각의 크기가 같다.

㉢ 한 내각의 크기가 90° 이다.

㉣ 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.

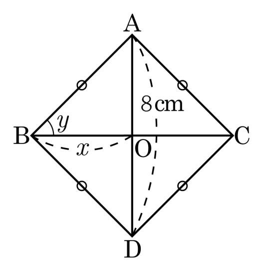
㉤ 두 대각선의 길이가 같다.

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

㉠ 마름모가 될 조건
㉡ 직사각형이 될 조건
㉢ 직사각형이 될 조건
㉣ 평행사변형이 될 조건
㉤ 직사각형이 될 조건
∴ ㉡, ㉢, ㉤의 3 개

9. 다음 그림에서 마름모 ABCD 가 정사각형이 되기 위한 x, y 의 값을 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▶ 답 : ______ °

▷ 정답 : $x = 4$ cm

▷ 정답 : $\angle y = 45$ °

해설

마름모가 정사각형이 되려면
두 대각선의 길이가 같아야 하므로
$\Rightarrow \overline{AD} = \overline{BC}$, $\overline{BC} = 2\overline{BO}$, $8 = 2x$, $x = 4\,\text{cm}$
하나의 내각이 $90°$ 이므로
$\Rightarrow \angle ABD = 90°$, $2 \times \angle y = 90°$, $\angle y = 45°$

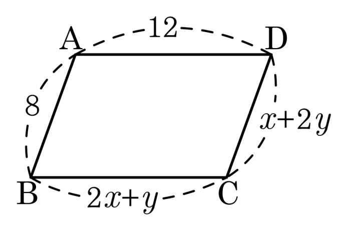
10. 다음 설명하는 사각형은 어떤 사각형인가?

㉠ 네 변의 길이가 모두 같다. ㉡ 네 내각의 크기가 모두 같다. ㉢ 두 대각선의 길이가 같다. ㉣ 두 대각선이 서로 수직이등분한다.

① 사다리꼴 ② 등변사다리꼴 ③ 정사각형
④ 마름모 ⑤ 직사각형

해설
정사각형은 네 변의 길이와 네 내각의 크기가 모두 같고, 두 대각선의 길이가 같고 서로 수직이등분한다.

11. 다음 그림과 같이 □ABCD 가 평행사변형이 되도록 x, y 의 값을 구하여라.



▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $x=\frac{16}{3}$

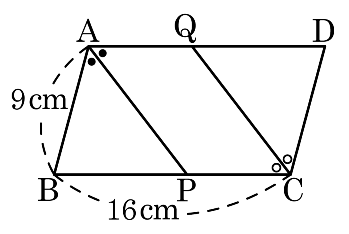
▷ 정답: $y=\frac{4}{3}$

해설

연립방정식 $\begin{cases} 2x+y=12 \\ x+2y=8 \end{cases}$ 을 풀면,

$x=\frac{16}{3}$, $y=\frac{4}{3}$

12. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{AP}, \overline{CQ}$ 는 각각 $\angle A, \angle C$ 의 이등분선이다.
$\overline{AB} = 9\,\mathrm{cm}, \overline{BC} = 16\,\mathrm{cm}$ 일 때, $\overline{AQ} + \overline{PC}$ 의 길이는?

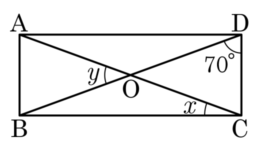


① 12cm ② 13cm ③ 14cm ④ 15cm ⑤ 16cm

해설

□APCQ 는 평행사변형이므로
$\angle QAP = \angle APB$ (엇각)
$\therefore \overline{BP} = \overline{AB} = 9(\mathrm{cm}), \overline{PC} = 16 - 9 = 7(\mathrm{cm})$
$\overline{AQ} = \overline{PC} = 7(\mathrm{cm})$ 이므로
$\overline{AQ} + \overline{PC} = 14(\mathrm{cm})$

13. 다음 직사각형 ABCD 에서 $\angle x + \angle y$ 의 값은?

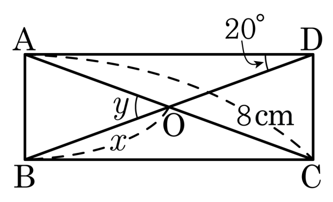


① $30°$　② $40°$　③ $50°$
④ $60°$　⑤ $70°$

해설

$\angle \mathrm{ODC} = \angle \mathrm{DCO} = 70°$, $\angle x + \angle \mathrm{DCO} = 90°$
$\therefore\ \angle x = 90° - 70° = 20°$
$\angle \mathrm{ACB} = \angle \mathrm{CBD} = 20°$
$\therefore \angle y = \angle x + \angle \mathrm{CBD} = 20° + 20° = 40°$
따라서 $\angle x + \angle y = 20° + 40° = 60°$

14. 다음 직사각형 ABCD 의 x, y 의 값을 차례로 나열한 것은?



① 2cm, 30° ② 3cm, 30° ③ 3cm, 40°
④ 4cm, 30° ⑤ 4cm, 40°

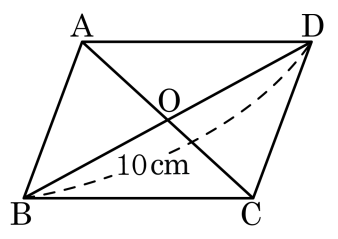
해설

$\overline{AC} = \overline{BD} = 8\text{cm}$, $\overline{BO} = x = \dfrac{\overline{BD}}{2} = \dfrac{8}{2} = 4(\text{cm})$

$\angle ADO = \angle DAO$, 삼각형의 외각의 성질을 이용하여

$\angle y = \angle ADO + \angle DAO = 20° + 20° = 40°$

15. 다음 그림은 $\overline{BD} = 10\text{cm}$ 인 평행사변형 ABCD이다. 평행사변형 ABCD가 직사각형이 되도록 하는 $\overline{OA}$ 의 길이는? (단, O 는 대각선의 교점이다.)



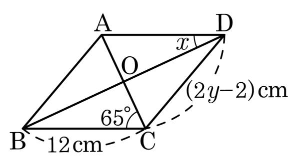
① 2cm ② 5cm ③ 7cm ④ 10cm ⑤ 12cm

해설

평행사변형이 직사각형이 되는 조건은 두 대각선의 길이가 서로 같아야 한다.

따라서 $\overline{BD} = \overline{AC} = 10\text{cm}$, $\overline{OA} = \dfrac{\overline{AC}}{2} = \dfrac{10}{2} = 5\text{cm}$ 이다.

16. 다음 그림에서 ABCD가 마름모일 때, $x-y$의 값을 구하여라.(단, 단위생략)



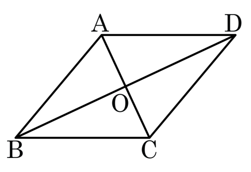
▶ 답 :

▷ 정답 : 18

해설

마름모는 두 대각선이 서로 직교하므로 $\angle AOD = 90°$가 된다.
$\angle BCO = \angle DAO = 65°$이므로 $\angle x = 25°$가 된다.
마름모이므로 모든 변의 길이가 같다.
따라서 $12 = 2y - 2$, $y = 7$이다.
$\therefore\ x - y = 25 - 7 = 18$

17. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 가 마름모가 되는 조건이 <u>아닌</u> 것을 모두 고르면? (2 개)



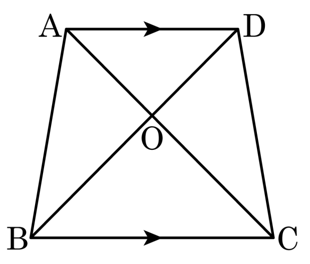
① $\overline{AC} = \overline{BD}$
② $\overline{AB} = \overline{AD}$
③ $\angle BCD = \angle CDA$
④ $\angle ABD = \angle DBC$
⑤ $\overline{AC} \perp \overline{BD}$

해설

① 직사각형의 성질

③ $\angle BCD = \angle CDA = \dfrac{180°}{2} = 90°$ 이므로 직사각형이 된다.

18. 다음 그림의 등변사다리꼴 ABCD 에 대한 설명 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\overline{AC} = \overline{DB}$

② $\overline{AB} = \overline{DC}$

③ ($\triangle$ABD의 넓이) = ($\triangle$DCA의 넓이)

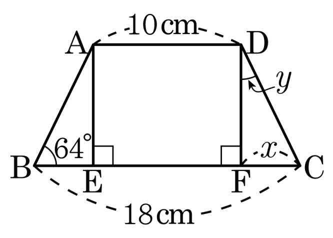
④ $\triangle ABC \equiv \triangle DCB$

⑤ $\triangle$OBC 는 정삼각형이다.

해설

② 등변사다리꼴의 성질
①, ④ $\triangle$ABC 와 $\triangle$DCB 에서
$\overline{AB} = \overline{DC}$ 이고, $\overline{BC}$ 는 공통,
$\angle B = \angle C$ 이므로 $\triangle ABC \equiv \triangle DCB$(SAS합동)
$\therefore\ \overline{AC} = \overline{DB}$
③ $\triangle$ABD 와 $\triangle$DCA 에서
$\overline{AD} \,/\!/\, \overline{BC}$ 이고 밑변 $\overline{AD}$ 는 공통이므로
($\triangle$ABD의 넓이) = ($\triangle$DCA의 넓이)

19. 다음 그림과 같이 $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$ 인 등변사다리꼴 ABCD 의 꼭짓점 A, D 에서 $\overline{BC}$ 로 내린 수선의 발을 E, F 라고 할 때, x, y 를 차례대로 구하여라.



▶ 답: cm

▶ 답: °

▷ 정답: $x = 4$ cm

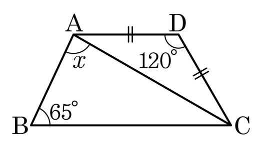
▷ 정답: $\angle y = 26$ °

해설

등변사다리꼴에서 $\triangle ABE \equiv \triangle DCF$ 이므로

$\overline{BE} = \overline{CF}$, $x = 4\text{cm}$, $\angle y = 26°$

20. 다음 그림은 $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$ 인 사다리꼴이다. $\overline{AD} = \overline{DC}$ 이고, $\angle ABC = 65°$, $\angle ADC = 120°$ 일 때, $\angle x$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 85

해설

삼각형 ADC 는 이등변삼각형이므로

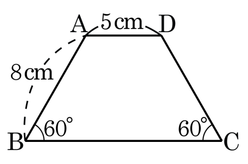
$\angle DAC = \angle DCA = 30°$

$\angle BCA = 30°$ ($\angle DAC$ 와 엇각관계)

그러므로 $\angle x + 65° + 30° = 180°$

$\therefore\ \angle x = 85$

21. 다음 그림과 같이 $\overline{AD} // \overline{BC}$ 인 사다리꼴 ABCD 에서 $\angle B = \angle C = 60°$ 이고, $\overline{AB} = 8\,\text{cm}$, $\overline{AD} = 5\,\text{cm}$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이를 구하여라.



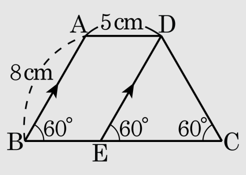
▶ 답: ______ cm

▷ 정답: 13 cm

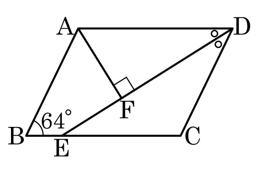
해설

점 D 에서 $\overline{AB}$ 와 평행한 선분을 그어 $\overline{BC}$ 와 만난 점을 E 라 하면, $\overline{DE} = \overline{AB} = 8\,\text{cm}$, 삼각형 DEC 는 정삼각형이 되므로 $\overline{EC} = 8\,\text{cm}$ 사각형 ABED 는 평행사변형이므로 $\overline{AD} = \overline{BE} = 5\,\text{cm}$

$\therefore \overline{BC} = \overline{BE} + \overline{EC} = 5 + 8 = 13\ (\text{cm})$



22. 다음 그림과 같이 $\angle B = 64°$ 인 평행사변형 ABCD 의 꼭짓점 A 에서 $\angle D$ 의 이등분선 위에 내린 수선의 발을 F 라 할 때, $\angle BAF$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답: °

▷ 정답: 58°

해설

$\angle ADF = \angle CDF = 64° \div 2 = 32°$

$\angle DAF = 180° - (32° + 90°) = 58°$

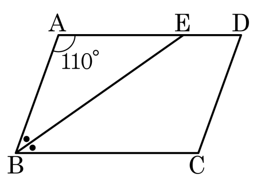
$\angle DAB = 180° - 64° = 116°$

$\therefore \angle BAF = \angle DAB - \angle DAF$

$= 116° - 58°$

$= 58°$

23. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\angle BAD = 110°$ 이고 $\angle ABE = \angle CBE$ 일 때, $\angle BED$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ____ °

▷ 정답 : 145°

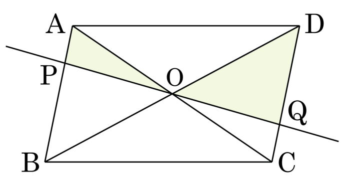
해설

$\angle ABC = 180° - 110° = 70°$

$\angle ABE = \angle EBC = \angle AEB = 70° \times \frac{1}{2} = 35°$

$\therefore \angle BED = 180° - 35° = 145°$

24. 오른쪽 그림과 같이 넓이가 $60\,\mathrm{cm}^2$ 인 평행사변형 ABCD 에서 두 대각선의 교점 O 를 지나는 직선과 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ 와의 교점을 각각 P, Q 라 할 때, 색칠한 부분의 넓이의 합을 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : $15\,\mathrm{cm}^2$

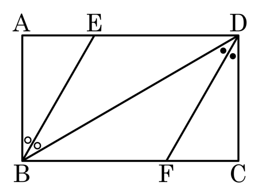
해설

$\triangle AOP$ 와 $\triangle COQ$ 에서
$\overline{AB} \,/\!/\, \overline{CD}$ 이므로 $\angle BAC = \angle ACD$(엇각)
$\angle AOP = \angle COQ$(맞꼭지각)
$\overline{AO} = \overline{CO}$(평행사변형의 성질)
$\therefore \triangle AOP \equiv \triangle COQ$ (ASA 합동)

$\triangle AOP$ 와 $\triangle COQ$ 가 합동이므로 색칠한 부분의 넓이의 합은 $\triangle CDO$ 와 같다.

$\square ABCD = 4\triangle CDO$ 이므로 $60 = 4\triangle CDO$
$\therefore\ \triangle CDO = 15(\mathrm{cm}^2)$
따라서 색칠한 부분의 넓이의 합은 $15\,\mathrm{cm}^2$ 이다.

25. 다음 그림에서 $\overline{BD}$는 직사각형 ABCD의 대각선이다. $\angle ABD$, $\angle BDC$의 이등분선이 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$와 만나는 점을 각각 E, F라 할 때, $\overline{DE} = 8cm$일 때, □EBFD의 둘레는?



① 30cm　② 32cm　③ 34cm

④ 36cm　⑤ 38cm

해설

$\overline{EB} \,/\!/\, \overline{DF}$ 이므로 $\angle EBD = \angle FDB$ 이고 $\overline{AD} \,/\!/\, \overline{BC}$ 이므로 $\angle EDB = \angle DBF$ 이다.
따라서 $\triangle EBD$는 이등변삼각형이고, $\overline{DE} = \overline{BE}$이므로 □ABCD는 마름모이다.
$\overline{DE} = 8cm$ 이므로 둘레는 $4 \times 8 = 32(cm)$ 이다.