

1. 다음에서 제곱근이 유리수인 것을 모두 고른 것은?

㉠ 12	㉡ $\frac{9}{25}$	㉢ 0.4
㉤ 0.049	㉦ $\frac{3}{5}$	㉨ 0.01

① ㉡, ㉢

② ㉢, ㉤

③ ㉢, ㉤, ㉨

④ ㉡, ㉢, ㉨

⑤ ㉡, ㉢, ㉤

해설

$$\left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{9}{25}, \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9} = 0.\dot{4}, (0.1)^2 = 0.01$$

$$0.049 = \frac{49}{1000} \text{ 이므로 제곱근은 } \pm \frac{7}{10\sqrt{10}} \text{ 이 되어 무리수이다.}$$

따라서 ㉡, ㉢, ㉨이다.

3. 다음 중 옳은 것은?

- ① 0은 제곱근이 없다.
- ② $\sqrt{36}$ 의 제곱근과 6의 제곱근은 같다.
- ③ $\sqrt{16}$ 의 제곱근은 4 또는 -4 이다.
- ④ 1의 제곱근은 1개이다.
- ⑤ -2 는 -4 의 음의 제곱근이다.

해설

- ① 0의 제곱근은 0이다.
- ③ $\sqrt{16}$ 의 제곱근은 $-2, 2$
- ④ 1의 제곱근은 $-1, 1$
- ⑤ 음수의 제곱근은 없다.

4. 넓이가 4 cm^2 , 5 cm^2 , 19 cm^2 인 세 정사각형이 있다. 이 세 정사각형의 넓이를 합쳐서 큰 정사각형을 만들 때 한 변의 길이를 구하여라.

▶ 답 : cm

▷ 정답 : $2\sqrt{7}$ cm

해설

$$4 + 5 + 19 = 28$$

$$28 \text{의 양의 제곱근 : } \sqrt{28} = 2\sqrt{7}$$

5. 한 변의 길이가 각각 $\sqrt{8}\text{ cm}$, $\sqrt{11}\text{ cm}$ 인 정사각형 두 개가 있다. 이 두 정사각형의 넓이를 합하여 하나의 큰 정사각형으로 만들 때, 큰 정사각형의 한 변의 길이는?

- ① $-\sqrt{19}\text{ cm}$ ② $\sqrt{19}\text{ cm}$ ③ $\pm\sqrt{19}\text{ cm}$
④ -19 cm ⑤ 19 cm

해설

$(\sqrt{8})^2 + (\sqrt{11})^2 = 19$ 이다.
따라서 큰 정사각형의 한 변의 길이는 19 의 양의 제곱근인 $\sqrt{19}(\text{cm})$ 이다.

6. 다음 중 반드시 근호를 사용하여 나타내야만 하는 것은?

① $\sqrt{0.49}$

② $\sqrt{121}$

③ $\sqrt{1}$

④ $\sqrt{\frac{1}{16}}$

⑤ $\sqrt{0.4}$

해설

① $\sqrt{0.49} = \sqrt{0.7^2} = 0.7$

② $\sqrt{121} = \sqrt{11^2} = 11$

③ $\sqrt{1} = \sqrt{1^2} = 1$

④ $\sqrt{\frac{1}{16}} = \sqrt{\left(\frac{1}{4}\right)^2} = \frac{1}{4}$

⑤ 0.4 는 제곱수가 아니므로 $\sqrt{0.4}$ 는 반드시 근호를 사용하여 나타낸다.

7. $\sqrt{(1-\sqrt{5})^2} - \sqrt{(\sqrt{5}+3)^2}$ 을 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

$1 - \sqrt{5} < 0$ 이므로 $\sqrt{(1 - \sqrt{5})^2} = \sqrt{5} - 1$

(준식) $= \sqrt{5} - 1 - (\sqrt{5} + 3) = -4$

8. $\sqrt{7} < \sqrt{2a+3b} < \sqrt{15}$ 를 만족하는 순서쌍 (a, b) 는 모두 몇 개인가?
(단, a, b 는 자연수)

① 7개 ② 10개 ③ 11개 ④ 13개 ⑤ 15개

해설

$\sqrt{7} < \sqrt{2a+3b} < \sqrt{15}$
 $7 < 2a+3b < 15$
 $b=1$ 일 때, $a=3, 4, 5$
 $b=2$ 일 때, $a=1, 2, 3, 4$
 $b=3$ 일 때, $a=1, 2$
 $b=4$ 일 때, $a=1$
 $\therefore$ 10개

9. 다음 중에서 순환하지 않는 무한소수로만으로 이루어진 것은?

① $\sqrt{21}$, $-\sqrt{7}$, $0.\dot{5}$

② $\sqrt{121}$, $\sqrt{5}-1$, $\sqrt{21}$

③ $-\sqrt{6}$, $\sqrt{3+2}$, $-\sqrt{1}$

④ $-\sqrt{\frac{1}{3}}$, $\sqrt{0.36}$, $\frac{\sqrt{4}}{2}$

⑤ $\frac{\sqrt{2}}{3}$, $\sqrt{8.1}$, $\sqrt{4+3\sqrt{2}}$

해설

① $0.\dot{5} = \frac{5}{9}$ 는 유리수이다.

② $\sqrt{121} = 11$ 은 유리수이다.

③ $-\sqrt{1} = -1$ 은 유리수이다.

④ $\sqrt{0.36} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$, $\frac{\sqrt{4}}{2} = \frac{2}{2} = 1$ 은 유리수이다.

10. 다음 보기 중 옳은 것은 모두 몇 개인지 구하여라.

보기

- ㉠ a 가 자연수 일 때, $\sqrt{a}$ 가 유리수인 경우가 있다.
- ㉡ $\frac{\text{(정수)}}{\text{(0이 아닌 정수)}}$ 꼴로 나타낼 수 없는 수는無理수이다.
- ㉢ 무리수에는 음수와 양수가 모두 존재 한다.
- ㉣ 근호 안의 수가 제곱수인 수는 무리수이다.
- ㉤ $\sqrt{n}$ 이 무리수가 되는 것은 n 이 소수일 때이다.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 3개

해설

- ㉢ 근호 안의 수가 제곱수인 수는 유리수이다.
- ㉤ $\sqrt{6}$ 은 무리수이지만, 6 은 소수가 아니다.

11. 다음 보기 중 옳은 것을 모두 골라라.

보기

- ㉠ $\frac{1}{\sqrt{5}}$ 는 자연수가 아니다.
- ㉡ $3\sqrt{4}$ 는 무리수이다.
- ㉢ $\sqrt{0.01}$ 는 정수가 아닌 유리수이다.
- ㉣ $\sqrt{9} \times \frac{\sqrt{4}}{4}$ 는 자연수이다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

▶ 정답 : ㉢

해설

- ㉠ $\frac{1}{\sqrt{5}}$ 는 무리수이다.
- ㉡ $3\sqrt{4}$ 는 6이므로 자연수이므로 무리수가 아니다.
- ㉢ $\sqrt{0.01} = 0.1$ 이므로 정수가 아닌 유리수이다.
- ㉣ $\sqrt{9} \times \frac{\sqrt{4}}{4} = 3 \times \frac{2}{4} = \frac{3}{2}$ 이므로 자연수가 아니다.

12. 다음 설명 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

- ① 두 유리수 $\frac{1}{5}$ 과 $\frac{1}{3}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.
- ② 두 무리수 $\sqrt{5}$ 와 $\sqrt{6}$ 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.
- ③ $\sqrt{5}$ 에 가장 가까운 유리수는 2 이다.
- ④ 서로 다른 두 유리수의 합은 반드시 유리수이지만, 서로 다른 두 무리수의 합 또한 반드시 무리수이다.
- ⑤ 실수와 수직선 위의 점 사이에는 일대일 대응이 이루어진다.

해설

- ③ $\sqrt{4}$ 와 $\sqrt{5}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 존재 한다.
- ④ 두 무리수를 더해 유리수가 될 수도 있다.

예) $\sqrt{2} + (-\sqrt{2}) = 0$

13. 다음 설명 중 옳은 것을 모두 고르면?(단, $a > 0$)

- ① 모든 수의 제곱근은 항상 2 개이다.
- ② a^2 의 제곱근은 a 이다.
- ③ $\sqrt{a}$ 는 제곱근 a 와 같다.
- ④ $\sqrt{a^2}$ 의 제곱근은 $\sqrt{a}$ 이다.
- ⑤ 모든 자연수의 제곱근은 항상 2 개이다.

해설

- ① 0 의 제곱근은 한 개이고 음수의 제곱근은 없다.
- ② a^2 의 제곱근은 $\pm a$
- ④ $\sqrt{a^2}$ 의 제곱근은 $\pm \sqrt{a}$

14. 다음 보기의 수를 각각 제곱근으로 나타낼 때, 근호를 사용하지 않아도 되는 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $\sqrt{36}$

㉡ 25

㉢ $\sqrt{(-3)^2}$

㉤ 1.6

㉥ $\frac{49}{9}$

㉦ $\frac{81}{6}$

① ㉠, ㉡

② ㉡, ㉤

③ ㉡, ㉥

④ ㉠, ㉢, ㉥

⑤ ㉡, ㉤, ㉥

해설

㉠ $\sqrt{36} = 6$ 이므로 6 의 제곱근은 $\pm\sqrt{6}$ 이다.

㉢ $\sqrt{(-3)^2} = 3$ 이므로 3 의 제곱근은 $\pm\sqrt{3}$ 이다.

㉤ (1.6 의 제곱근) $= \pm\sqrt{1.6}$ (1.6 은 제곱수가 아니다.)

㉥ $\left(\frac{81}{6}\right)$ 의 제곱근 $= \pm\frac{9}{\sqrt{6}}$

15. a 는 유리수, b 는 무리수일 때, 다음 중 그 값이 항상 무리수인 것은?

① $\sqrt{a} + b$

② $\frac{b}{a}$

③ $a^2 - b^2$

④ ab

⑤ $\frac{b}{\sqrt{a}}$

해설

① $a = 2, b = -\sqrt{2}$ 일 때, $\sqrt{2} + (-\sqrt{2}) = 0$ 이므로 유리수이다.

③ $b = \sqrt{2}$ 일 때, $b^2 = 2$ 이므로 $a^2 - b^2$ 는 유리수이다.

④ $a = 0$ 일 때, $ab = 0$ 이므로 유리수이다.

⑤ $a = 2, b = \sqrt{8}$ 일 때, $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}} = 2$ 이므로 유리수이다.

16. 두 원 A, B 의 반지름의 길이를 각각 r_1 , r_2 라고 할 때, $r_1 = 4r_2$ 이고, 원 A 의 넓이는 $256\pi\text{cm}^2$ 이다. 원 B 의 반지름의 길이를 구하여라.

▶ 답 : cm

▷ 정답 : 4 cm

해설

$$r_1 = \sqrt{256} = 16\text{ cm} \quad \therefore r_2 = 4\text{ (cm)}$$

17. $a - b > 0$, $ab < 0$ 일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 골라라.

- ㉠

$\sqrt{(b-a)^2} = b - a$
- ㉡

$\sqrt{(ab)^2} = |ab|$
- ㉢

$-\sqrt{b^2} > \sqrt{a^2} + 1$
- ㉤

$\sqrt{a^2} - \sqrt{(-b)^2} = a + b$
- ㉥

$\frac{\sqrt{(ab)^2}}{2} > \frac{\sqrt{(ab)^2}}{3}$
- ㉦

$\sqrt{(-a)^2} + 1 < 1 - \sqrt{b^2}$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉤

▷ 정답 : ㉥

해설

$b < 0 < a$ 이므로

㉠ : $\sqrt{(b-a)^2} = a - b$

㉡ : $\sqrt{(ab)^2} = -ab = |ab|$

㉢ : $-\sqrt{b^2} = b$, $\sqrt{a^2} = a$
 $b - a < 0$ 이므로 $-\sqrt{b^2} < \sqrt{a^2} + 1$

㉤ : $\sqrt{(-a)^2} = a$
 $-\sqrt{b^2} = -(-b) = b$
 $\sqrt{(-a)^2} + 1 > 1 - \sqrt{b^2}$

18. 부등식을 만족하는 정수 x 의 개수가 가장 많은 것을 골라라.

보기

- ㉠ $1 < \sqrt{5-3x} < 4$
- ㉡ $2 < \sqrt{1-x} < \sqrt{7}$
- ㉢ $-1 < \sqrt{2x-3} < 2$

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

해설

㉠ $1 < \sqrt{5-3x} < 4$

각 변을 제곱하면 $1 < 5-3x < 16$ 이므로

$5-3x \geq 0$ 일 때, $1 < 5-3x < 16$ 이므로 이를 만족하는

$x = -3, -2, -1, 0, 1$

$5-3x < 0$ 일 때, $1 < -5+3x < 16$ 이므로 이를 만족하는

$x = 3, 4, 5, 6$

따라서 주어진 부등식을 만족하는 정수는 모두 9 개이다.

㉡ $2 < \sqrt{1-x} < \sqrt{7}$

각 변을 제곱하면 $4 < 1-x < 7$ 이므로

$1-x \geq 0$ 일 때, $4 < 1-x < 7$ 이므로 이를 만족하는 $x = -5, -4$

$1-x < 0$ 일 때, $4 < -1+x < 7$ 이므로 이를 만족하는 $x = 6, 7$

따라서 주어진 부등식을 만족하는 정수는 모두 4 개이다.

㉢ $-1 < \sqrt{2x-3} < 2$

각 변을 제곱하면 $1 < 2x-3 < 4$ 이므로

$2x-3 \geq 0$ 일 때, $1 < 2x-3 < 4$ 이므로 이를 만족하는 $x = 3$

따라서 주어진 부등식을 만족하는 정수는 모두 2 개이다.

그러므로 답은 ㉠ 이다.

19. $-4\sqrt{3} \leq x < \sqrt{26}$, $2\sqrt{2} < \sqrt{\frac{y}{2}} \leq 5$ 를 만족하는 정수 x , y 에 대해 $y - x$ 의 값의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 56

해설

$y - x$ 의 값의 최댓값은 y 가 최대일 때, x 가 최소일 때이다.

$-4\sqrt{3} \leq x < \sqrt{26}$ 이 성립하는 정수 x 의 최솟값은 -6

$2\sqrt{2} < \sqrt{\frac{y}{2}} \leq 5$ 을 정리하면 $8 < \frac{y}{2} \leq 25$, 즉 $16 < y \leq 50$

이므로 정수 y 의 최댓값은 50

따라서 $y - x$ 의 최댓값은 $50 - (-6) = 56$ 이다.

20. 다음 중 옳은 것을 골라라.

보기

- ㉠ $y = x - \sqrt{3}$ 을 만족하는 유리수 x, y 가 적어도 한 쌍은 존재한다.
- ㉡ $y = x + \sqrt{2}$ 일 때, $x + y$ 의 값은 항상 무리수이다.
- ㉢ 임의의 무리수 x 에 대하여 $xy = 1$ 이면 y 도 항상 무리수이다.
- ㉣ 직선 $y = \sqrt{3}x$ 를 지나는 점의 x 좌표와 y 좌표는 모두 항상 무리수이다.
- ㉤ $x + y, x - y$ 가 모두 무리수이면, x, y 도 항상 무리수이다.

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

해설

- ㉠ (유리수) $\pm$ (유리수) = (유리수) 이므로 두 유리수 x, y 에 대하여 $x - y \neq \sqrt{3} \therefore y \neq x - \sqrt{3}$
- ㉡ $x = -\frac{\sqrt{2}}{2}, y = \frac{\sqrt{2}}{2}$ 이면 $x + y = 0$: 유리수
- ㉢ 임의의 무리수 x 에 대해 $y = \frac{1}{x}$ 이므로 y 는 항상 무리수이다.
- ㉣ $y = \sqrt{3}x$ 은 $(0, 0)$ 을 지나므로 $x = 0, y = 0$: 유리수
- ㉤ $x = 1, y = \sqrt{3}$ 이면 $x + y = 1 + \sqrt{3}$ 으로 무리수, $x - y = 1 - \sqrt{3}$ 으로 무리수, 하지만 x 는 유리수