1. 다음에서 제곱근이 유리수인 것을 <u>모두</u> 고른 것은?

㉠ 12	㉡ $\frac{9}{25}$	㉢ $0.\dot{4}$
㉣ 0.049	㉤ $\frac{3}{5}$	㉥ 0.01

① ㉡, ㉢　② ㉢, ㉣　③ ㉢, ㉣, ㉥　④ ㉡, ㉢, ㉥　⑤ ㉡, ㉢, ㉣

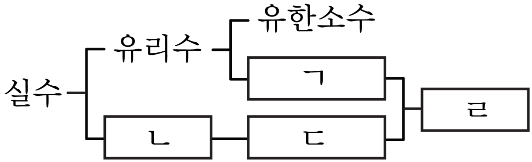
해설

$\left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{9}{25}$, $\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9} = 0.\dot{4}$, $(0.1)^2 = 0.01$

$0.049 = \frac{49}{1000}$ 이므로 제곱근은 $\pm\frac{7}{10\sqrt{10}}$ 이 되어 무리수이다.

따라서 ㉡, ㉢, ㉥이다.

2. 다음은 실수를 분류한 표이다. ㅁ안에 들어갈 말로 바르게 짝지어진 것을 모두 고르면? (정답 2개)



① ㄱ. 비순환소수

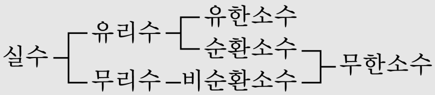
② ㄴ. 무리수

③ ㄷ. 무한소수

④ ㄷ. 순환소수

⑤ ㄹ. 무한소수

해설



3. 다음 중 옳은 것은?

① 0은 제곱근이 없다.

② $\sqrt{36}$의 제곱근과 6의 제곱근은 같다.

③ $\sqrt{16}$ 의 제곱근은 4 또는 -4이다.

④ 1의 제곱근은 1개이다.

⑤ -2는 -4의 음의 제곱근이다.

해설

① 0의 제곱근은 0이다.
③ $\sqrt{16}$ 의 제곱근은 -2, 2
④ 1의 제곱근은 -1, 1
⑤ 음수의 제곱근은 없다.

4. 넓이가 $4\,\mathrm{cm}^2$, $5\,\mathrm{cm}^2$, $19\,\mathrm{cm}^2$ 인 세 정사각형이 있다. 이 세 정사각형의 넓이를 합쳐서 큰 정사각형을 만들 때 한 변의 길이를 구하여라.

▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : $2\sqrt{7}$ cm

해설

$4 + 5 + 19 = 28$

28 의 양의 제곱근 : $\sqrt{28} = 2\sqrt{7}$

5. 한 변의 길이가 각각 $\sqrt{8}\,\mathrm{cm}$, $\sqrt{11}\,\mathrm{cm}$ 인 정사각형 두 개가 있다. 이 두 정사각형의 넓이를 합하여 하나의 큰 정사각형으로 만들 때, 큰 정사각형의 한 변의 길이는?

① $-\sqrt{19}\,\mathrm{cm}$ ② $\sqrt{19}\,\mathrm{cm}$ ③ $\pm\sqrt{19}\,\mathrm{cm}$

④ $-19\,\mathrm{cm}$ ⑤ $19\,\mathrm{cm}$

해설

$(\sqrt{8})^2 + (\sqrt{11})^2 = 19$ 이다.
따라서 큰 정사각형의 한 변의 길이는 19 의 양의 제곱근인 $\sqrt{19}(\mathrm{cm})$ 이다.

6. 다음 중 반드시 근호를 사용하여 나타내야만 하는 것은?

① $\sqrt{0.49}$ ② $\sqrt{121}$ ③ $\sqrt{1}$

④ $\sqrt{\frac{1}{16}}$ ⑤ $\sqrt{0.4}$

해설

① $\sqrt{0.49}=\sqrt{0.7^2}=0.7$

② $\sqrt{121}=\sqrt{11^2}=11$

③ $\sqrt{1}=\sqrt{1^2}=1$

④ $\sqrt{\frac{1}{16}}=\sqrt{\left(\frac{1}{4}\right)^2}=\frac{1}{4}$

⑤ 0.4 는 제곱수가 아니므로 $\sqrt{0.4}$ 는 반드시 근호를 사용하여 나타낸다.

7. $\sqrt{(1-\sqrt{5})^2}-\sqrt{(\sqrt{5}+3)^2}$ 을 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

$1-\sqrt{5}<0$ 이므로 $\sqrt{(1-\sqrt{5})^2}=\sqrt{5}-1$

(준식) $=\sqrt{5}-1-(\sqrt{5}+3)=-4$

8. $\sqrt{7} < \sqrt{2a+3b} < \sqrt{15}$ 를 만족하는 순서쌍 $(a,\ b)$ 는 모두 몇 개인가? (단, a, b 는 자연수)

① 7개 ② 10개 ③ 11개 ④ 13개 ⑤ 15개

해설

$\sqrt{7} < \sqrt{2a+3b} < \sqrt{15}$

$7 < 2a+3b < 15$

$b=1$ 일 때, $a=3,4,5$

$b=2$ 일 때, $a=1,2,3,4$

$b=3$ 일 때, $a=1,2$

$b=4$ 일 때, $a=1$

$\therefore$ 10개

9. 다음 중에서 순환하지 않는 무한소수로만 이루어진 것은?

① $\sqrt{21},\ -\sqrt{7},\ 0.\dot{5}$

② $\sqrt{121},\ \sqrt{5}-1,\ \sqrt{21}$

③ $-\sqrt{6},\ \sqrt{3+2},\ -\sqrt{1}$

④ $-\sqrt{\frac{1}{3}},\ \sqrt{0.36},\ \frac{\sqrt{4}}{2}$

⑤ $\frac{\sqrt{2}}{3},\ \sqrt{8.1},\ \sqrt{4}+3\sqrt{2}$

해설

① $0.\dot{5}=\frac{5}{9}$ 는 유리수이다.

② $\sqrt{121}=11$ 은 유리수이다.

③ $-\sqrt{1}=-1$ 은 유리수이다.

④ $\sqrt{0.36}=\frac{6}{10}=\frac{3}{5}$, $\frac{\sqrt{4}}{2}=\frac{2}{2}=1$ 은 유리수이다.

10. 다음 보기 중 옳은 것은 모두 몇 개인지 구하여라.

보기

㉠ a가 자연수 일 때, $\sqrt{a}$ 가 유리수인 경우가 있다.

㉡ $\dfrac{(\text{정수})}{(0\text{이 아닌 정수})}$ 꼴로 나타낼 수 없는 수는 무리수이다.

㉢ 무리수에는 음수와 양수가 모두 존재 한다.

㉣ 근호 안의 수가 제곱수인 수는 무리수이다.

㉤ $\sqrt{n}$ 이 무리수가 되는 것은 n이 소수일 때이다.

▶ 답: ______ 개

▷ 정답: 3 개

해설

㉣ 근호 안의 수가 제곱수인 수는 유리수이다.

㉤ $\sqrt{6}$ 은 무리수이지만, 6 은 소수가 아니다.

11. 다음 보기 중 옳은 것을 모두 골라라.

보기

㉠ $\dfrac{1}{\sqrt{5}}$ 는 자연수가 아니다.
㉡ $3\sqrt{4}$는 무리수이다.
㉢ $\sqrt{0.01}$는 정수가 아닌 유리수이다.
㉣ $\sqrt{9} \times \dfrac{\sqrt{4}}{4}$ 는 자연수이다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉢

해설

㉠ $\dfrac{1}{\sqrt{5}}$ 는 무리수이다.

㉡ $3\sqrt{4}$ 는 6이므로 자연수이므로 무리수가 아니다.

㉢ $\sqrt{0.01} = 0.1$ 이므로 정수가 아닌 유리수이다.

㉣ $\sqrt{9} \times \dfrac{\sqrt{4}}{4} = 3 \times \dfrac{2}{4} = \dfrac{3}{2}$ 이므로 자연수가 아니다.

12. 다음 설명 중 옳지 <u>않은</u> 것을 모두 고르면?

① 두 유리수 $\frac{1}{5}$ 과 $\frac{1}{3}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.

② 두 무리수 $\sqrt{5}$ 와 $\sqrt{6}$ 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.

③ $\sqrt{5}$ 에 가장 가까운 유리수는 2 이다.

④ 서로 다른 두 유리수의 합은 반드시 유리수이지만, 서로 다른 두 무리수의 합 또한 반드시 무리수이다.

⑤ 실수와 수직선 위의 점 사이에는 일대일 대응이 이루어진다.

해설

③ $\sqrt{4}$와 $\sqrt{5}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 존재 한다.
④ 두 무리수를 더해 유리수가 될 수도 있다.
예) $\sqrt{2}+(-\sqrt{2})=0$

13. 다음 설명 중 옳은 것을 모두 고르면?(단, $a > 0$)

① 모든 수의 제곱근은 항상 2 개이다.

② a^2 의 제곱근은 a 이다.

③ $\sqrt{a}$ 는 제곱근 a 와 같다.

④ $\sqrt{a^2}$ 의 제곱근은 $\sqrt{a}$ 이다.

⑤ 모든 자연수의 제곱근은 항상 2 개이다.

해설

① 0 의 제곱근은 한 개이고 음수의 제곱근은 없다.
② a^2 의 제곱근은 $\pm a$
④ $\sqrt{a^2}$ 의 제곱근은 $\pm\sqrt{a}$

14. 다음 보기의 수를 각각 제곱근으로 나타낼 때, 근호를 사용하지 않아도 되는 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $\sqrt{36}$	㉡ 25	㉢ $\sqrt{(-3)^2}$
㉣ 1.6	㉤ $\dfrac{49}{9}$	㉥ $\dfrac{81}{6}$

① ㉠, ㉡　② ㉡, ㉣　③ ㉡, ㉤

④ ㉠, ㉢, ㉤　⑤ ㉡, ㉣, ㉥

해설

㉠ $\sqrt{36}=6$ 이므로 6 의 제곱근은 $\pm\sqrt{6}$이다.

㉢ $\sqrt{(-3)^2}=3$ 이므로 3 의 제곱근은 $\pm\sqrt{3}$이다.

㉣ (1.6 의 제곱근) $=\pm\sqrt{1.6}$ (1.6 은 제곱수가 아니다.)

㉥ $\left(\dfrac{81}{6}\text{의 제곱근}\right)=\pm\dfrac{9}{\sqrt{6}}$

15. a는 유리수, b는 무리수일 때, 다음 중 그 값이 항상 무리수인 것은?

① $\sqrt{a}+b$ ② $\dfrac{b}{a}$ ③ a^2-b^2

④ ab ⑤ $\dfrac{b}{\sqrt{a}}$

해설

① $a=2, b=-\sqrt{2}$ 일 때, $\sqrt{2}+(-\sqrt{2})=0$ 이므로 유리수이다.
③ $b=\sqrt{2}$ 일 때, $b^2=2$ 이므로 a^2-b^2 는 유리수이다.
④ $a=0$ 일 때, $ab=0$ 이므로 유리수이다.
⑤ $a=2, b=\sqrt{8}$ 일 때, $\dfrac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}}=2$ 이므로 유리수이다.

16. 두 원 A, B 의 반지름의 길이를 각각 r_1, r_2 라고 할 때, $r_1 = 4r_2$ 이고, 원 A 의 넓이는 $256\pi\,\mathrm{cm}^2$ 이다. 원 B 의 반지름의 길이를 구하여라.

▶ 답 : ________ cm

▷ 정답 : 4 cm

해설

$r_1 = \sqrt{256} = 16\,\mathrm{cm} \qquad \therefore\ r_2 = 4\ (\mathrm{cm})$

17. $a-b>0,\ ab<0$ 일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 골라라.

㉠ $\sqrt{(b-a)^2}=b-a$ ㉡ $\sqrt{(ab)^2}=\lvert ab\rvert$ ㉢ $-\sqrt{b^2}>\sqrt{a^2}+1$ ㉣ $\sqrt{a^2}-\sqrt{(-b)^2}=a+b$ ㉤ $\dfrac{\sqrt{(ab)^2}}{2}>\dfrac{\sqrt{(ab)^2}}{3}$ ㉥ $\sqrt{(-a)^2}+1<1-\sqrt{b^2}$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉣

▷ 정답 : ㉤

해설

$b<0<a$ 이므로

㉠ : $\sqrt{(b-a)^2}=a-b$

㉡ : $\sqrt{(ab)^2}=-ab=\lvert ab\rvert$

㉢ : $-\sqrt{b^2}=b,\ \ \sqrt{a^2}=a$

$b-a<0$ 이므로 $-\sqrt{b^2}<\sqrt{a^2}+1$

㉥ : $\sqrt{(-a)^2}=a$

$-\sqrt{b^2}=-(-b)=b$

$\sqrt{(-a)^2}+1>1-\sqrt{b^2}$

18. 부등식을 만족하는 정수 x 의 개수가 가장 많은 것을 골라라.

보기

㉠ $1 < \sqrt{|5-3x|} < 4$ ㉡ $2 < \sqrt{|1-x|} < \sqrt{7}$

㉢ $-1 < \sqrt{|2x-3|} < 2$

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

해설

㉠ $1 < \sqrt{|5-3x|} < 4$

각 변을 제곱하면 $1 < |5-3x| < 16$ 이므로

$5-3x \geq 0$ 일 때, $1 < 5-3x < 16$ 이므로 이를 만족하는 $x = -3, -2, -1, 0, 1$

$5-3x < 0$ 일 때, $1 < -5+3x < 16$ 이므로 이를 만족하는 $x = 3, 4, 5, 6$

따라서 주어진 부등식을 만족하는 정수는 모두 9 개이다.

㉡ $2 < \sqrt{|1-x|} < \sqrt{7}$

각 변을 제곱하면 $4 < |1-x| < 7$ 이므로

$1-x \geq 0$ 일 때, $4 < 1-x < 7$ 이므로 이를 만족하는 $x = -5,\ -4$

$1-x < 0$ 일 때, $4 < -1+x < 7$ 이므로 이를 만족하는 $x = 6,\ 7$

따라서 주어진 부등식을 만족하는 정수는 모두 4 개이다.

㉢ $-1 < \sqrt{|2x-3|} < 2$

각 변을 제곱하면 $1 < |2x-3| < 4$이므로

$2x-3 \geq 0$일 때, $1 < 2x-3 < 4$이므로 이를 만족하는 $x = 3$

따라서 주어진 부등식을 만족하는 정수는 모두 2개이다.

그러므로 답은 ㉠ 이다.

19. $-4\sqrt{3} \le x < \sqrt{26}$, $2\sqrt{2} < \sqrt{\dfrac{y}{2}} \le 5$를 만족하는 정수 x , y 에 대해 $y-x$ 의 값의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 56

해설

$y-x$ 의 값의 최댓값은 y 가 최대일 때, x 가 최소일 때이다.
$-4\sqrt{3} \le x < \sqrt{26}$ 이 성립하는 정수 x 의 최솟값은 -6

$2\sqrt{2} < \sqrt{\dfrac{y}{2}} \le 5$ 을 정리하면 $8 < \dfrac{y}{2} \le 25$, 즉 $16 < y \le 50$

이므로 정수 y 의 최댓값은 50
따라서 $y-x$ 의 최댓값은 $50-(-6)=56$ 이다.

20. 다음 중 옳은 것을 골라라.

보기

㉠ $y = x - \sqrt{3}$ 을 만족하는 유리수 x, y 가 적어도 한 쌍은 존재한다.

㉡ $y = x + \sqrt{2}$ 일 때, $x + y$ 의 값은 항상 무리수이다.

㉢ 임의의 무리수 x 에 대하여 $xy = 1$ 이면 y 도 항상 무리수이다.

㉣ 직선 $y = \sqrt{3}x$ 를 지나는 점의 x 좌표와 y 좌표는 모두 항상 무리수이다.

㉤ $x + y$, $x - y$ 가 모두 무리수이면, x, y 도 항상 무리수이다.

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

해설

㉠ (유리수) ± (유리수) = (유리수) 이므로 두 유리수 x, y 에 대하여 $x - y \neq \sqrt{3}$ $\therefore y \neq x - \sqrt{3}$

㉡ $x = -\dfrac{\sqrt{2}}{2}$, $y = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$ 이면 $x + y = 0$: 유리수

㉢ 임의의 무리수 x 에 대해 $y = \dfrac{1}{x}$ 이므로 y 는 항상 무리수이다.

㉣ $y = \sqrt{3}x$ 은 $(0,\ 0)$ 을 지나므로 $x = 0$, $y = 0$: 유리수

㉤ $x = 1, y = \sqrt{3}$이면 $x+y = 1+\sqrt{3}$으로 무리수, $x-y = 1-\sqrt{3}$으로 무리수, 하지만 x는 유리수