

1. 다음 보기에서 근호를 꼭 사용하여야만 나타낼 수 있는 것의 개수를 구하여라.

보기

$$0, \sqrt{2}, \sqrt{1}, -\sqrt{0.02}, \sqrt{0.003}, \sqrt{\frac{121}{100}}$$

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 3개

해설

$0, \sqrt{1} = 1, \sqrt{\frac{121}{100}} = \frac{11}{10}$ 은 근호를 사용하지 않아도 간단한 유리수로 나타낼 수 있다.

2. $a < 0$ 일 때, 다음을 근호 없이 나타낸 것 중 옳지 않은 것을 모두 골라라.

㉠ $\sqrt{a^2} = -a$	㉡ $-\sqrt{(3a)^2} = -3a$
㉢ $-\sqrt{4a^2} = 2a$	㉣ $-\sqrt{(-5a)^2} = -5a$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉣

해설

㉡ $-\sqrt{(3a)^2} = -\sqrt{9a^2} = -3 a = 3a$
㉣ $-\sqrt{(-5a)^2} = -\sqrt{25a^2} = -5 a = 5a$

3. $a > 0, b < 0$ 일 때, $\sqrt{(2a)^2} + \sqrt{(-a)^2} - \sqrt{(5b)^2}$ 을 간단히 하면?

① $a - 5b$

② $a + 5b$

③ $3a - 5b$

④ $3a + 5b$

⑤ $5a - 5b$

해설

$$2a + a - (-5b) = 3a + 5b$$

4. $\sqrt{9x} + \sqrt{48y}$ 가 가장 작은 자연수가 되게 하는 자연수 x 와 y 의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x + y = 4$

해설

$$\sqrt{9x} + \sqrt{48y} = \sqrt{3^2x} + \sqrt{2^4 \times 3 \times y}$$

$$x = 1, y = 3$$

$$\therefore x + y = 4$$

5. 다음 중 유리수는 모두 몇 개인지 구하여라.

$$\sqrt{12}, -3, \frac{1}{2}, \sqrt{4}, 0.\dot{1}\dot{3}, 6.2345235 \dots$$

▶ 답: 개

▶ 정답 : 4개

해설

$$-3, \frac{1}{2}, \sqrt{4} = 2, 0.\dot{1}\dot{3} = \frac{13}{99}$$

6. 다음 수들을 소수로 나타낼 때 순환하지 않는 무한소수가 되는 것은?

- ① $0.\dot{6} + \sqrt{3}$
- ② $\frac{3}{\sqrt{4}}$
- ③ $\sqrt{0.25}$
- ④ $\frac{1}{3}$
- ⑤ $\sqrt{\frac{9}{4}}$

해설

② $\frac{3}{2}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{1}{3} = 0.3333 \cdots$ ⑤ $\frac{3}{2}$

7. 다음 중 무리수로만 묶은 것은?

① $\sqrt{0}$, $\sqrt{2}$, $\sqrt{4}$

② $\frac{2}{3}$, $0.\dot{3}$, $-\frac{1}{4}$

③ $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$, π

④ $\sqrt{\frac{1}{10}}$, $\sqrt{9}$, $\sqrt{8}$

⑤ $\sqrt{(-11)^2}$, $-\sqrt{2}$, $\sqrt{7}$

해설

① $\sqrt{0} = 0$, $\sqrt{4} = 2$: 유리수

② $\frac{2}{3}$, $0.\dot{3}$, $-\frac{1}{4}$: 유리수

④ $\sqrt{9} = 3$: 유리수

⑤ $\sqrt{(-11)^2} = 11$: 유리수

8. 다음 설명 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

- ① 두 유리수 $\frac{1}{5}$ 과 $\frac{1}{3}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.
- ② 두 무리수 $\sqrt{5}$ 와 $\sqrt{6}$ 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.
- ③ $\sqrt{5}$ 에 가장 가까운 유리수는 2 이다.
- ④ 서로 다른 두 유리수의 합은 반드시 유리수이지만, 서로 다른 두 무리수의 합 또한 반드시 무리수이다.
- ⑤ 실수와 수직선 위의 점 사이에는 일대일 대응이 이루어진다.

해설

- ③ $\sqrt{4}$ 와 $\sqrt{5}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 존재 한다.
- ④ 두 무리수를 더해 유리수가 될 수도 있다.

예) $\sqrt{2} + (-\sqrt{2}) = 0$

9. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

- ① $\frac{25}{36}$ 의 제곱근은 $\frac{5}{6}$ 이다.
- ② 음이 아닌 수의 제곱근은 양수와 음수 2 개가 있다.
- ③ 제곱근 $\frac{9}{16}$ 는 $\frac{3}{4}$ 이다.
- ④ 제곱근 7 은 $\sqrt{7}$ 이다.
- ⑤ 3.9 의 제곱근은 1 개이다.

해설

- ① $\frac{25}{36}$ 의 제곱근은 $\pm\frac{5}{6}$ 이다.
- ② 0 의 제곱근은 0 이다.
- ⑤ 3.9 의 제곱근은 2 개이다.

10. 반지름의 길이의 비가 1 : 3 인 두 원이 있다. 이 두 원의 넓이의 합이 $40\pi\text{cm}^2$ 일 때, 작은 원의 반지름의 길이는 몇 cm 인가?

① 1cm ② 2cm ③ 3cm ④ 4cm ⑤ 5cm

해설

작은 원의 반지름을 r 라고 하면, 큰 원의 반지름은 $3r$ 이다.

(두 원의 넓이의 합) $= \pi r^2 + \pi(3r)^2 = 10\pi r^2 = 40\pi\text{cm}^2$

$r^2 = 4$

$\therefore r = 2\text{cm} (\because r > 0)$

11. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $a > 0$ 일 때, $\sqrt{(-a)^2} = a$ 이다.

② $a < 0$ 일 때, $-\sqrt{(-a)^2} = a$

③ $a > 0$ 일 때, $\sqrt{16a^2} = 4a$ 이다.

④ $\sqrt{a^2} = |a|$ 이다.

⑤ $a < 0$ 일 때, $\sqrt{(3a)^2} = 3a$ 이다

해설

① $a > 0$ 일 때, $\sqrt{(-a)^2} = a$

② $a < 0$ 일 때, $-\sqrt{(-a)^2} = -(-a) = a$

③ $a > 0$ 일 때, $\sqrt{16a^2} = 4a$

④ a 의 부호와 관계없이 $\sqrt{a^2} = |a|$

⑤ $a < 0$ 일 때, $\sqrt{(3a)^2} = -3a$

12. $2x - y = 3$ 일 때, $\sqrt{2x + y}$ 가 자연수가 되게 만드는 가장 작은 두 자리 자연수 x 는?

① 10

② 13

③ 16

④ 19

⑤ 22

해설

$$2x - y = 3 \Rightarrow y = 2x - 3$$

$$\sqrt{2x + y} = \sqrt{2x + 2x - 3} = \sqrt{4x - 3}$$

x 는 최소한 가장 작은 두자리 수인 10 이상이어야 하므로,
근호 안의 제곱수는 7^2 이상이 되어야 한다. ($\sqrt{4 \times 10 - 3} = \sqrt{37} > 7^2$)

$\therefore \sqrt{4x - 3} = 7$ 일 때, $x = 13$ 이므로 성립한다.

$$\therefore x = 13$$

13. $\sqrt{90-x} - \sqrt{7+x}$ 의 값이 가장 큰 자연수가 되도록 하는 자연수 x 의 값은?

① 5

② 9

③ 15

④ 26

⑤ 30

해설

$\sqrt{90-x}$, $\sqrt{7+x}$ 둘 다 자연수가 되어야 한다. $\sqrt{90-x}$ 가 최대
 $\sqrt{7+x}$ 가 최소가 되려면 $x=9$ 이어야 한다.

14. $0 < a < 1$ 일 때, 다음 대소 관계가 옳은 것은?

① $a^2 > \sqrt{a}$

② $a > \frac{1}{a}$

③ $\sqrt{a} > \frac{1}{\sqrt{a}}$

④ $\frac{1}{\sqrt{a}} > \frac{1}{a^2}$

⑤ $\frac{1}{a} > \frac{1}{\sqrt{a}}$

해설

$0 < a < 1 \rightarrow a$ 를 $\frac{1}{2}$ 라고 놓고 풀자.

① $\frac{1}{4} > \frac{1}{\sqrt{2}}$ (×)

② $\frac{1}{2} > 2$ (×)

③ $\frac{1}{\sqrt{2}} > \frac{2}{\sqrt{2}}$ (×)

④ $\sqrt{2} > 4$ (×)

15. 다음을 계산하여라.

$$\sqrt{(\sqrt{13}-\sqrt{7})^2} + \sqrt{(\sqrt{11}-2\sqrt{3})^2} - \sqrt{(2\sqrt{3}-\sqrt{11})^2} - \sqrt{(\sqrt{7}-\sqrt{13})^2}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$\sqrt{13} > \sqrt{7}$, $\sqrt{11} < \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$ 이므로

$$\sqrt{(\sqrt{13}-\sqrt{7})^2} + \sqrt{(\sqrt{11}-2\sqrt{3})^2} - \sqrt{(2\sqrt{3}-\sqrt{11})^2} - \sqrt{(\sqrt{7}-\sqrt{13})^2}$$

$$\begin{aligned} &= (\sqrt{13}-\sqrt{7}) - (\sqrt{11}-2\sqrt{3}) \\ &\quad - (2\sqrt{3}-\sqrt{11}) + (\sqrt{7}-\sqrt{13}) \\ &= 0 \end{aligned}$$

16. 다음 중 옳은 것은?

- ① (무리수) + (유리수) = (무리수)
- ② (무리수) × (무리수) = (무리수)
- ③ (유리수) ÷ (무리수) = (무리수)
- ④ (무리수) + (무리수) = (무리수)
- ⑤ (유리수) × (무리수) = (무리수)

해설

- ② $\sqrt{3} \times \sqrt{3} = 3$: 유리수
- ③ $\frac{0}{\sqrt{3}} = 0$: 유리수
- ④ $\sqrt{3} + (-\sqrt{3}) = 0$: 유리수
- ⑤ $0 \times \sqrt{3} = 0$: 유리수

17. 자연수 n 에 대하여 $f(n) = \sqrt{(3n-1)(3n+1)+1}$ 이라고 할 때, $f(1) + f(2) + \cdots + f(10)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 165

해설

$$f(1) = \sqrt{2 \times 4 + 1} = 3 = 3 \times 1$$

$$f(2) = \sqrt{5 \times 7 + 1} = 6 = 3 \times 2$$

$$f(3) = \sqrt{8 \times 10 + 1} = 9 = 3 \times 3$$

$\vdots$

$$f(10) = \sqrt{29 \times 31 + 1} = 30 = 3 \times 10$$

$$\begin{aligned} f(1) + f(2) + \cdots + f(10) &= 3(1 + 2 + 3 + \cdots + 10) \\ &= 3 \times 55 = 165 \end{aligned}$$

18. 다음을 간단히 하여라.

$$\sqrt{\sqrt{\sqrt{(\sqrt{3}-2)^2} + \sqrt{(-7-\sqrt{3})^2}}}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{3}$

해설

$\sqrt{3}-2 < 0$, $-7-\sqrt{3} < 0$ 이므로

$$\sqrt{\sqrt{\sqrt{(\sqrt{3}-2)^2} + \sqrt{(-7-\sqrt{3})^2}}}$$

$$= \sqrt{\sqrt{(2-\sqrt{3}) + (7+\sqrt{3})}} = \sqrt{\sqrt{9}} = \sqrt{3}$$

19. $\sqrt{\frac{12x}{y}}$ 가 자연수가 되게 하는 자연수 x, y 에 대하여 $x+y$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$\sqrt{\frac{12x}{y}} = \sqrt{\frac{2^2 \times 3 \times x}{y}}$ 가 자연수가 되도록 하는 자연수 x, y 는 다음과 같다.

분모 y 는 $2^2 \times 3 \times x$ 의 약수가 되어야 하므로

$y = 1$ 일 때, x 는 $3 \times (\text{자연수})^2$ 꼴이므로 최솟값은 $3 \times 1^2 = 3$ 이다. $\therefore x + y = 3 + 1 = 4$

$y = 2$ 일 때, x 는 $2 \times 3 \times (\text{자연수})^2$ 꼴이므로 최솟값은 $2 \times 3 \times 1^2 = 6$ 이다. $\therefore x + y = 6 + 2 = 8$

$y = 3$ 일 때, x 는 $(\text{자연수})^2$ 꼴이므로 최솟값은 $1^2 = 1$ 이다. $\therefore x + y = 1 + 3 = 4$

y 가 1, 2, 3 이외의 자연수일 때, $x + y \geq 7$ ($y = 4$ 일 때, $x = 3$) 이다.

따라서 $x + y$ 의 최솟값은 4 이다.

20. $\sqrt{19} < \sqrt{5x} < \sqrt{699}$ 를 만족하는 x 의 값 중에서 $\sqrt{5x}$ 가 자연수가 되도록 하는 자연수 x 의 값은 몇 개인지 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답 : 5 개

해설

$\sqrt{19}$ 과 $\sqrt{699}$ 사이의 자연수 :

$$\sqrt{5^2}, \sqrt{6^2}, \sqrt{7^2}, \sqrt{8^2}, \dots, \sqrt{24^2}, \sqrt{25^2}, \sqrt{26^2}$$

이 중에서 5 의 배수는

$$\sqrt{5^2}, \sqrt{10^2}, \sqrt{15^2}, \sqrt{20^2}, \sqrt{25^2}$$

∴ 5개